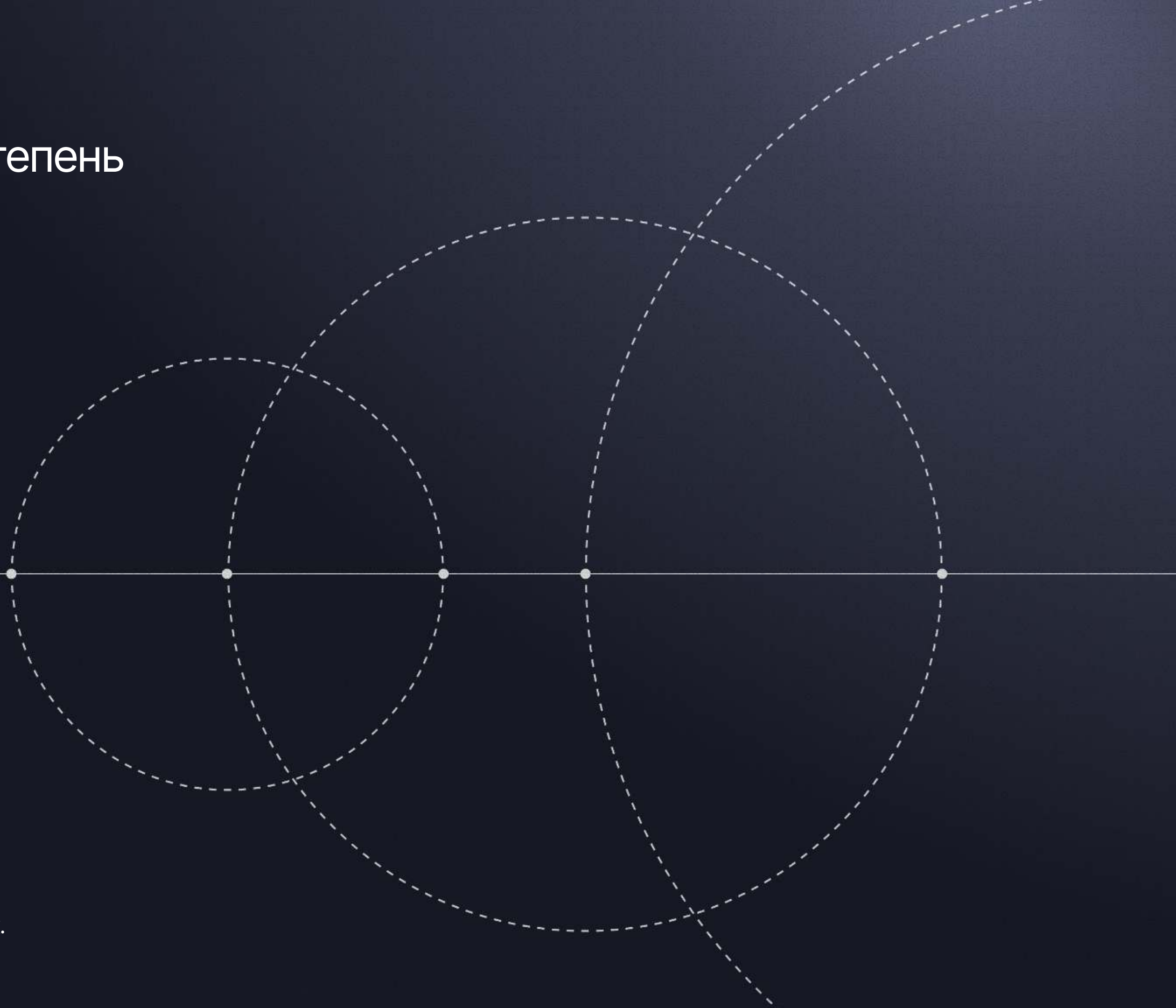


Умножение одночленов и возведение одночлена в степень



Одночлены: умножаем и возводим в степень без ошибок.

Зачем нужны эти правила в алгебре

01

Эти правила помогают быстро записывать формулы площадей, объёмов и скорости, упрощать выражения и приводить их к стандартному виду. Без них сложнее решать многочлены и уравнения дальше.

Что такое одночлен

Простая запись

Одночленом называют число, переменную или произведение числа и переменных. Это может быть 7 , a , $5x$ или $-2ab^2$. Запись всегда должна быть без сложения между частями.

Коэффициент

Коэффициент — это числовая часть одночлена. Она показывает, во сколько раз взята буквенная часть, и может быть положительной, отрицательной или равной нулю.

Буквенная часть

Буквенная часть состоит из переменных и их степеней. Именно она показывает, какие буквы входят в одночлен и как часто они повторяются при записи.

Ноль тоже одночлен

Число 0 тоже считают одночленом. Это важно помнить, потому что в алгебре нулевое значение часто появляется как результат вычислений или упрощения выражений.

Строение одночлена

В таблице показано, из каких частей состоит одночлен и как определяется его степень.

Степень одночлена равна сумме показателей всех букв. У числа без букв степень равна 0.

Одночлен	Коэффициент	Степень
6×2	6	2
$-3ab$	-3	2
$12m^3n$	12	4
-5	-5	0

Как умножают одночлены

01

Сначала числа

При умножении одночленов сначала перемножают коэффициенты. Например, у 2×3 и 5×2 числовые части дают 10, а затем обрабатывается буквенная часть.

02

Одинаковые буквы

Если буквы совпадают, их показатели складывают. В примере $x^3 \cdot x^2$ получается x^5 , потому что основание остаётся тем же, а степени прибавляются.

03

Разные буквы

Если буквенные части разные, их просто записывают рядом. Так, $3ab \cdot 4c = 12abc$: каждая буква сохраняется, а запись становится короче и удобнее.

04

Следим за знаком

Знак произведения зависит от знаков множителей. Плюс на минус даёт минус, а минус на минус даёт плюс. Это нужно проверять отдельно от вычислений степеней.

Алгоритм умножения одночленов

Школьный алгоритм: от коэффициентов и букв к стандартной записи результата.



Пример умножения наглядно

01

Коэффициенты

В выражении $3 \times 2u \cdot 2xu^3$ числа 3 и 2 перемножаются, поэтому коэффициент результата равен 6. Это первый шаг, который всегда выполняют отдельно.

02

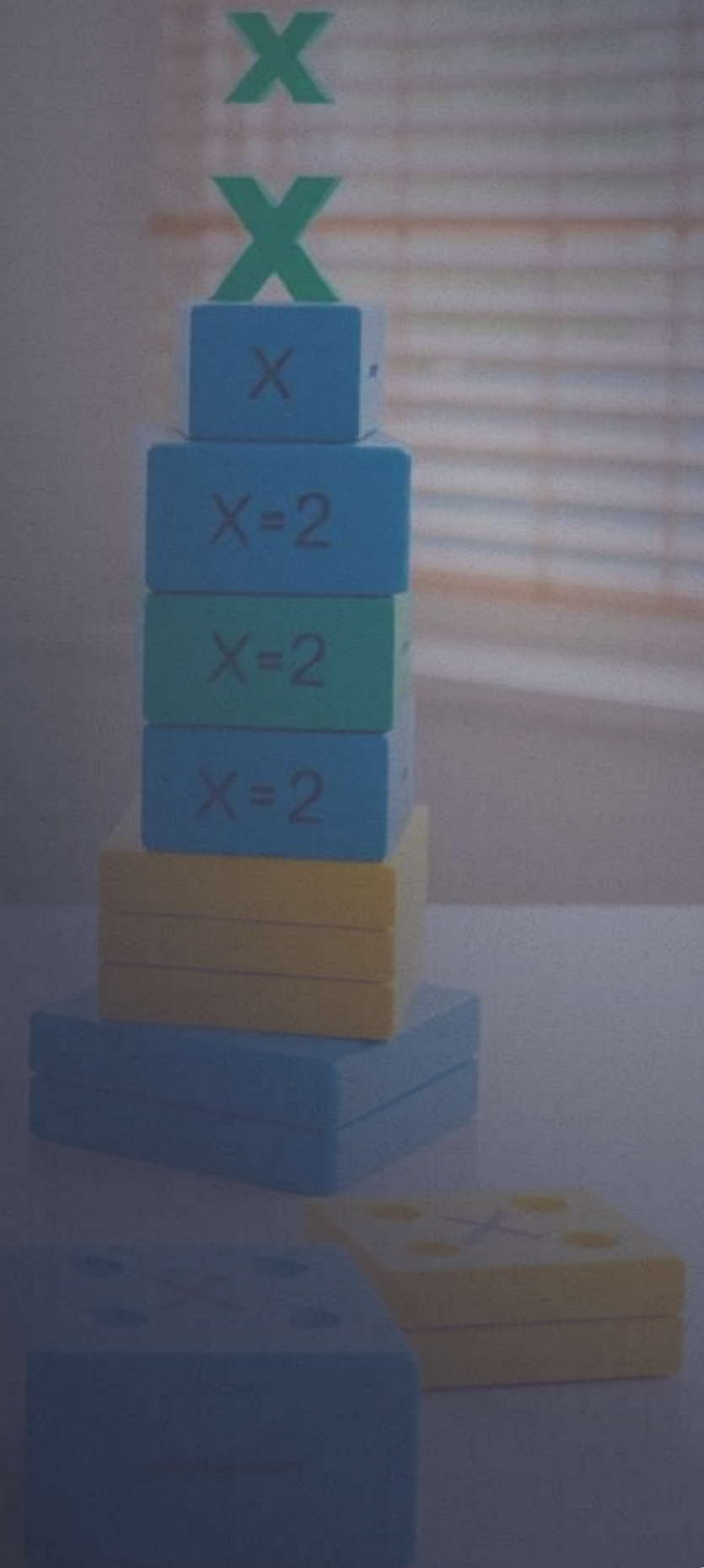
Одинаковые буквы

Для x^2 и x показатели складываются: $2 + 1 = 3$, значит получается x^3 . Для u и u^3 аналогично: $1 + 3 = 4$, то есть u^4 .

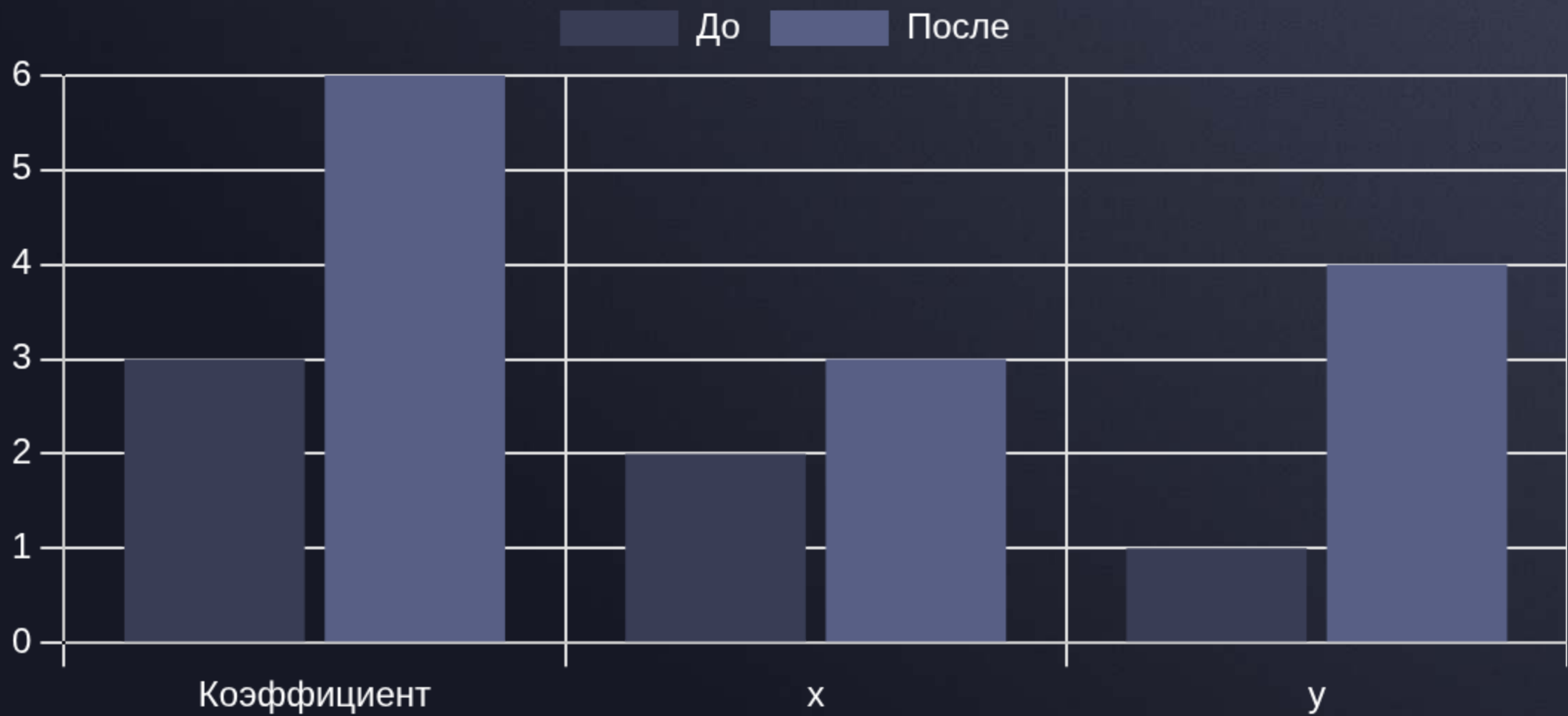
03

Итоговая запись

После объединения всех частей получаем $6 \times 3u^4$. Такая запись показывает и числовой множитель, и степени букв, не перегружая выражение лишними знаками.



Как меняются степени в примере



Сравнение показывает, какие части выражения изменяются при умножении одночленов: числа перемножаются, а показатели букв складываются.

Главное правило видно сразу: коэффициент умножается, а показатели одинаковых букв не умножаются, а прибавляются.

Пример из школьного курса алгебры: $3 \times 2y \cdot 2xy^3 = 6 \times 3y^4$

Свойства умножения одночленов



Переместительное свойство

Порядок множителей можно менять, и результат не изменится. Поэтому $2ab \cdot 3c$ и $3c \cdot 2ab$ дают один и тот же ответ, если все вычисления выполнены верно.



Сочетательное свойство

Скобки тоже можно переставлять без изменения произведения. Это удобно, когда одночленов много: сначала можно умножить любые два множителя, а затем продолжить вычисления.



Удобство вычислений

Эти свойства помогают упрощать длинные выражения и быстрее приводить ответ к стандартному виду. Особенно это полезно, когда в примере много чисел и букв.

Типичные ошибки при умножении

Ошибка	Неверно	Верно
Коэффициенты	$2+3$	$2\cdot3$
Показатели	$x^2\cdot x^3=x^6$	$x^2\cdot x^3=x^5$
Переменные	$2ab\cdot3c=6ac$	$2ab\cdot3c=6abc$
Знак	$-2\cdot-3=-6$	$-2\cdot-3=6$

Школьная практика

Таблица показывает самые частые ошибки и помогает сразу увидеть, где нарушено правило.

Нужно отдельно проверять числа, буквы и знак. В правильном ответе должен остаться один коэффициент и объединённые степени всех букв.

3

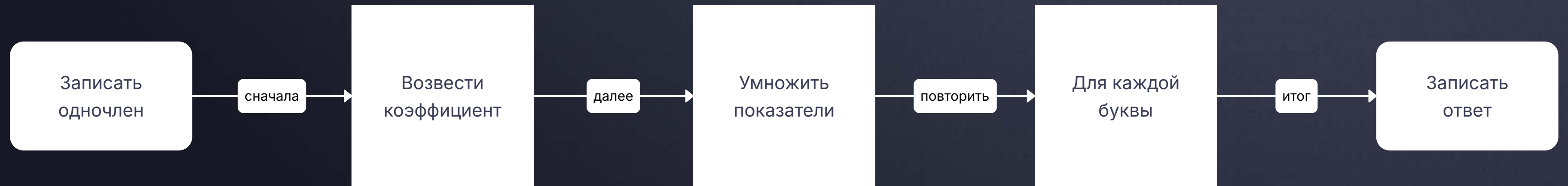
**это значит умножить
одночлен сам на себя
столько раз.**

Школьный курс алгебры, 7 класс

Показатель степени задаёт, сколько одинаковых множителей входит в произведение. Поэтому меняются и число, и показатели буквенной части.

Как возводить одночлен в степень

Правило применяется к коэффициенту и каждой букве отдельно.



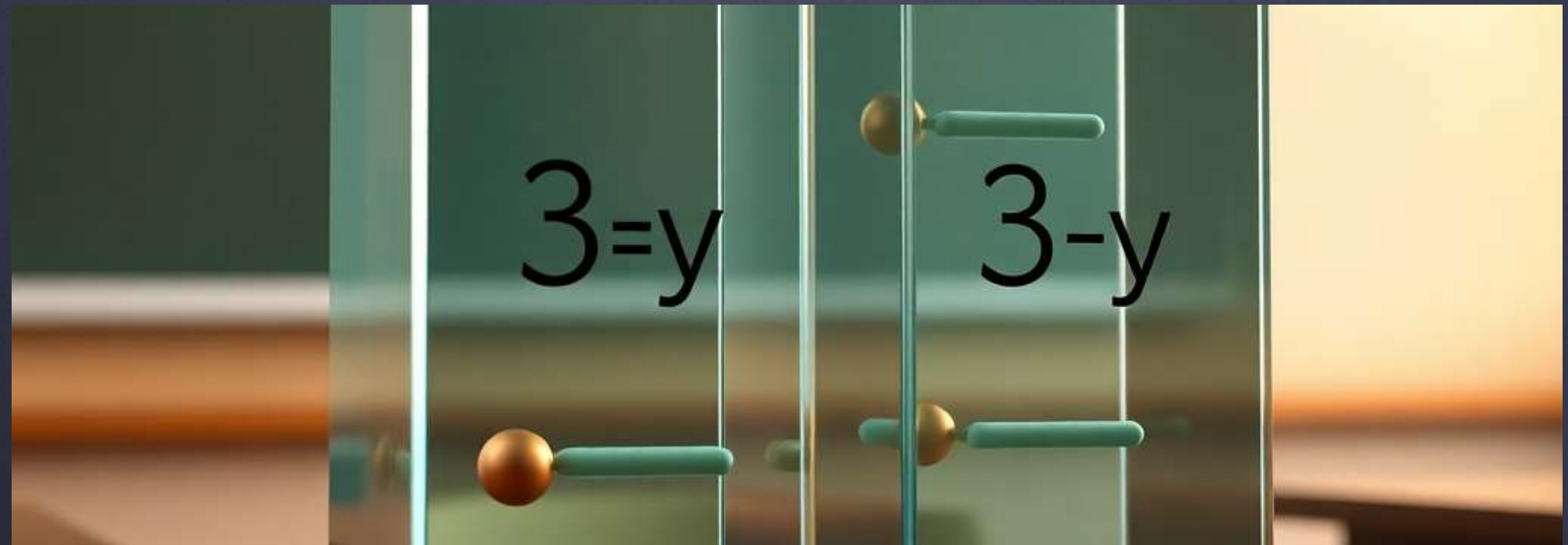
Как работает возведение в степень на примере

Сначала — одинаковые множители

В записи $(3 \times 2y)^2$ один и тот же одночлен повторяется два раза. Это помогает увидеть, что степень относится ко всему выражению сразу, а не только к числу или одной букве.

Потом — изменения в записи

Число 3 превращается в 9, потому что возводится в квадрат. У буквы x показатель удваивается с 2 до 4, а у y появляется степень 2, так как множитель стоит дважды.



Как изменяются показатели при возведении в степень



График показывает, что степень действует на весь одночлен: каждая часть получает свой новый показатель или значение.

Здесь видно главное правило: показатели умножаются на степень, а коэффициент тоже возводится в эту степень.

Иллюстративный пример по правилу $(axb)^c = a^c x^c b^c$; школьный курс алгебры, 7 класс

Что происходит в разных случаях

Шаг 1. Обычное возведение произведения

Если выражение находится в скобках, степень применяется к каждому множителю. Поэтому $(ab)^3$ превращается в a^3b^3 : каждый множитель повторяется три раза.

Шаг 2. Степень степени

Когда степень возводят ещё раз в степень, показатели перемножаются. Так $(x^2)^4$ даёт x^8 , потому что 2 умножается на 4.

Шаг 3. Не перепутать правила

В обоих случаях важно смотреть, что именно стоит в скобках. Это помогает отличить обычное умножение одночленов от возведения в степень.

Умножение и возведение в степень

Сравнение помогает не путать два похожих действия.

Различие видно в действиях с показателями: при умножении они складываются, а при возведении в степень — умножаются.

Действие	Коэффициент	Показатели
Умножение	перемножают	складывают
Возведение в степень	возводят	умножают

Как проверить ответ

01

Сверь коэффициент

Сначала проверь, правильно ли перемножены числа. В результате должен остаться один числовой множитель, а знак произведения определяется правилами умножения положительных и отрицательных чисел.

02

Проверь буквенную часть

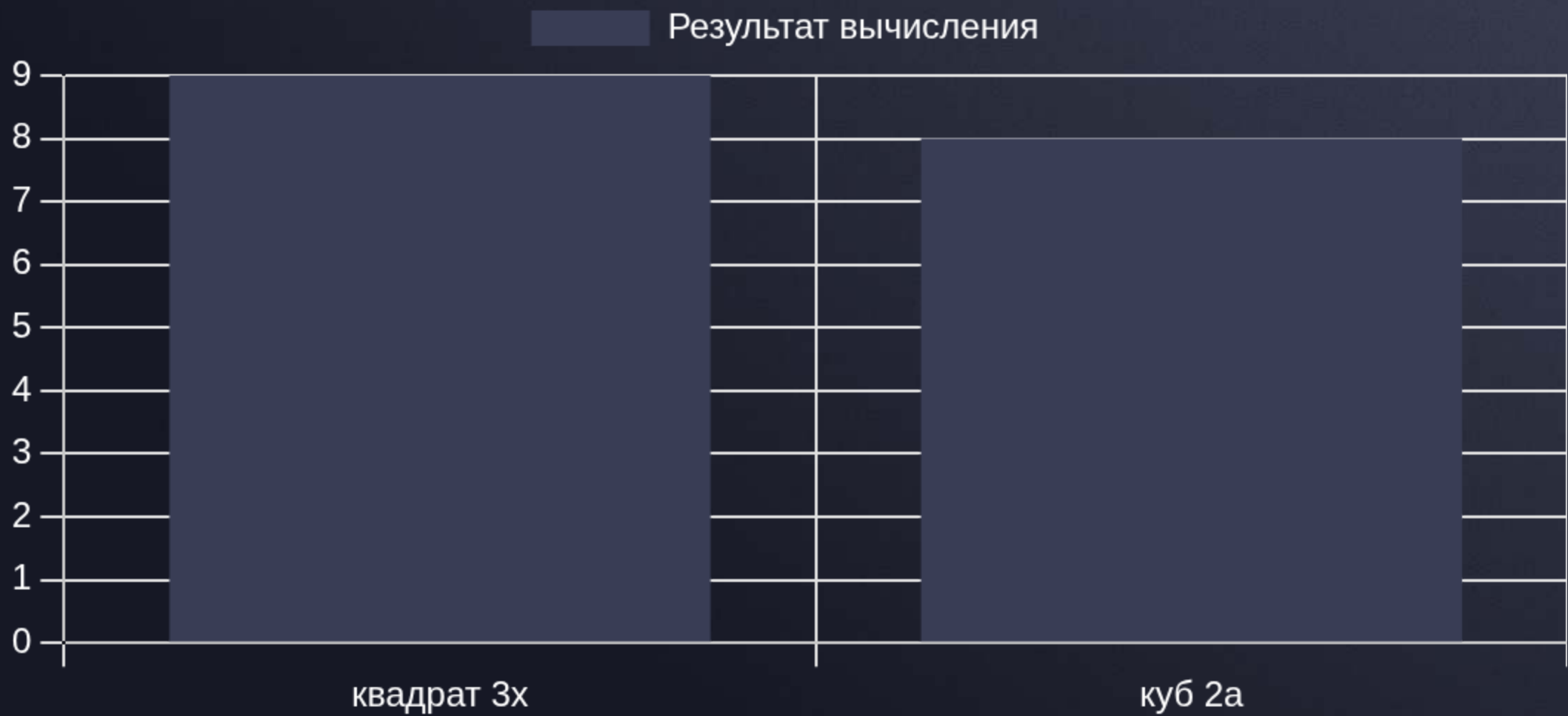
Затем посмотри, объединены ли одинаковые буквы. Если одна и та же переменная встречается несколько раз, её показатели должны быть сложены или умножены по правилу действия.

03

Подставь простые значения

Для быстрой проверки подставь $x = 1$ и $y = 1$. Тогда буквенная часть исчезает, и легче заметить ошибку в вычислениях коэффициента или степени.

Связь с геометрией и практическими задачами



Формулы площади и объёма часто записываются через одночлены, поэтому правила помогают быстро получать ответ без лишних промежуточных действий.

Площадь и объём выражаются через степени, значит умение работать с одночленами нужно не только в алгебре, но и в геометрии.

Школьные формулы площади квадрата и объёма куба; пример по алгебре, 7 класс

Проверь себя на примерах

Перемножение коэффициентов

В выражении $4x \cdot 3x^2$ сначала умножаются числа 4 и 3. Затем одинаковые буквы объединяются, и получается $12x^3$.

Сложение показателей

В примере $-2a^2b \cdot 5ab^3$ важно не забыть про одинаковые буквы a и b . Их показатели складываются, поэтому ответ равен $-10a^3b^4$.

Возведение в степень

В записи $(2 m^3)^2$ степень относится ко всему одночлену. Число 2 возводится в квадрат, а показатель 3 умножается на 2.

Главное, что нужно запомнить

Умножая одночлены, перемножай коэффициенты и объединяй одинаковые буквы. Возводя одночлен в степень, умножай каждый показатель на степень и не забывай про коэффициент.