

Уравнения и системы уравнений

Научимся находить неизвестное и проверять ответ.

Почему это важно

Уравнения помогают находить неизвестные числа по данным условия задачи. Системы нужны, когда неизвестных несколько. Эти навыки полезны в покупках, движении, возрасте и геометрии, а ещё учат рассуждать точно и по шагам.



Что такое уравнение

1

Равенство с неизвестным

Уравнение — это равенство, в котором есть неизвестное число, обычно обозначенное буквой. Оно становится верным только при одном или нескольких подходящих значениях переменной.

2

Что значит решить

Решить уравнение — значит найти такие значения переменной, при которых обе части равенства совпадают. Полученный ответ называют корнем уравнения.

3

Проверка обязательна

Даже если ответ найден, его нужно подставить в исходное уравнение. Проверка помогает заметить вычислительную ошибку и убедиться, что найден именно корень.

4

Примеры для 7 класса

На уроках часто встречаются простые записи: $x + 7 = 15$, $3x = 21$, $2(x - 4) = 10$. В них удобно тренировать вычисления и правила преобразований.

Части уравнения и их значение

Левая и правая части

Уравнение всегда имеет левую и правую части, между которыми стоит знак равенства. Именно его нужно сохранять при любых преобразованиях, чтобы не изменить смысл записи.

Где стоит неизвестное

Неизвестное может быть отдельно, входить в сумму, стоять множителем или находиться внутри скобок. От его положения зависит, каким способом удобнее решать уравнение.

Коэффициент и свободный член

Коэффициент показывает, на какое число умножена буква. Свободный член — это число без переменной, которое не зависит от неизвестного и удобно для переноса.

Одинаковые записи

Записи $x + 5 = 12$, $5 + x = 12$ и $12 = x + 5$ обозначают одно и то же равенство. Меняется только порядок частей, а не смысл.

Внимание к форме

Если одна запись выглядит иначе, это не значит, что уравнение стало другим. Важно уметь узнавать одинаковые равенства в разной форме и не путать их.

Какие уравнения чаще встречаются в 7 классе

Диаграмма показывает учебные типы заданий, с которыми чаще работают на уроках алгебры. Это помогает заранее понять, какие приёмы нужно освоить в первую очередь.

Основой темы остаются простые линейные уравнения. Более сложные записи встречаются реже, но требуют особенно аккуратной работы со знаками и порядком действий.

■ Линейные без скобок ■ Со скобками ■ С дробями
■ Текстовые задачи ■ С переменной в обеих частях



Свойства равенства

+ Прибавление одинакового числа

Если к обеим частям равенства прибавить одно и то же число, равенство сохранится. Это свойство помогает переносить слагаемые и собирать неизвестные в одной части уравнения.

× Умножение на одно число

При умножении обеих частей на одно и то же ненулевое число равенство остаётся верным. Это удобно для избавления от дробей и коэффициентов перед переменной.

— Вычитание одинакового числа

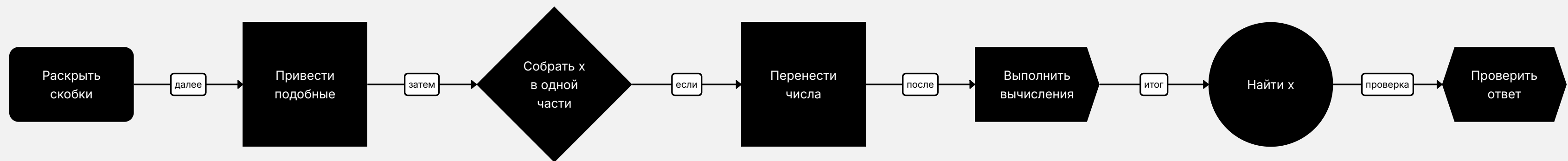
Если из обеих частей вычесть одно и то же число, равенство тоже не изменится. Такой приём часто используют, когда нужно избавиться от лишнего слагаемого.

÷ Деление на одно число

Если обе части разделить на одно и то же ненулевое число, равенство сохранится. Такое преобразование помогает быстро получить значение неизвестного в простых уравнениях.

Алгоритм решения линейного уравнения

Последовательность действий сохраняет равносильность и ведёт к ответу



Типичные ошибки при решении уравнений

Смена знака при переносе

При переносе слагаемого в другую часть часто забывают изменить его знак. Из-за одной такой неточности всё уравнение становится неверным, хотя сама идея решения была правильной.

Ошибки в скобках

Неверное раскрытие скобок встречается особенно часто. Нужно внимательно умножать каждый член внутри скобок и следить за знаком перед ними, иначе ответ получится ошибочным.

Нежелательный ноль

Делить на ноль нельзя ни при решении уравнений, ни при преобразованиях. Если знаменатель может стать нулём, такое действие нужно сразу исключить.

Путаница с дробями

При работе с дробями легко ошибиться в вычислениях, сократить не то или потерять общий знаменатель. Здесь особенно важны аккуратность записи и поэтапная проверка.

Отсутствие проверки

Даже верно найденный ответ нужно подставить обратно. Проверка быстро показывает, допущена ли ошибка в вычислениях, переносе или преобразовании выражений.

Уравнения в школьных задачах



Покупка тетрадей

В магазине задача часто сводится к цене и количеству. Если одна тетрадь стоит x рублей, то пять тетрадей стоят $5x$ рублей. Так можно быстро связать известные данные с неизвестной величиной и составить уравнение для ответа.



Путь до школы

В задачах на движение удобно обозначать неизвестное расстояние или время буквой. Если часть пути уже известна, оставшуюся можно выразить через уравнение и найти по общему расстоянию. Такой способ помогает не теряться в длинном условии.



Запись на доске

На уроке можно увидеть линейку, калькулятор и короткую запись в тетради рядом с условием задачи. Эти предметы напоминают, что уравнение — это не только символы, но и удобный способ описать реальную ситуацию точно и кратко.

Что такое система уравнений

1

Несколько уравнений сразу

Система — это два или больше уравнений, в которых одни и те же неизвестные связаны между собой. Чтобы решить систему, нужно найти значения, подходящие каждому уравнению одновременно.

2

Общий ответ

Решением системы называют не одно число, а пару или другой набор значений. Такой ответ должен удовлетворять всем условиям сразу, иначе система решена неверно.

3

Два неизвестных в 7 классе

Чаще всего рассматривают системы из двух уравнений с двумя переменными. Например, записи $x + y = 10$ и $x - y = 2$ помогают найти два связанных числа.

4

Зачем это нужно

Система полезна, когда одно равенство не даёт полного ответа. Она позволяет описывать задачи на покупки, движение и совместную работу, где неизвестные связаны между собой.

Способы решения систем уравнений

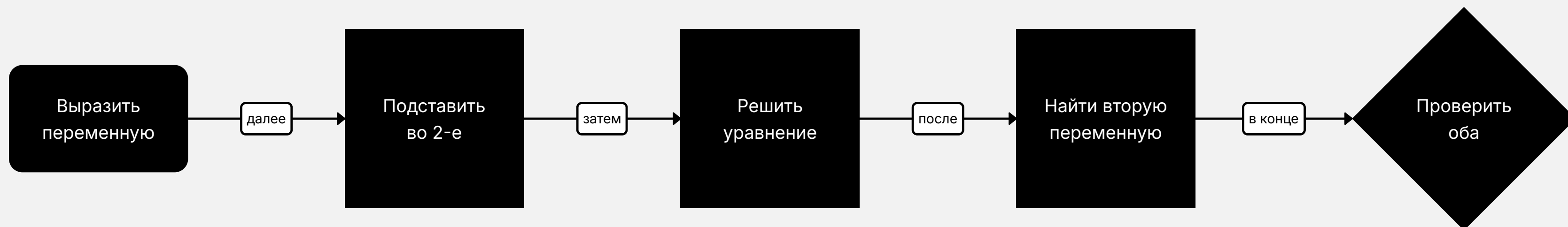
Способ выбирают по виду уравнений и тому, насколько удобно убрать неизвестные или построить график.

Подстановка и сложение удобны для вычислений, а графический способ помогает увидеть число решений.

Способ	Идея	Когда удобно	Результат
Подстановка	Выразить переменную	Есть готовое выражение	Одно уравнение
Сложение	Сократить переменную	Противоп. коэффициенты	Одно неизвестное
Графический	Построить прямые	Нужна наглядность	Точка пересечения

Алгоритм метода подстановки

Последовательность действий при решении системы подстановкой.



Метод сложения

Подготовка

Записывают систему так, чтобы коэффициенты при одной переменной были удобны для сложения или вычитания.

Ответ и проверка

Находят вторую переменную и обязательно подставляют пару значений в оба исходных уравнения.

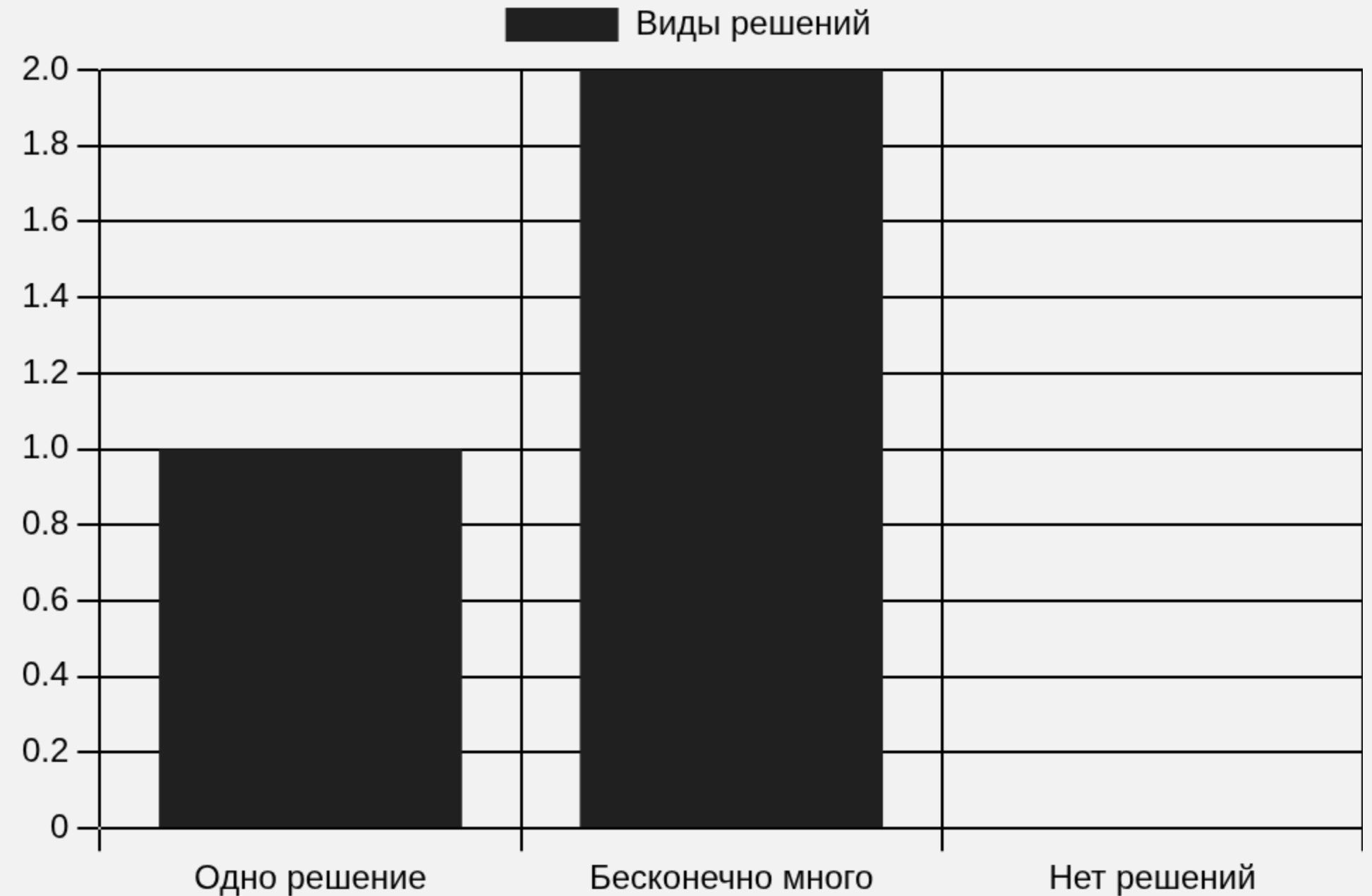
Устранение переменной

Складывают или вычитают уравнения и получают одно уравнение с одной переменной.

Какие решения бывают у системы

Число решений связано с взаимным положением двух прямых: пересечение, совпадение или параллельность.

По графику сразу видно, есть ли у системы одно решение, бесконечно много решений или их нет.



Графический смысл системы

Каждое уравнение — прямая

Линейное уравнение с двумя переменными задаёт прямую на координатной плоскости. Для системы строят обе прямые и ищут их общую точку, если она существует.

Одна точка пересечения

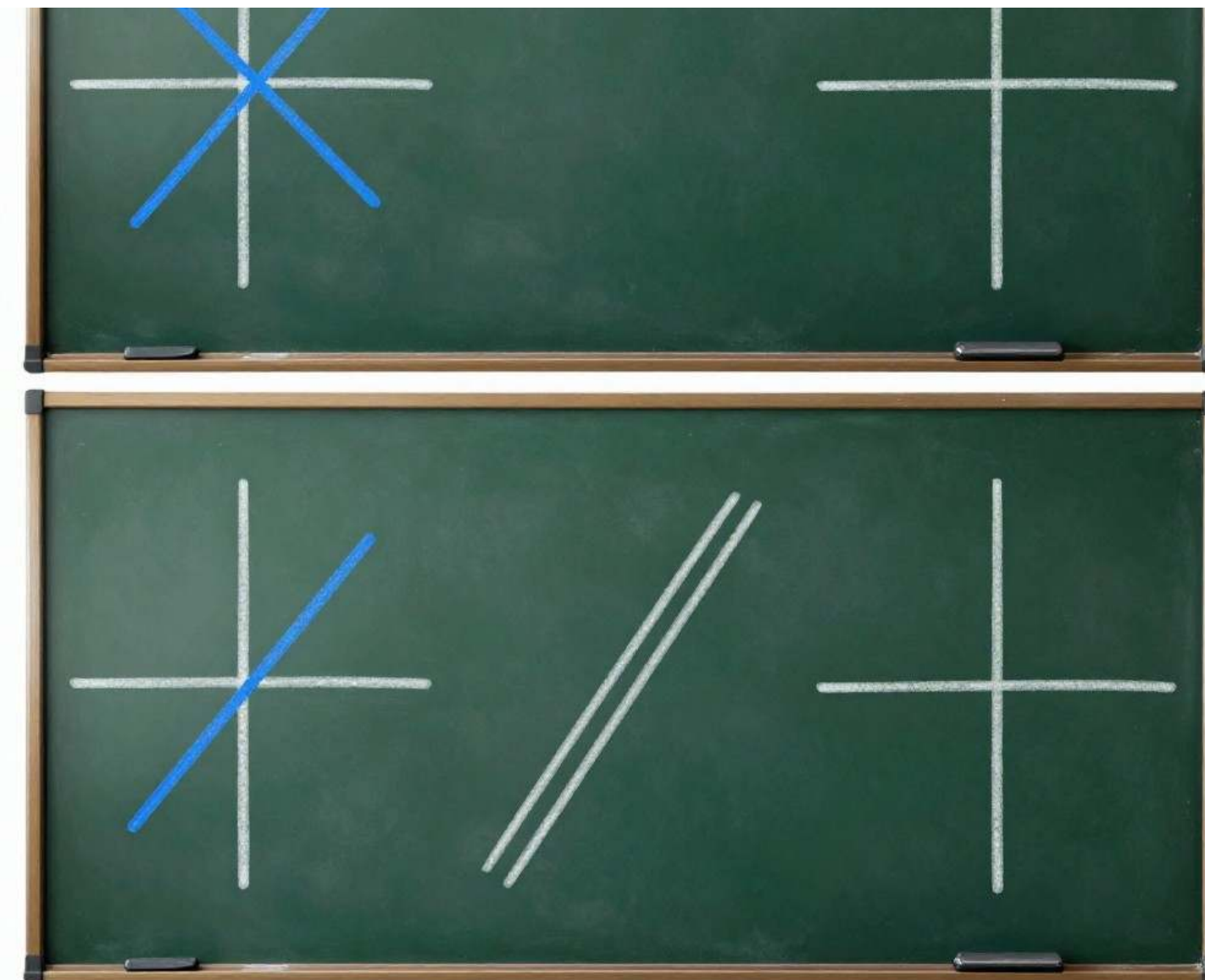
Если прямые пересекаются в одной точке, система имеет единственное решение. Координаты этой точки и есть подходящая пара значений для обеих переменных.

Совпадение прямых

Когда прямые совпадают, все их точки общие. Это означает бесконечно много решений: каждое из них удовлетворяет обоим уравнениям одновременно.

Параллельные прямые

Если прямые параллельны, они не пересекаются. Тогда общих точек нет, а система не имеет решений, хотя каждое уравнение отдельно остаётся верным.



Системы уравнений в жизненных задачах



Цена и количество

Если известны общая стоимость и число предметов, систему удобно составить по двум условиям: сколько всего купили и сколько заплатили.



Скорость и время

При задачах на движение одно уравнение выражает пройденный путь, а другое — связь скорости, времени и расстояния для каждого участника.



Возраст

В задачах про возраст система показывает, как связаны возраста двух людей сейчас и несколько лет назад или в будущем.



Смешивание

При смешивании растворов или составлении смесей система помогает учесть общий объём и количество каждого компонента по отдельности.



Совместная работа

Если несколько людей выполняют одну работу, система позволяет связать их производительность, время работы и общий результат без лишних предположений.

Уравнение и система: в чем разница

Объект	Неизв.	Ур-ний	Пример	Ответ
Уравнение	1	1	$x+6=15$	$x=9$
Система	2	2	$x+y=10$	$x=6, y=4$

Оба вида записей помогают находить неизвестные, но число переменных и форма ответа у них различаются.

Уравнение даёт одно число, а система — пару значений, поэтому для них используют разные способы записи ответа.

Проверка решений

1

Подставьте ответ

После нахождения корня или пары значений подставьте их в исходную запись. Это самый простой способ убедиться, что решение не содержит ошибки.

2

Проверьте оба уравнения

Для системы мало проверить только одно уравнение. Пара чисел должна подходить каждому уравнению одновременно, иначе ответ неверен.

3

Будьте внимательны

Особенно часто ошибки появляются после работы со скобками, дробями, отрицательными числами и переносом слагаемых. Проверка помогает их вовремя заметить.

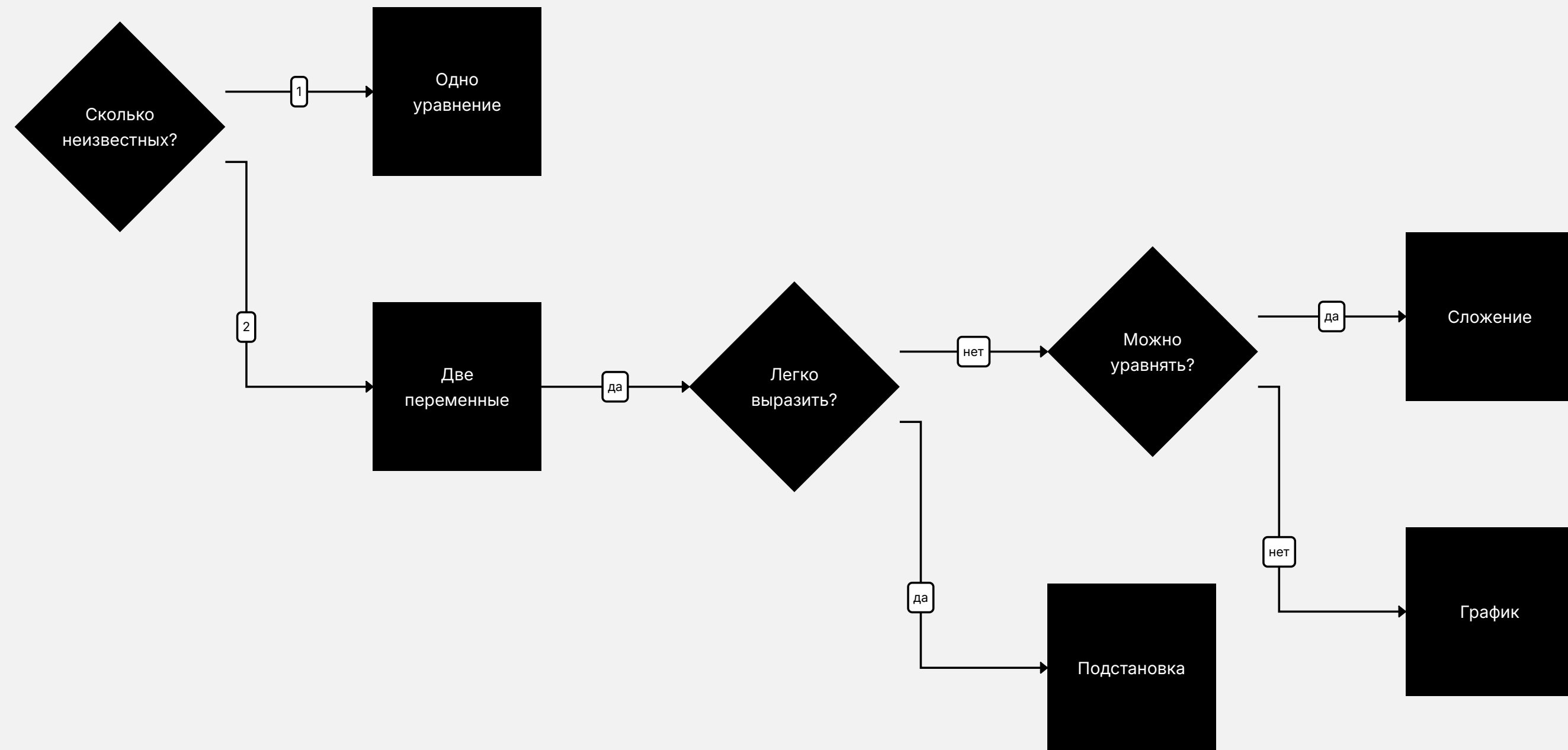
4

Сделайте вывод

Если равенство выполняется, ответ верный. Если нет, нужно вернуться к вычислениям и найти, на каком шаге возникла неточность.

Как выбрать способ решения

Выбор зависит от числа неизвестных и удобства преобразований.



Что важно запомнить

Уравнения и системы уравнений помогают находить неизвестные числа разными способами. В 7 классе особенно важны аккуратные преобразования, проверка ответа и умение выбрать подходящий метод решения.