

Арифметическая прогрессия: закономерность в числах



Постоянный шаг в числах помогает решать задачи быстро и точно.

Зачем изучать арифметическую прогрессию

Эта тема учит находить нужный член последовательности, считать сумму и составлять уравнения по условию. Она встречается в задачах про деньги, шаги, расстояния и изменения величин в жизни.



Что называют арифметической прогрессией

Постоянная разность

Арифметическая прогрессия — это последовательность, где каждый следующий член отличается от предыдущего на одно и то же число. Это число называют разностью прогрессии и обозначают d .

Примеры последовательностей

К таким последовательностям относятся, например, 2, 5, 8, 11; 20, 17, 14, 11; 7, 7, 7, 7. Во всех случаях шаг между соседними членами остаётся одинаковым.

Разные знаки d

Разность может быть положительной, отрицательной или равной нулю. От её знака зависит, будет ли последовательность расти, убывать или оставаться неизменной.

Главный признак

Чтобы узнать, является ли последовательность арифметической, достаточно проверить разности между соседними числами. Если они одинаковы, последовательность подходит под это определение.

Как изменяются члены арифметической прогрессии

Номера членов растут на единицу, а значения — на одинаковый шаг. Это удобно видеть на графике последовательности.

Равные приращения между точками подтверждают постоянную разность, а наклон линии показывает направление изменения.

Последовательность 3, 7, 11, 15, 19 из условия слайда

Основные обозначения и формулы

Обозначение	Что значит	Формула
a_1	первый член	—
a_n	n-й член	$a_n = a_1 + (n-1)d$
d	разность	—
S_n	сумма первых n	$S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$

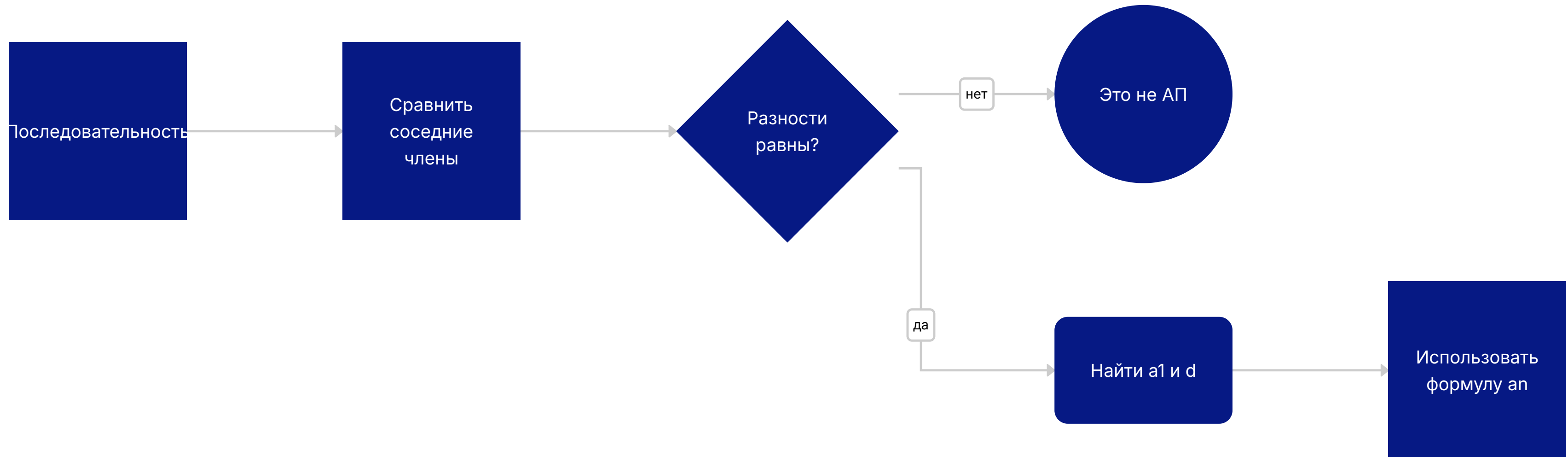
Основные формулы темы «Арифметическая прогрессия»

Таблица помогает быстро вспомнить, что означает каждое обозначение и как записываются основные формулы темы.

Формула n-го члена позволяет сразу находить нужный элемент, не выписывая всю последовательность.

Как распознать арифметическую прогрессию

Проверка последовательности по соседним членам и постоянству разности



Разность прогрессии и её значение

1. d больше нуля

Если разность положительная, каждый следующий член больше предыдущего. Такая прогрессия называется возрастающей, например 4, 9, 14, 19.

2. d меньше нуля

При отрицательной разности последовательность убывает, потому что каждый новый член становится меньше предыдущего. Пример: 30, 26, 22, 18.

3. d равно нулю

Когда разность равна нулю, все члены одинаковы. Это тоже арифметическая прогрессия, только без роста и без уменьшения, например 5, 5, 5, 5.



Арифметическая прогрессия в жизни

Шаги и тренировки

Если каждую неделю прибавлять одинаковое число шагов, получается последовательность с постоянной разностью. Так удобно отслеживать личный прогресс и ставить реалистичную цель.

Очки и баллы

В играх и учебных заданиях количество очков иногда увеличивается равномерно. Тогда можно заранее понять, сколько будет после нескольких раундов или туров.

Места в ряду

Одинаковые промежутки между местами в школьном ряду тоже напоминают прогрессию. Здесь важно не число предметов, а регулярность изменения положения.

Накопления

Если откладывать деньги по заранее выбранному плану и увеличивать сумму каждый раз на один и тот же размер, получается понятная модель накопления.

Виды арифметической прогрессии по знаку разности

Знак разности определяет направление изменения последовательности, а пример помогает быстрее запомнить каждый тип.

Положительное, отрицательное и нулевое значение d полностью задают характер прогрессии.

Примеры последовательностей из условия слайда

100-й член

**можно найти
по формуле,
не выписывая все
предыдущие значения.**

Формула $a_n = a_1 + (n-1)d$ особенно полезна для далёких членов последовательности: она экономит время и уменьшает число вычислений.

Формула арифметической прогрессии из школьного курса алгебры

Примеры вычисления n-го члена

Дано	Формула	Ответ
$a_1=5, d=3, n=4$	$a_4=5+(4-1) \cdot 3$	$a_4=14$
$a_1=20, d=-2, n=6$	$a_6=20+(6-1) \cdot (-2)$	$a_6=10$
$a_1=7, d=0, n=8$	$a_8=7+(8-1) \cdot 0$	$a_8=7$

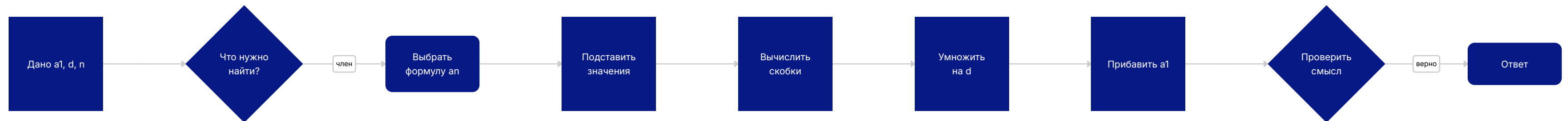
Формула n-го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Три примера показывают, как по одной формуле находить нужный член прогрессии при разной разности и разных номерах.

Во всех случаях используется один и тот же способ вычисления; меняются только a_1 , d и n .

Как найти n -й член по данным задачи

Алгоритм решения стандартной задачи на арифметическую прогрессию по известным a_1 , d и n .



Сумма первых n членов арифметической прогрессии

1. Формула суммы

Сумму первых n членов удобно находить по формуле $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$. Она позволяет избежать длинного последовательного сложения и сразу использовать первый и последний члены ряда.

2. Вторая запись

Если известны только a_1 , d и n , применяют формулу $S_n = (2a_1 + (n-1)d) \cdot n / 2$. Она особенно полезна в задачах, где последний член еще не вычислен отдельно.

3. Почему это удобно

Обе формулы экономят время и уменьшают риск ошибки, когда членов много. Вместо длинных вычислений достаточно подставить данные и аккуратно выполнить несколько действий по порядку.

Как растёт сумма первых членов

Диаграмма показывает сумму одной и той же прогрессии при разном числе слагаемых. Чем больше членов включено, тем заметнее увеличивается итог.

Рост суммы ускоряется, потому что к каждому новому шагу добавляются новые члены прогрессии.

Расчет по формуле S_n для прогрессии 3, 5 и 10 членов.

Распространённые ошибки при решении задач

Ошибка	Как правильно	Коротко
Неверный знак d	Определить по изменению	Рост или убывание
Потеряна скобка	Писать $(n-1)d$	Сначала скобки
Не тот член для суммы	Брать a_n или формулу	Проверить условие

Типичные ошибки при решении задач на арифметическую прогрессию в школьном курсе алгебры.

Таблица помогает быстро увидеть типичные неточности и сразу заменить их правильным действием или записью.

Большинство ошибок связано не с идеей, а с аккуратностью записи и подстановки формул.

Задача о накоплениях и карманных деньгах

Равномерная прибавка

Если каждый день откладывать на 2 рубля больше, чем в предыдущий, получается последовательность 2, 4, 6, 8, 10... Здесь изменение одинаково, значит, это арифметическая прогрессия.

Связь с бюджетом

Такая модель помогает планировать карманные деньги и небольшие накопления. Ребёнок видит, как постепенно растёт сумма, если каждый день или неделю откладывать немного больше.

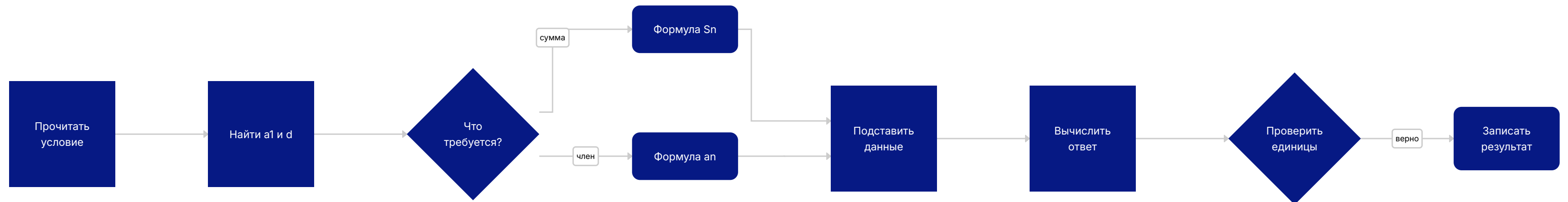
Понятная наглядность

Копилка, монеты или купюры хорошо показывают идею последовательного увеличения. Это делает задачу понятной даже без сложных вычислений и помогает связать алгебру с реальной жизнью.



Алгоритм решения текстовой задачи на арифметическую прогрессию

Последовательность действий для задач о деньгах, шагах, расстояниях, баллах и календарных периодах.



Задачи повышенной сложности на арифметическую прогрессию

Неизвестный параметр

В заданиях могут быть неизвестны a_1 , d или n . Тогда нужно внимательно выделить данные, составить уравнение и проверить, подходит ли найденное значение по смыслу условия.

Уравнение по формуле

Если известен любой член прогрессии, используют формулу $a_n = a_1 + (n-1)d$. Из нее удобно выразить неизвестное и решить задачу как обычное линейное уравнение.

Две формулы сразу

Иногда требуется найти и член прогрессии, и сумму. В таких случаях сначала определяют нужный член, а затем подставляют его в формулу суммы.

Главная проверка

Основной признак правильного решения — постоянная разность между соседними членами. Если разность не сохраняется, условие или вычисления нужно пересмотреть.

Мини-справка по теме

Понятие	Запись	Смысл
Признак	$a_n - a_{n-1} = d$	Разность постоянна
Формула	$a_n = a_1 + (n-1)d$	Найти любой член
Сумма	$S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$	Сложить первые n



Краткая таблица объединяет основные определения, формулы и признаки, чтобы быстро повторить всю тему перед самостоятельной работой.

Тема сводится к трём ключевым идеям: постоянная разность, формула члена и формула суммы.

Арифметическая прогрессия: коротко о главном

Арифметическая прогрессия помогает описывать последовательности с постоянным изменением, находить любой член и сумму первых n членов. Эти знания полезны в задачах и учат замечать закономерности в числах.