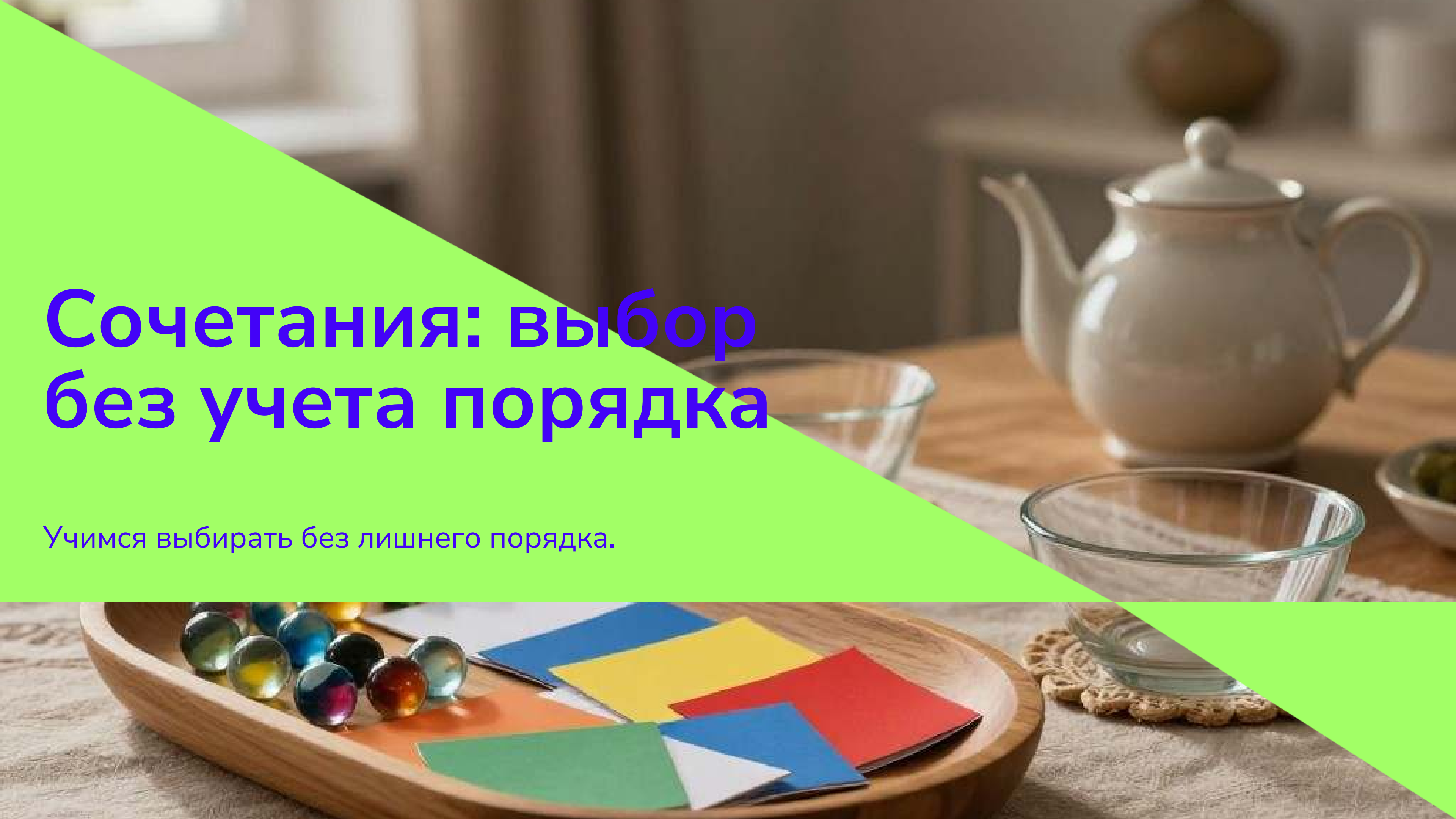


Сочетания: выбор без учета порядка

Учимся выбирать без лишнего порядка.



Где встречаются сочетания

Сочетания помогают считать варианты выбора в реальных ситуациях: команда, книги, ингредиенты, призы. В математике это основа комбинаторики, факториалов и задач на вероятность.



Определение сочетания



Выбор без порядка

Сочетание — это набор элементов, где важно только, какие объекты выбраны. Порядок записи не влияет на результат, поэтому $\{A, B\}$ и $\{B, A\}$ одинаковы.



Смысл понятия

Если после перестановки элементов состав набора не меняется, речь идет о сочетании. Такой подход удобен для задач, где требуется выбрать группу, а не расположить ее по местам.



Обозначения n и k

Полное количество объектов обозначают n , а число выбранных — k . Эти параметры помогают точно записать задачу и подобрать нужную формулу для вычисления числа вариантов.

10

получается при выборе 2 элементов из 5.

Формула сочетаний: $C(n, k) = n! / (k! (n-k)!)$

Формула сочетаний позволяет быстро находить число вариантов выбора без повторений и без учета порядка. Она превращает длинный перебор в одно вычисление.



Примеры значений $C(n, k)$

Таблица показывает несколько расчетов по формуле сочетаний и помогает увидеть симметрию значений в одной строке.

Значения растут при увеличении k до середины строки, а затем повторяются симметрично: $C(n, k) = C(n, n-k)$.

Формула $C(n, k) = n! / (k! (n-k)!)$

n	k	$C(n, k)$
5	1	5
5	2	10
6	3	20
8	4	70



Наглядный пример: выбор фруктов

Исходный набор



Есть пять фруктов: яблоко, груша, банан, апельсин и слива. Нужно выбрать любые два, не повторяя один и тот же фрукт в паре.

Сколько пар получится



Если не учитывать порядок, вариантов выбора получается десять. Пара яблоко–груша считается такой же, как груша–яблоко, поэтому эти записи не разделяются.

Почему это сочетание

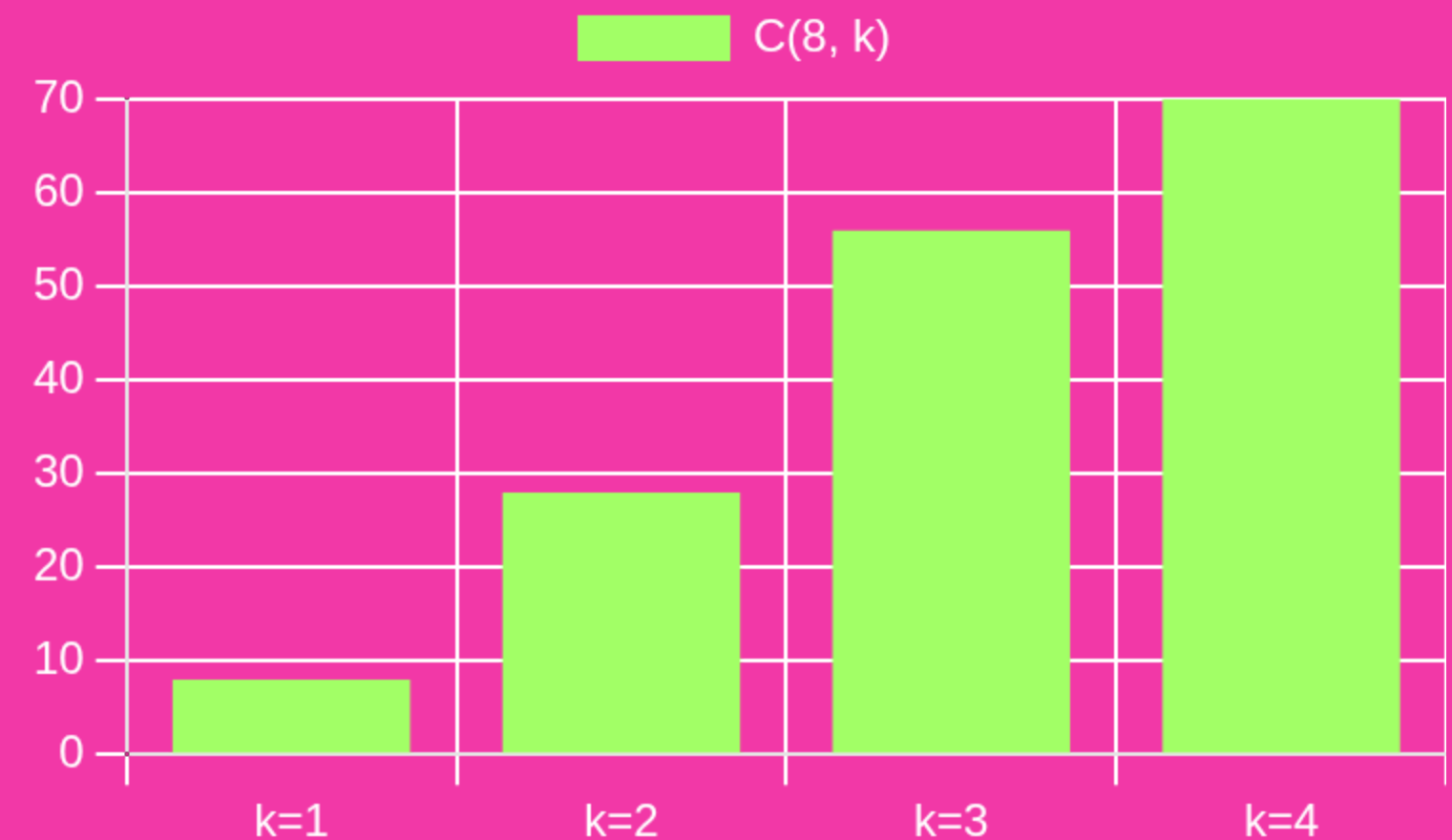


В задаче важен только состав выбранной пары. Именно поэтому здесь применяют сочетания, а не перестановки: порядок перечисления фруктов ничего не меняет.

Как быстро растёт число сочетаний

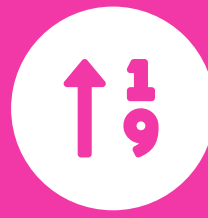
➤ Даже для одного и того же n значения заметно увеличиваются к середине строки, поэтому полный перебор быстро становится неудобным.

➤ Число сочетаний растёт очень быстро, а наибольшее значение в строке обычно находится около середины.



Вычисления по формуле $C(n, k) = n! / (k! (n-k)!)$, $n=8$

Чем сочетания отличаются от перестановок



Порядок важен

В перестановках ABC и ACB считаются разными вариантами, потому что изменение мест элементов меняет ответ. Здесь важно не только множество объектов, но и их расположение.



Порядок не важен

В сочетаниях ABC и ACB дают один и тот же результат, если состав набора одинаков. Для ответа имеет значение только выбор объектов, а не их последовательность.



Главный вопрос

Чтобы выбрать формулу, сначала нужно понять, изменится ли ответ при перестановке элементов местами. Если нет, задача относится к сочетаниям; если да — к перестановкам.

Связь сочетаний с размещениями

01

Сначала смотрим на порядок

Размещения подходят тогда, когда выбирают k объектов из n и порядок уже имеет значение. Если последовательность важна, сочетание использовать нельзя.

02

Проверяем условие задачи

Если после выбора объектов их еще нужно расставить по местам, задача меняет тип. В таком случае требуется формула размещений или перестановок, а не сочетаний.

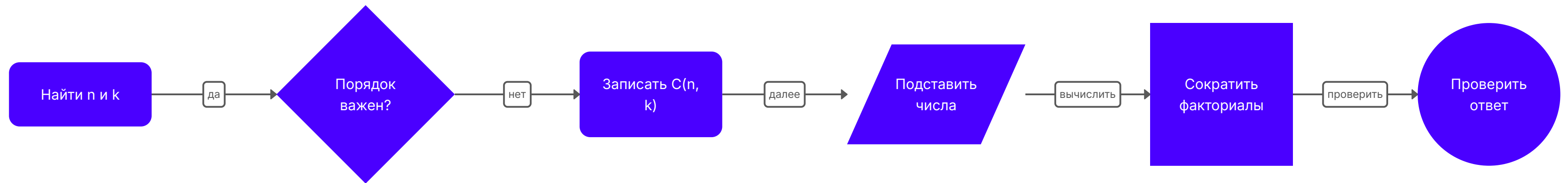
03

Запоминаем различие

Сочетания отвечают на вопрос «что выбрали?», а размещения — на вопрос «в каком порядке расположили?». Это простое различие помогает не перепутать формулы.

Алгоритм решения задачи на сочетания

Пошаговая схема выбора формулы и вычисления ответа.



4

невыбранных учеников из тех же 6 дают тот же результат, что и выбор 2 учеников.

Свойство сочетаний $C(n, k) = C(n, n-k)$

Число способов совпадает для пар «выбрать» и «не выбрать»: это ускоряет вычисления и помогает быстро проверять ответ.



Треугольник Паскаля и коэффициенты сочетаний

Строка	Числа
1	1
2	1 1
3	1 2 1
4	1 3 3 1
5	1 4 6 4 1



Строки треугольника Паскаля совпадают с коэффициентами сочетаний и показывают их закономерность.



Каждое внутреннее число равно сумме двух чисел над ним, а симметрия строк отражает свойство сочетаний.

Треугольник Паскаля; коэффициенты $C(n, k)$

Как сочетания помогают в школьных ситуациях



Команда на соревнование

Нужно выбрать ребят для команды так, чтобы важен был только состав, а не порядок фамилий в списке. Именно поэтому здесь удобно считать сочетания: один и тот же набор учеников даёт один вариант.



Меню для проекта

Когда ученик подбирает книги, фильмы или начинку для пиццы, он собирает набор из нескольких элементов. Если заменить местами два выбранных пункта, итог не меняется, значит задача решается через сочетания.



Игры и призы

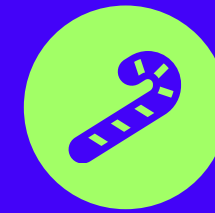
В заданиях с призами, карточками или жетонами тоже часто нужен только набор выигравших объектов. Математика помогает заранее понять, сколько разных комплектов можно получить без учёта порядка выбора.

Когда один объект можно выбрать несколько раз



Повторение возможно

Если один и тот же предмет можно взять снова, обычная формула сочетаний уже не подходит. Важно учитывать не только выбор, но и допустимое число одинаковых элементов.



Примеры из жизни

Так бывает при выборе одинаковых конфет, шариков одного цвета или повторяющихся символов в коде. В таких задачах набор может содержать одинаковые элементы.



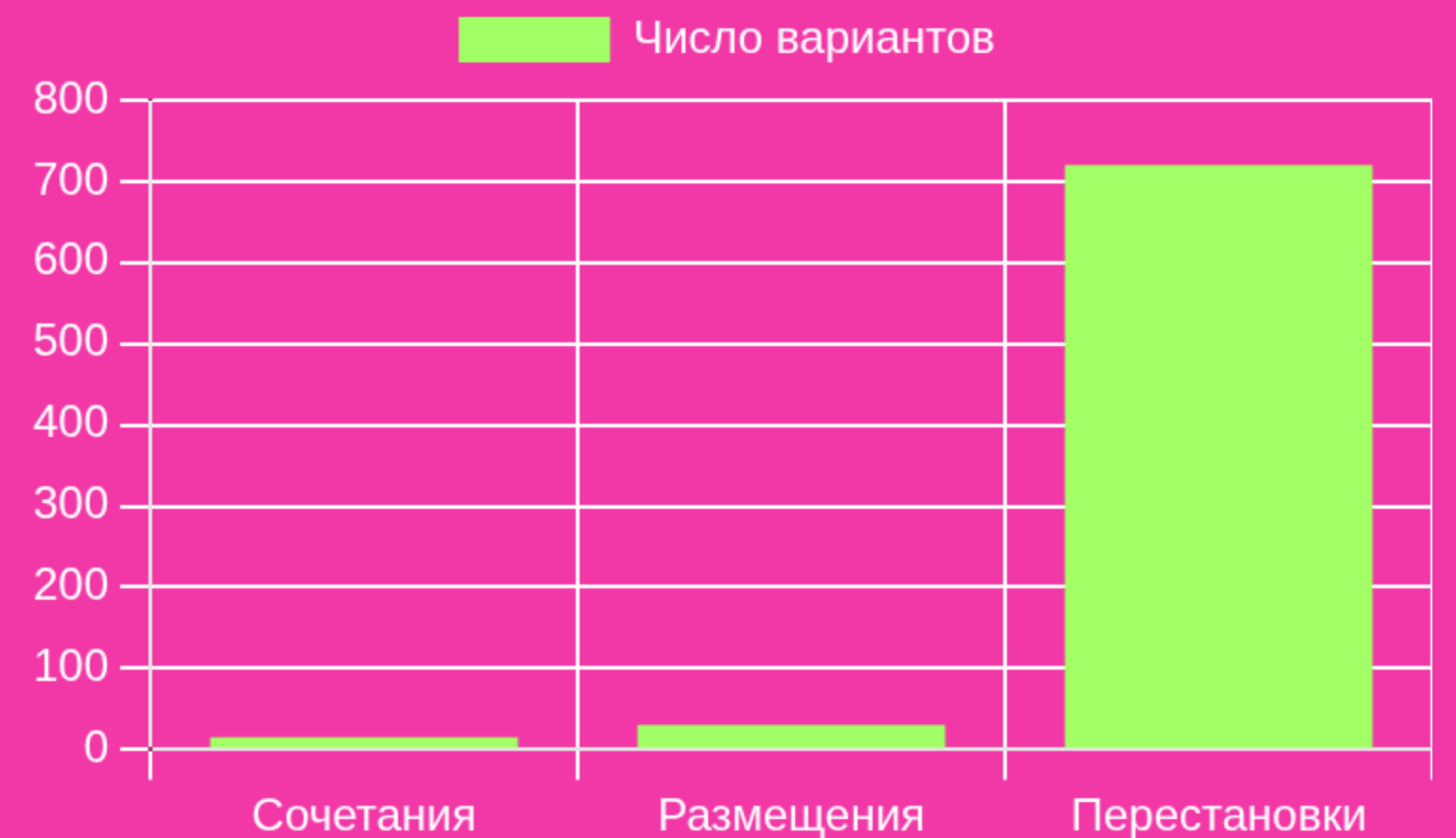
Нужна другая формула

Сочетания с повторениями считают по особому правилу, отличному от $C(n, k)$. Поэтому сначала нужно внимательно прочитать условие и понять, разрешены ли повторения.

Сравнение числа вариантов в разных случаях

➤ Даже при одинаковых n и k разные правила подсчёта дают очень разные ответы.

➤ Учёт порядка резко увеличивает число вариантов: перестановки дают самый большой результат, сочетания — самый компактный.



Вычисления для $n=6$, $k=2$ по формулам сочетаний, размещений и перестановок

Типичные ошибки при решении задач



Путают формулы

Часто выбирают формулу перестановок вместо сочетаний. Проверьте главный вопрос: меняется ли ответ, если переставить выбранные элементы местами.



Забывают частные случаи

Значение $C(n, 0)=1$ часто пропускают, хотя выбрать ничего — это тоже один способ. Такой случай помогает понять смысл формулы.



Ошибаются в подстановке

Неверно записанные n и k сразу ведут к неправильному результату. Полезно сначала выписать, что именно означает каждое число в условии.



Считают порядок лишним

Один и тот же набор элементов иногда записывают в разном порядке и ошибочно считают разными ответами. В сочетаниях порядок не влияет на результат.

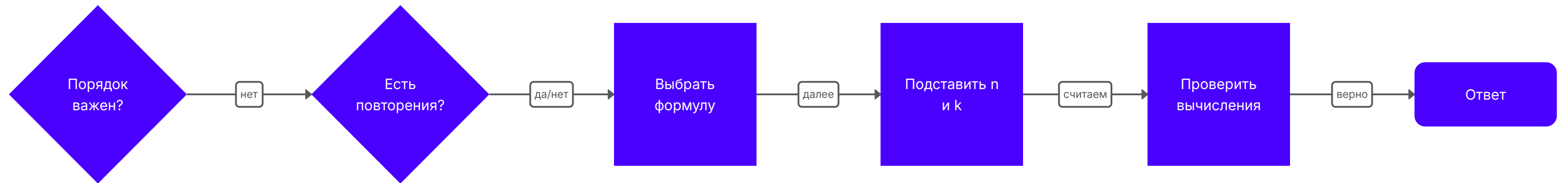


Сокращают неаккуратно

При работе с факториалами легко потерять множитель или сократить лишнее. Лучше выполнять вычисления по шагам и не перепрыгивать через выражения.

Как проверить решение задачи на сочетания

Алгоритм проверки основан на признаках задачи и последовательной сверке вычислений.



Мини-практика по теме сочетаний

Короткие задания помогают быстро проверить, умеешь ли ты применять формулу $C(n, k)$ в простых случаях.

Во всех примерах используется один и тот же принцип: важен только состав выбранной группы, а не порядок элементов.

Вычисления по формуле $C(n, k)$

Задача	Ответ
$4 \rightarrow 2$	6
$5 \rightarrow 3$	10
$7 \rightarrow 1$	7
$6 \rightarrow 4$	15

Сочетания в задачах на вероятность



Шары из мешка

Если нужно найти вероятность вытащить нужные шары, сначала считают все возможные наборы выбора. Затем определяют, сколько из них подходят по условию, и сравнивают эти числа.



Карточки и лотереи

В играх с карточками или лотерейными билетами важен именно набор удачных элементов. Сочетания помогают посчитать благоприятные исходы без лишнего перечисления одинаковых по составу вариантов.

Что важно запомнить о сочетаниях

Сочетания считают выбор без учёта порядка. Если правильно определить условие, формула $C(n, k)$ помогает решать задачи, видеть связь с Паскалем и находить вероятность.