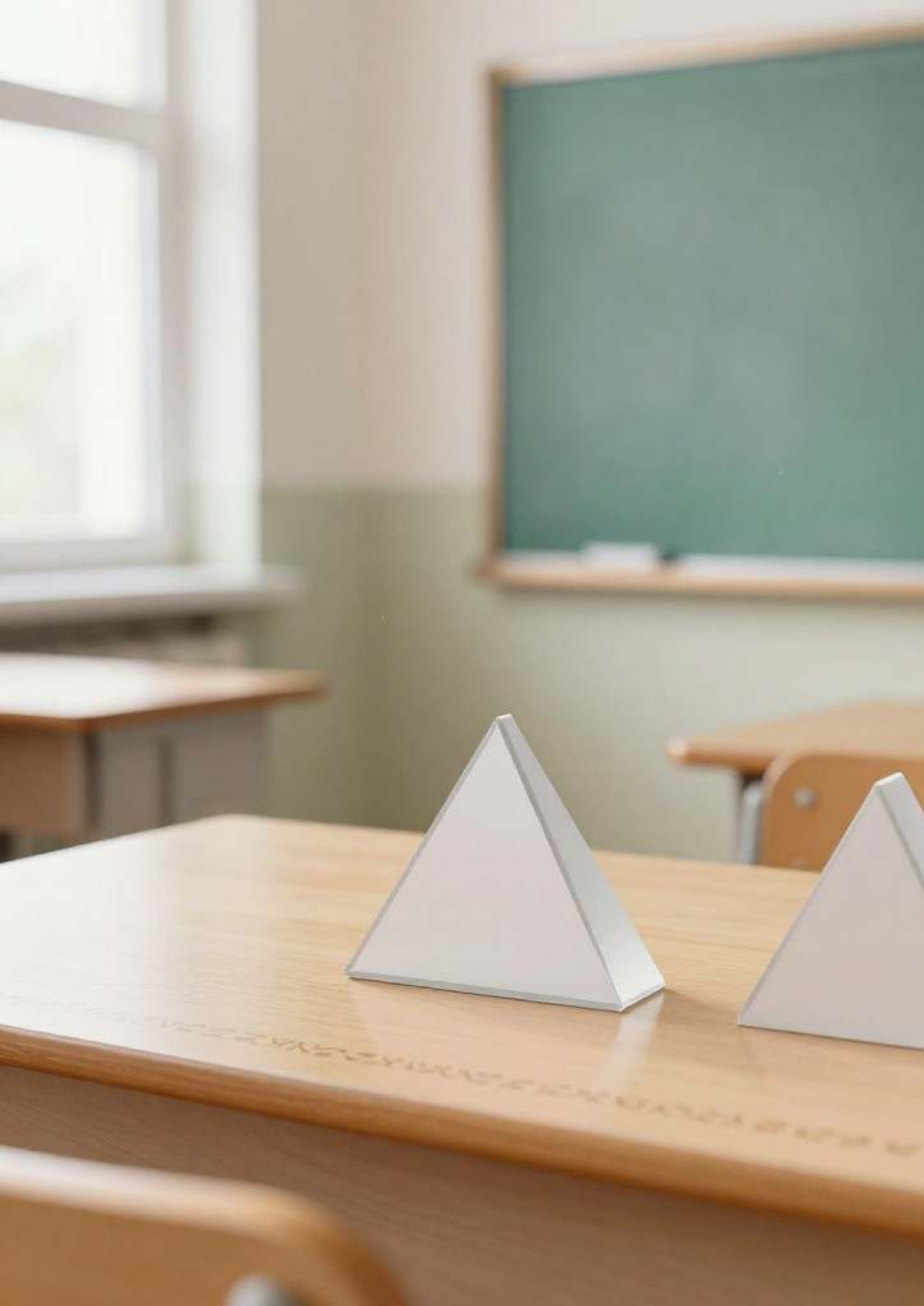




Движение в геометрии: преобразования фигур

Сохраняем форму, длины и углы при точном преобразовании фигуры.



Как движения помогают понимать геометрию

Движения позволяют сравнивать фигуры без лишних измерений, быстро замечать равенство и строить аккуратные чертежи. Они особенно полезны при изучении треугольников, симметрии и координатной плоскости в 9 классе.



Свойства движения



1 Единственный образ точки

Каждая точка исходной фигуры при движении переходит только в одну точку образа. Это делает преобразование однозначным и позволяет точно сопоставлять элементы фигур.

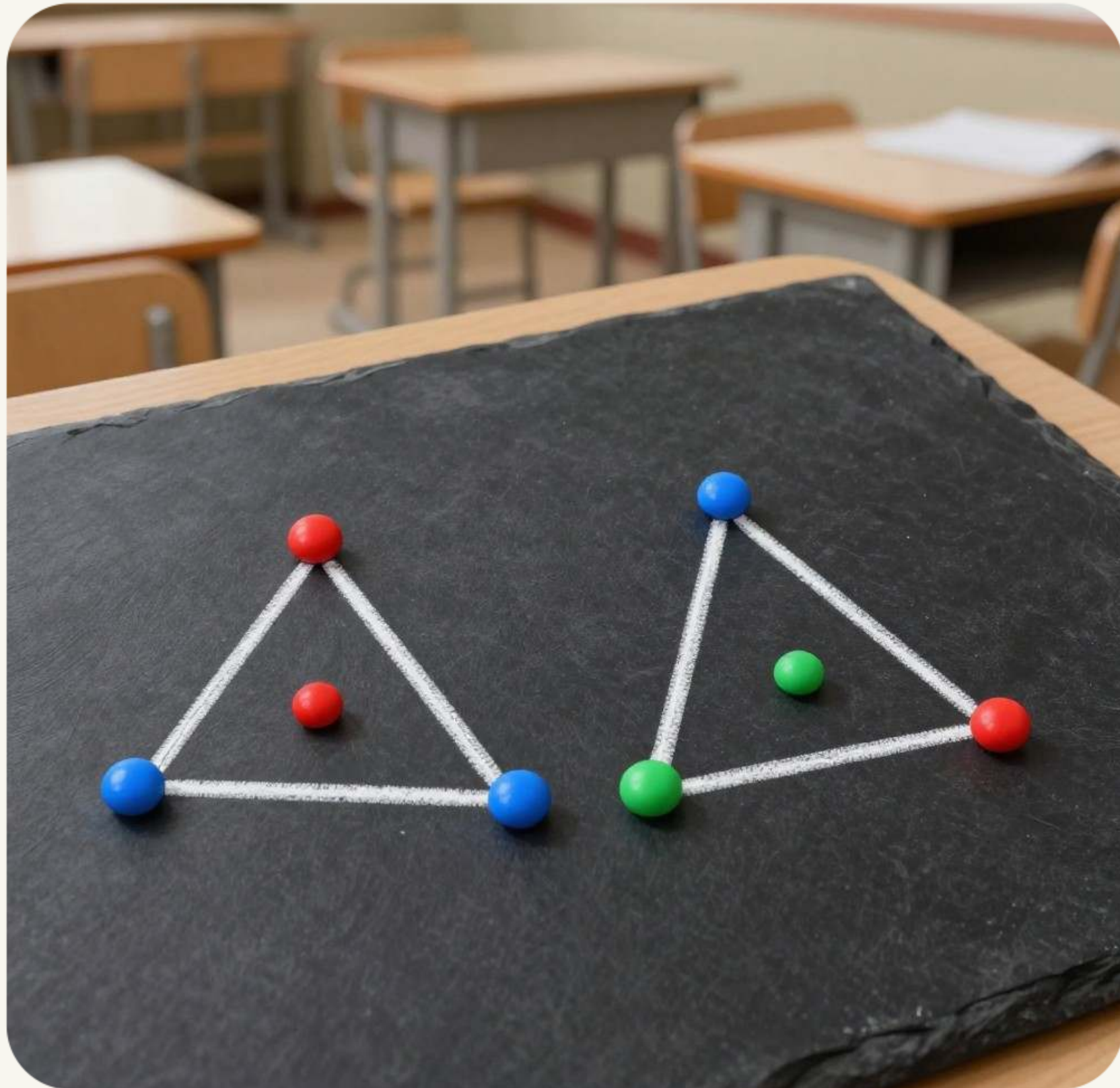
2 Сохранение расстояний

Если точки A и B переходят в A' и B' , то отрезок $A'B'$ равен AB . Значит, размеры фигуры не меняются, а сама фигура остаётся равной исходной.

3 Сохранение углов

При движении углы между соответствующими сторонами сохраняются. Поэтому форма фигуры не искажается, а её образ можно использовать как полноценную копию для доказательств и построений.

Точка, образ и соответствие точек



● Преобраз и образ

Исходная фигура называется прообразом, а результат преобразования — образом. Такое разделение помогает ясно описывать, откуда берётся фигура и что именно получилось после движения.

● Парное обозначение

Соответствующие точки записывают парами: A и A' , B и B' , C и C' . Это удобно, потому что сразу видно, какие элементы относятся друг к другу.

● Сохранение структуры

Соответствующие стороны и углы в прообразе и образе равны. Благодаря этому легко сравнивать фигуры, проверять построения и доказывать равенство треугольников.

● Удобство в решениях

Такое обозначение помогает не путаться в чертежах и аккуратно вести доказательство. Оно особенно полезно, когда нужно построить симметричную фигуру или описать поворот.

Сравнение основных видов движений

Таблица показывает, чем отличаются основные движения и что у них общего.

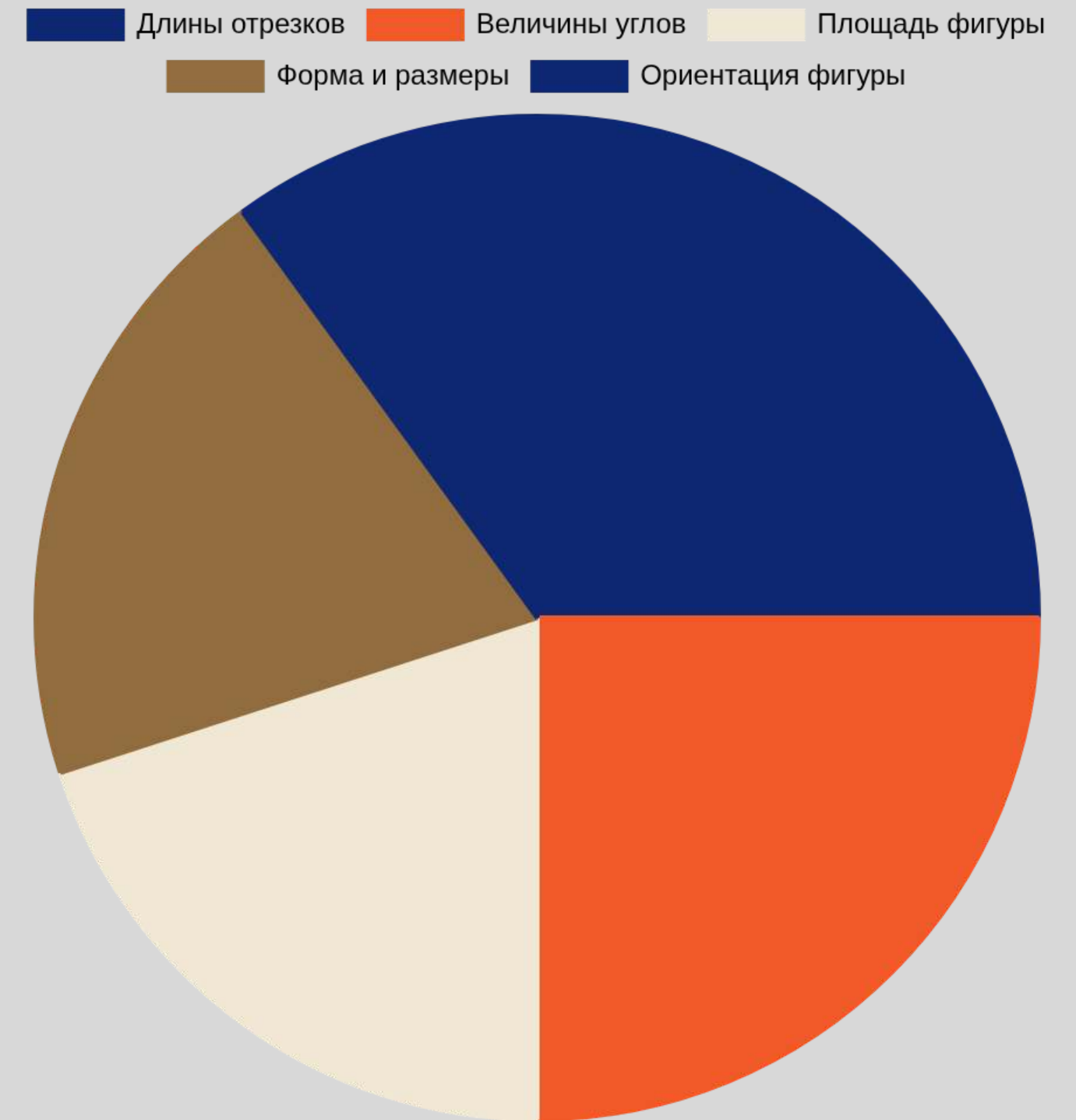
Все перечисленные движения переводят фигуру в равную ей фигуру, но задаются разными элементами: вектором, осью, центром или углом.

Вид	Что сохраняется	Что задаёт	Пример
Перенос	Длины, углы	Вектор	Сдвиг клетки
Осевая симметрия	Длины, углы	Ось	Зеркало
Центральная симметрия	Длины, углы	Центр	Поворот на 180°
Поворот	Длины, углы	Центр, угол	Поворот фигуры

Какие свойства сохраняются при движении

На диаграмме видно, что движения прежде всего сохраняют измеряемые характеристики фигуры. Изменение ориентации возможно не у всех преобразований, поэтому этот признак важно проверять отдельно.

Главные свойства фигуры сохраняются полностью, а ориентация меняется лишь в некоторых случаях, например при отражении.

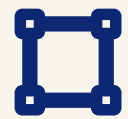


Параллельный перенос



Один и тот же сдвиг

Все точки фигуры перемещаются на один и тот же вектор. Поэтому фигура не поворачивается и не отражается, а просто сдвигается в новом направлении.



Запись на плоскости

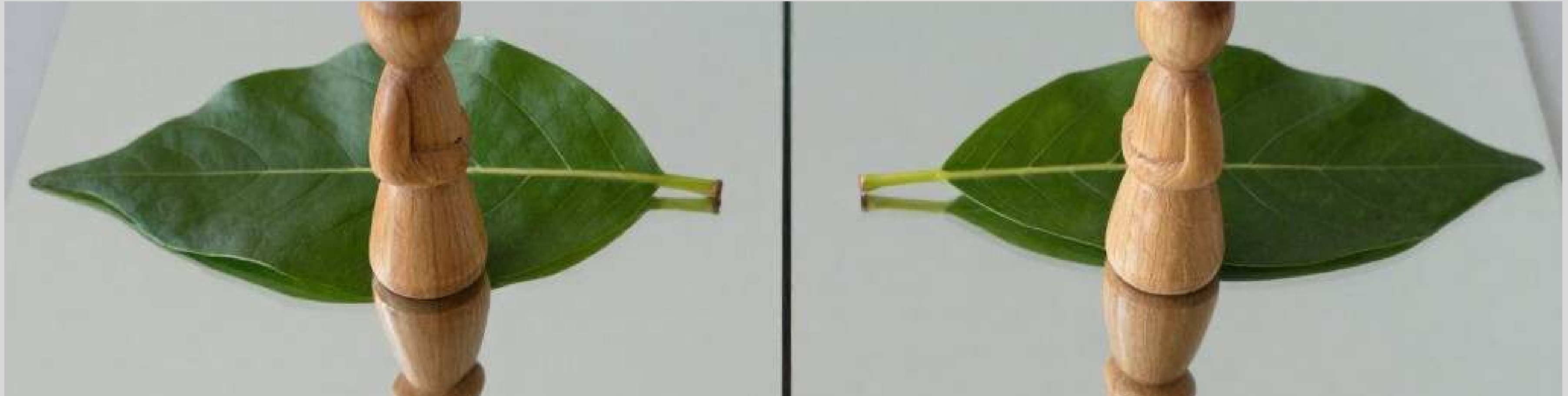
На координатной плоскости перенос удобно задавать вектором с координатами $(m; n)$. Тогда можно быстро найти новые координаты каждой точки без построения длинных дополнительных линий.



Прежний вид фигуры

После переноса фигура сохраняет размеры, углы и форму. Меняется только её положение на плоскости, поэтому такой способ особенно удобен в чертежах и координатных задачах.

Осевая симметрия



Что это такое

Осевая симметрия — это отражение фигуры относительно прямой, которая называется осью симметрии. Такой способ преобразования часто можно увидеть в узорах, листьях и зеркальных изображениях.

Положение точки и образа

Для каждой точки A её образ A' находится по другую сторону оси на таком же расстоянии. Прямая, соединяющая эти точки, пересекает ось под прямым углом.

Роль оси

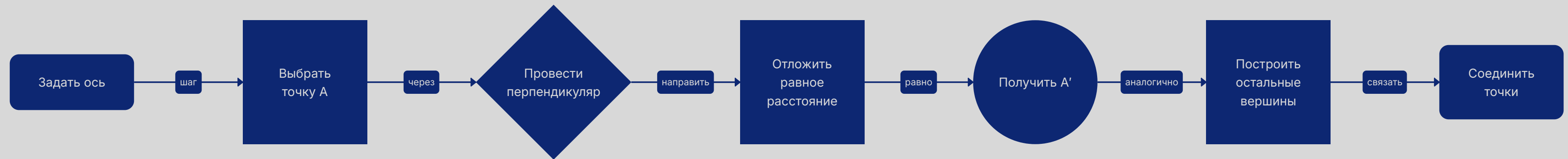
Ось симметрии остаётся неподвижной и делит фигуру на две зеркально одинаковые части. Если сложить рисунок по этой прямой, его половины совпадут.

Что сохраняется

При осевой симметрии сохраняются длины отрезков, величины углов и размеры фигуры. Меняется лишь ориентация, поэтому исходный рисунок и его отражение выглядят как зеркальные пары.

Построение образа при осевой симметрии

Последовательность построения отражённой фигуры относительно заданной оси



Центральная симметрия

Середина отрезка

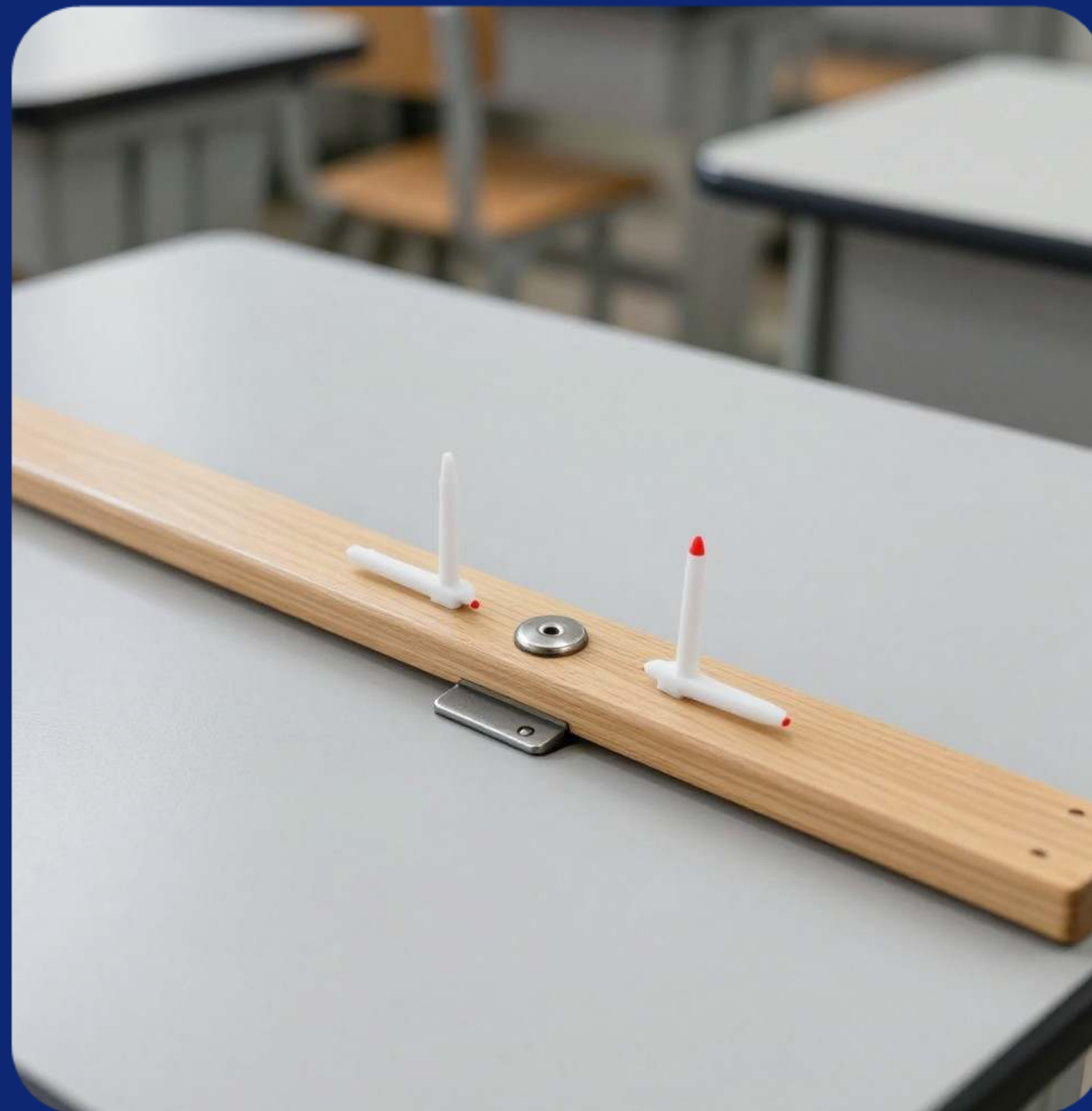
- 01** При центральной симметрии точка A переходит в точку A' так, что заданная точка O является серединой отрезка AA' . Это главное правило построения образа.

Одна прямая

- 02** Соответствующие точки лежат на одной прямой с центром симметрии. Поэтому, чтобы найти образ, достаточно провести прямую через точку и центр, а затем отложить равное расстояние.

Поворот на 180°

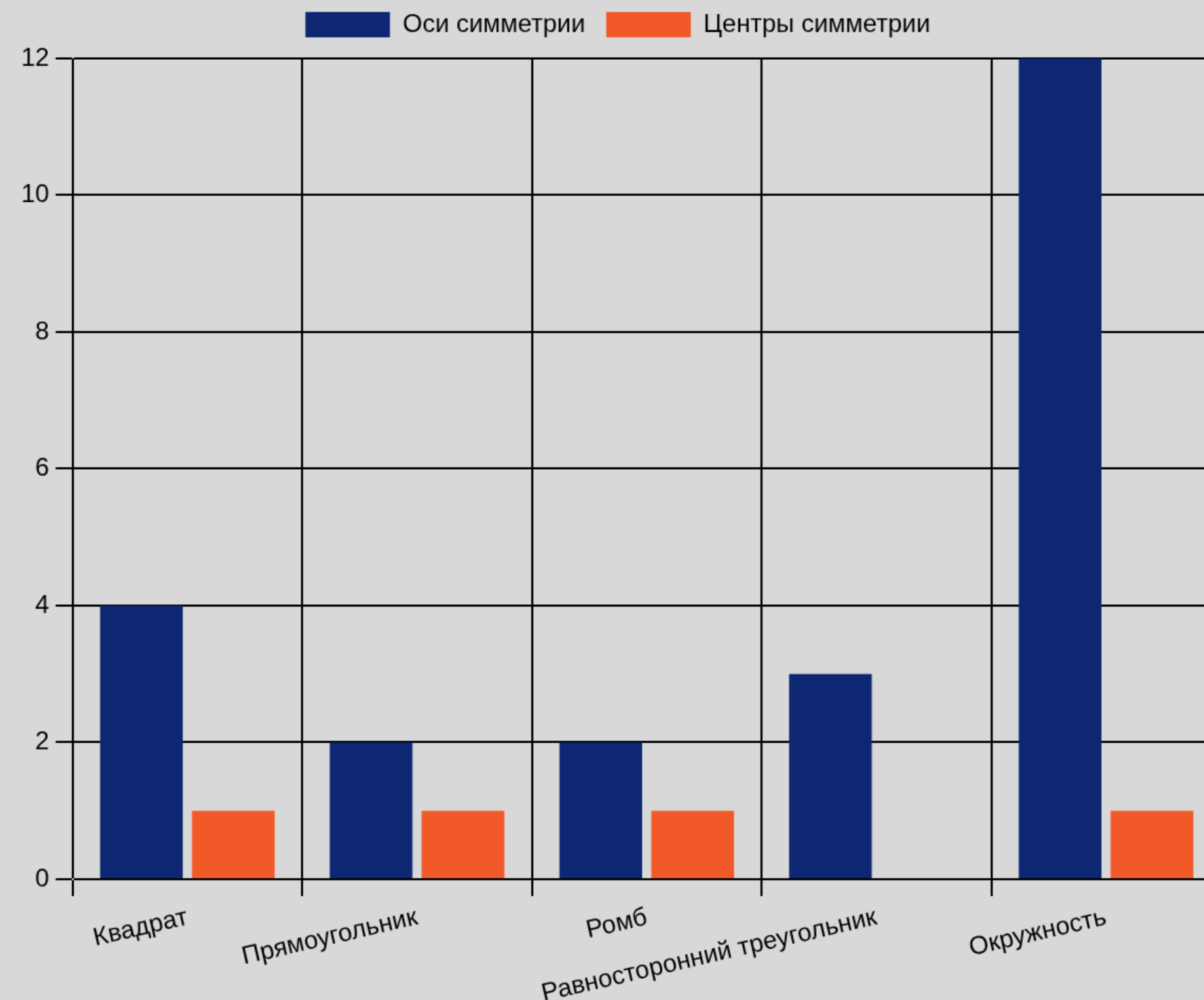
- 03** Центральную симметрию можно рассматривать как поворот на 180° вокруг точки O . Такое понимание помогает быстрее распознавать преобразование на чертежах и в координатных задачах.



Оси и центры симметрии в примерах фигур

У разных фигур число осей и центров симметрии различается. Окружность выделяется особенно: у неё бесконечно много осей симметрии.

Симметрия зависит от формы фигуры: одни фигуры имеют несколько осей, другие — только центр, а у окружности осей бесконечно много.



Поворот как движение



1. Задать центр

Поворот начинается с выбора точки O — центра вращения. Именно относительно неё будут перемещаться все точки фигуры.

2. Указать угол

Затем задают угол поворота и направление: по часовой стрелке или против неё. Эти данные определяют, насколько изменится положение фигуры.

3. Построить дуги

Каждая точка движется по дуге окружности вокруг центра. Расстояние от точки до O остаётся постоянным, поэтому размеры не меняются.

4. Получить образ

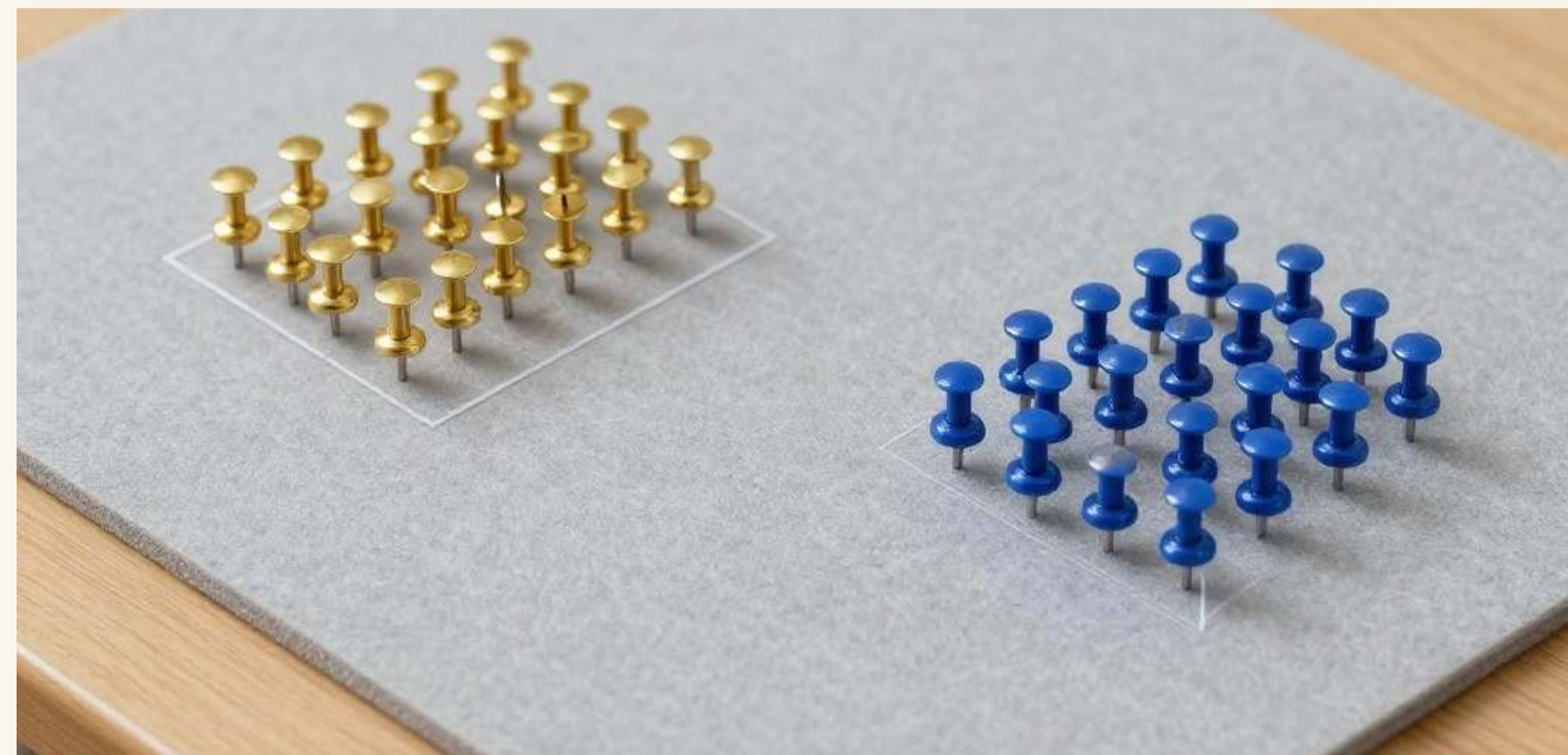
После поворота фигура сохраняет форму и становится равной исходной. Часто используются повороты на 90° , 180° и 270° .

Как координаты помогают увидеть движение



Сдвиг по клеткам

На координатной сетке параллельный перенос легко заметить: каждая вершина фигуры смещается на одинаковое число клеток вправо, влево, вверх или вниз. Получается тот же контур, только в новом месте, без поворота и отражения.



Точная проверка образа

Если заданы координаты точек, можно сразу построить образ фигуры по правилам преобразования. Это удобно, когда чертёж нужен аккуратный и быстрый: достаточно отметить новые точки и соединить их в том же порядке.

Координаты точек при простых движениях

Вид движения	Правило для (x; y)	Особенность
Перенос	$(x+a; y+b)$	Все точки смещаются
Ось Ox	$(x; -y)$	Меняется ордината
Ось Oy	$(-x; y)$	Меняется абсцисса
Начало координат	$(-x; -y)$	Меняются оба знака

Таблица показывает, как меняются координаты точки при основных преобразованиях на плоскости.

Координатные правила позволяют строить образы без измерений на чертеже и быстро проверять правильность преобразования.

Равные фигуры и признаки равенства

- **Одинаковый результат**

Если одну фигуру можно получить из другой движением, то они равны. Это значит, что совпадают не только общий вид, но и все размеры соответствующих частей.

- **Стороны и углы**

У равных фигур соответствующие стороны имеют одинаковую длину, а соответствующие углы — равные величины. Поэтому сравнение идёт по парам, а не по отдельным элементам.

- **Зачем это нужно**

Свойство равенства фигур помогает доказывать равенство треугольников и выполнять построения, где важно сохранить точные размеры, форму и расположение элементов.

Где встречаются движения в жизни и науке

Геометрические преобразования особенно заметны в симметричных рисунках и точных моделях, где важно повторять форму без искажений.

Наиболее часто движения встречаются в орнаментах, но они одинаково важны и для техники, и для цифровых изображений.

Орнаменты и узоры Архитектура и дизайн Черчение и построения
Компьютерная графика и игры Техника и робототехника



Обобщение типичных областей применения геометрических преобразований; данные приведены по учебным примерам.

Как распознавать движение в задаче

1

Сравните размеры

Сначала проверьте, сохраняются ли длины отрезков и величины углов. Если размеры совпадают, есть основание искать движение, а не более общее преобразование.

2

Найдите соответствия

Определите пары соответствующих вершин, сторон и углов. Ошибка на этом шаге сразу приводит к неверному выводу, даже если рисунок выглядит похожим.

3

Проверьте вид преобразования

Попробуйте понять, можно ли получить одну фигуру из другой переносом, поворотом или симметрией. Для этого удобно смотреть на положение фигуры и направление сторон.

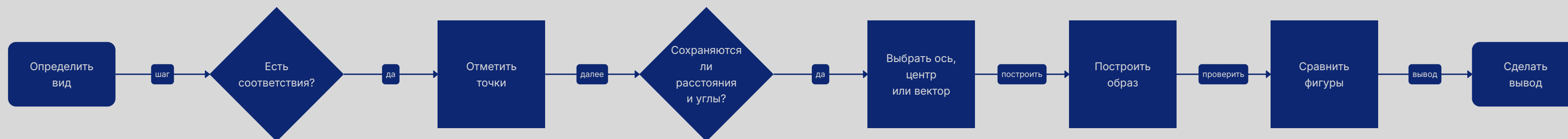
4

Сделайте вывод

Если фигуры равны, между ними существует движение. Если изменены размеры, то это уже не движение, а подобие или другое преобразование.

Алгоритм решения задач на движение

Последовательность действий при построении и доказательстве в школьной геометрии.



Типичные ошибки при изучении движений



Путают движение и подобие

При движении фигура сохраняет размеры, а при подобии они могут изменяться. Из-за этого важно сначала проверить длины сторон, а уже потом делать вывод о преобразовании.



Неверные соответствия

Иногда ученики соединяют не те вершины и сравнивают неподходящие стороны. Чтобы не ошибиться, нужно держать одинаковый порядок точек в исходной фигуре и её образе.



Смешивают виды симметрии

Осевая и центральная симметрия похожи внешне, но задаются разными объектами: прямой и точкой. Проверка по расположению образа относительно оси или центра помогает быстро различить их.



**Движение в геометрии — это способ точно
менять положение фигуры без изменения
её формы и размеров.**

Параллельный перенос, симметрия и поворот
помогают строить, сравнивать и доказывать
свойства фигур. Именно поэтому тема движения
так важна в геометрии 9 класса.

