



Зависимости между величинами: как одни числа связаны с другими

Учимся находить связи между величинами и читать их по числам.

Связи, которые мы видим каждый день

Мы встречаем зависимости в покупках, поездках, измерениях и таблицах. Иногда величины меняются вместе, иногда — в противоположных направлениях. Одну и ту же связь можно показать числом, формулой, таблицей или графиком.



Что такое величина

Можно измерить



Величина — это свойство предмета или явления, которое можно измерить: длину, массу, время, площадь, объём. Для каждой величины выбирают подходящую единицу измерения.

Можно посчитать



Некоторые величины удобно считать: количество предметов, число страниц, сумму покупки. В этом случае значение записывают числом и, если нужно, указывают единицу.

Имеет значение



Одна и та же величина может принимать разные значения: 10 минут, 25 минут, 1 час. Именно по этим изменениям мы замечаем зависимость между данными.

Записывается точно



Важно указывать не только число, но и единицу: 5 см, 2 кг, 15 мин, 120 руб. Без единиц измерения значение величины неполное и может быть понято неверно.

Связана с другими



В задачах величины часто зависят друг от друга: если меняется одна, меняется и другая. Поэтому нужно внимательно следить за тем, какие данные связаны между собой.

Пара величин в одной ситуации

Когда две величины связаны одной ситуацией, они образуют пару: например, количество тетрадей и стоимость покупки или скорость и время в пути.

Такие пары удобно рассматривать на рисунке: ценник, часы, линейка или рулетка помогают сразу увидеть, как изменение одной величины влияет на другую.



Основные виды зависимостей

Вид	Признак	Пример
Прямая	Отношение постоянно	Тетради и цена
Обратная	Постоянно произведение	Рабочие и время
Другая	Нет постоянного правила	Температура и день

Сравним три основных случая связи между величинами.

Главное различие между прямой и обратной пропорциональностью — что остаётся постоянным: отношение или произведение.

Прямая пропорциональность на графике

Все точки образуют прямую линию, поэтому по графику легко продолжать закономерность дальше.

Цена растёт в том же отношении, что и масса: это прямая пропорциональность.

Формула прямой пропорциональности

Прямая пропорциональность записывается формулой $y = kx$. Она показывает, что при увеличении x в несколько раз y увеличивается так же.

Коэффициент k — это постоянное число. Он показывает, сколько единиц одной величины приходится на 1 единицу другой величины в данной ситуации.

Такая запись удобна в задачах про цену товара, путь при постоянной скорости и количество одинаковых предметов в наборах.

Обратная пропорциональность на графике

При добавлении рабочих срок выполнения уменьшается, поэтому точки на графике располагаются не на прямой.

Произведение величин остаётся постоянным, значит, это обратная пропорциональность.

Формула обратной пропорциональности

Обратная пропорциональность записывается формулой $y = k/x$.
Здесь k — постоянное произведение двух величин в одной и той же задаче.

Если известны три значения из таблицы, четвёртое можно найти по формуле. Для этого сначала находят k , а затем подставляют нужное значение.

Эта формула встречается в задачах о скорости и времени, числе людей и времени работы, числе кранов и времени наполнения бака.

Как определить вид зависимости

Порядок проверки связи между двумя величинами

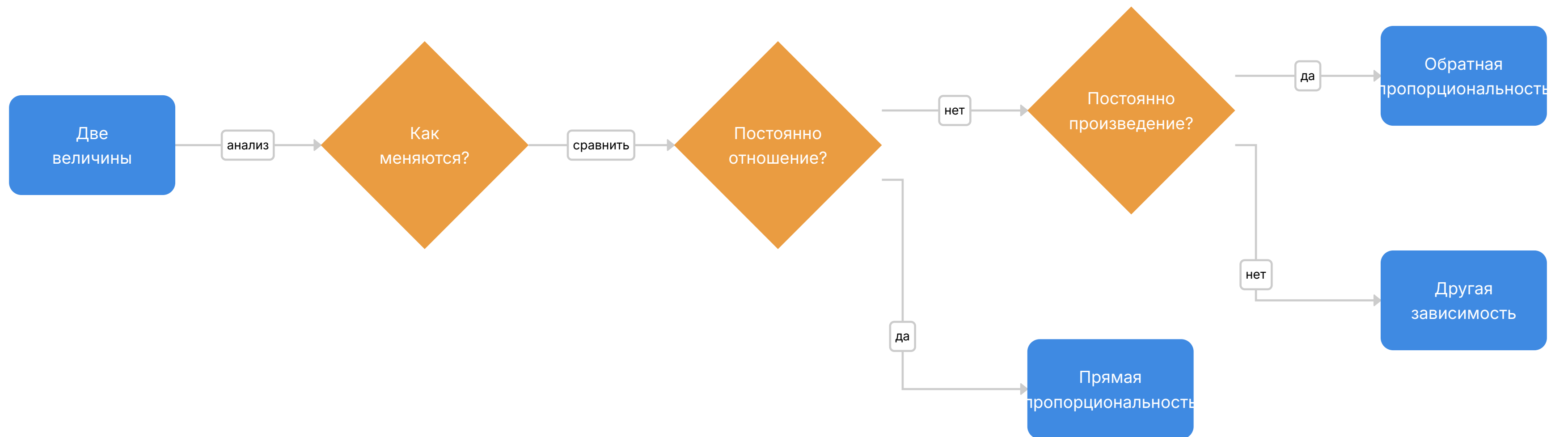


Таблица значений как способ увидеть правило

Таблица помогает увидеть связь между величинами, если записать несколько пар значений. По ней удобно сравнивать, как меняются числа при росте или уменьшении одной из величин.

Когда отношение соответствующих значений остаётся одинаковым, можно говорить о прямой пропорциональности. Таблица сразу показывает, повторяется ли одно и то же число раз.

Если одинаковым остаётся произведение пар значений, связь имеет обратный характер. Это особенно заметно, когда в таблице одна величина уменьшается, а другая возрастает.

Перед построением графика и решением задачи таблица служит опорой для проверки. Она позволяет не угадывать ответ, а видеть закономерность по данным.

График как способ увидеть изменение величин

Как читать координатную плоскость

На графике одну величину откладывают по оси x , другую — по оси y . Так становится видно, как изменяется зависимая величина при изменении независимой.

Что показывает форма линии

По виду линии можно понять характер связи. Прямая показывает постоянное отношение, а кривая помогает заметить обратную пропорциональность и сравнить изменения наглядно.



Сравнение прямой и обратной пропорциональности

Сравним два вида зависимости по главным признакам и по форме графика.

Оба вида зависимости удобно распознавать по проверке нескольких пар значений: для прямой — по отношению, для обратной — по произведению.

Признак	Прямая	Обратная
Связь	отношение постоянно	произведение постоянно
График	прямая	кривая

Задачи на движение

В задачах на движение важны три величины: скорость, время и расстояние. Если движение равномерное, их связывает формула $s = vt$, где путь зависит от скорости и времени.

Если время движения одинаковое, то при увеличении скорости путь возрастает. Это помогает сравнивать поездки, находить неизвестное значение и правильно выбирать формулу для вычислений.

При одинаковом расстоянии более высокая скорость означает меньшее время в пути. Поэтому в таких задачах часто удобно сначала определить, какая величина остаётся постоянной.

Задачи на стоимость и количество

Стоимость покупки зависит от цены одной единицы и числа купленных предметов. Формула $s = ar$ показывает, что общая сумма растёт вместе с количеством товара.

Такие задачи легко проверить смыслом: если каждая вещь стоит одинаково, то добавление ещё одной покупки увеличивает итоговую цену на ту же сумму.

Подобные ситуации встречаются в магазинах и школьных заданиях: тетради, карандаши, билеты, фрукты. Поэтому важно уметь быстро находить стоимость по количеству и цене за единицу.

Стоимость покупки в зависимости от количества

На диаграмме видно, что каждая новая тетрадь добавляет к сумме одинаковую стоимость.

Цена увеличивается равномерно, поэтому связь между количеством тетрадей и общей стоимостью является прямой пропорциональностью.

Типичные ошибки при работе с зависимостями

Одна из частых ошибок — перепутать отношение с произведением. Из-за этого ученик выбирает неверный вид зависимости и получает неправильный ответ.

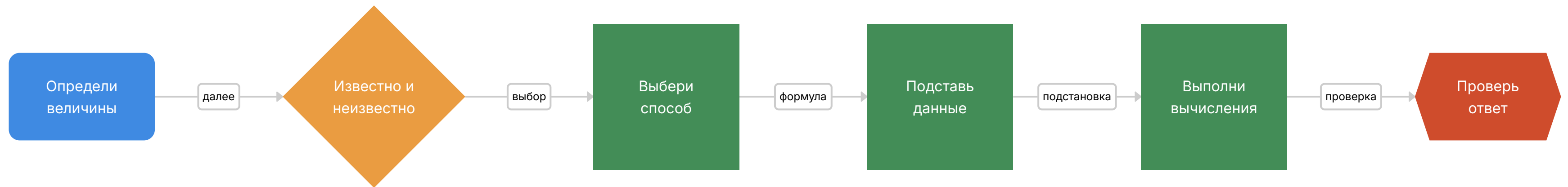
Нельзя забывать о единицах измерения. Если в задаче время дано в часах, а скорость — в километрах в час, итог тоже нужно записывать в согласованных единицах.

Иногда берут числа из таблицы, но не проверяют, что именно остаётся постоянным. Без такой проверки легко ошибиться при определении прямой или обратной связи.

Полезно всегда смотреть на смысл задачи: что увеличивается, что уменьшается и почему. Такая проверка помогает заметить неточности ещё до записи ответа.

Алгоритм решения задачи на зависимость

Последовательность действий помогает выбрать верный способ решения и не пропустить проверку ответа.



Зависимости вокруг нас каждый день

Расписание и время

В расписании уроков время влияет на продолжительность перемен и уроков. Если урок начинается позже, весь день сдвигается по часам, и это удобно отслеживать по таблице или расписанию на стенде.



Маршрут до школы

По дороге на автобусе или пешком школьник замечает связь между скоростью и временем. Чем быстрее движение, тем раньше можно добраться до нужного места, если путь остаётся тем же.



Покупки и рецепты

В магазине и на кухне часто нужны точные расчёты: сколько взять товаров или сколько продуктов положить в рецепт. Здесь помогают таблицы, счёт и простые формулы, чтобы не ошибиться с количеством.



Итог: связи, которые можно посчитать

Зависимости между величинами помогают находить неизвестные числа и понимать, как связаны данные. Таблица, формула и график по-разному показывают одну и ту же закономерность.

