

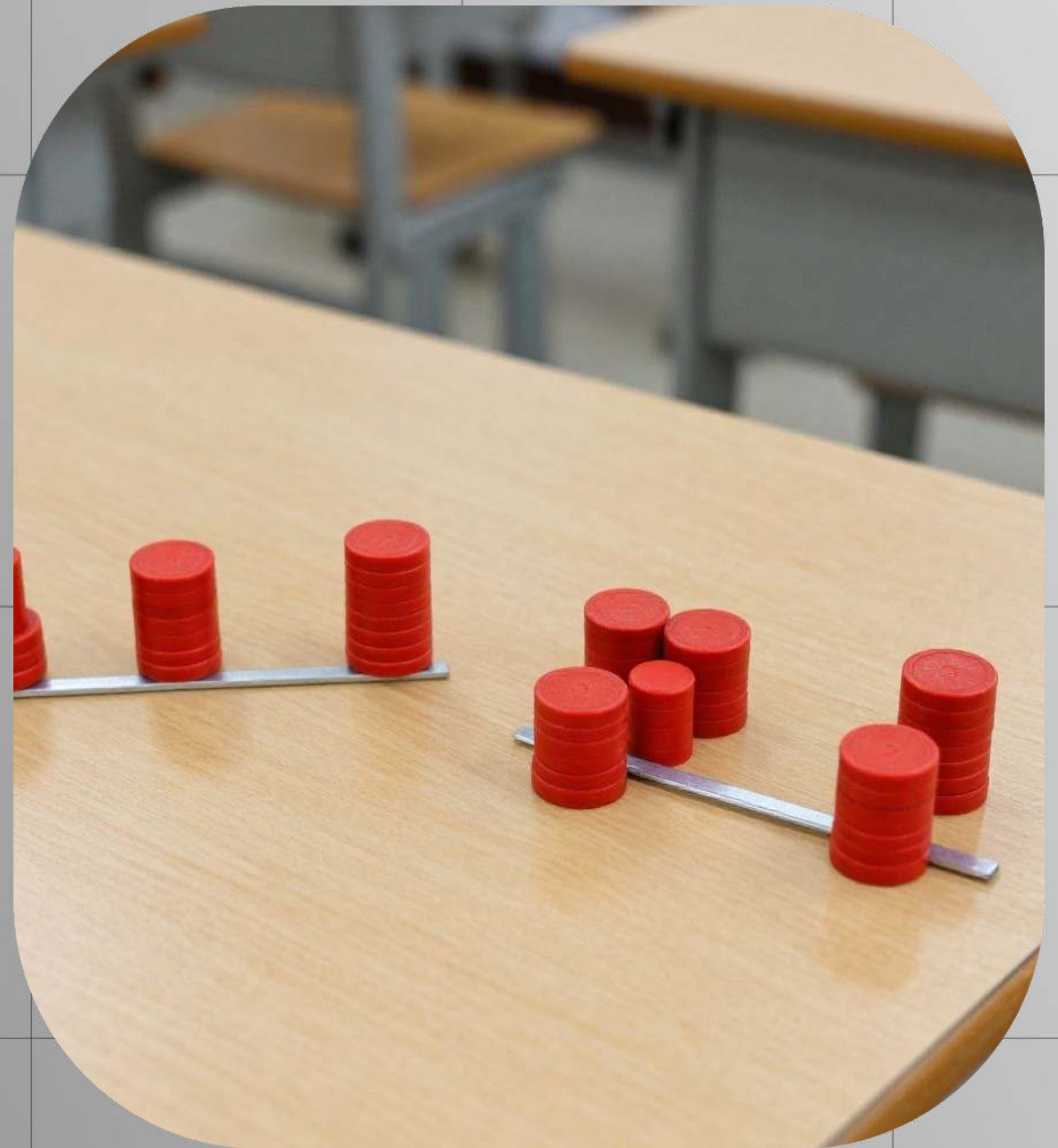


# Сложение и вычитание алгебраических дробей

Учимся преобразовывать дроби точно, без ошибок  
и деления на ноль.

# От обычных дробей к алгебраическим

Знакомые правила дробей остаются, но теперь  
в знаменателе появляются буквы, а вместе с ними —  
область допустимых значений.



# Что такое алгебраическая дробь

## Определение

Алгебраическая дробь — это дробь, в которой числитель, знаменатель или оба содержат буквы и числа. Она может зависеть от значения переменной.

## Примеры записи

Такие дроби записывают по-разному:  $(a+1)/3$ ,  $5/(x-2)$ ,  $(m-4)/(m+7)$ . В школьных заданиях чаще всего встречаются выражения с одной переменной.

## Когда дробь имеет смысл

Если знаменатель равен нулю, дробь теряет смысл. Поэтому перед вычислениями всегда проверяют, при каких значениях переменной деление возможно.

## Зависимость от переменной

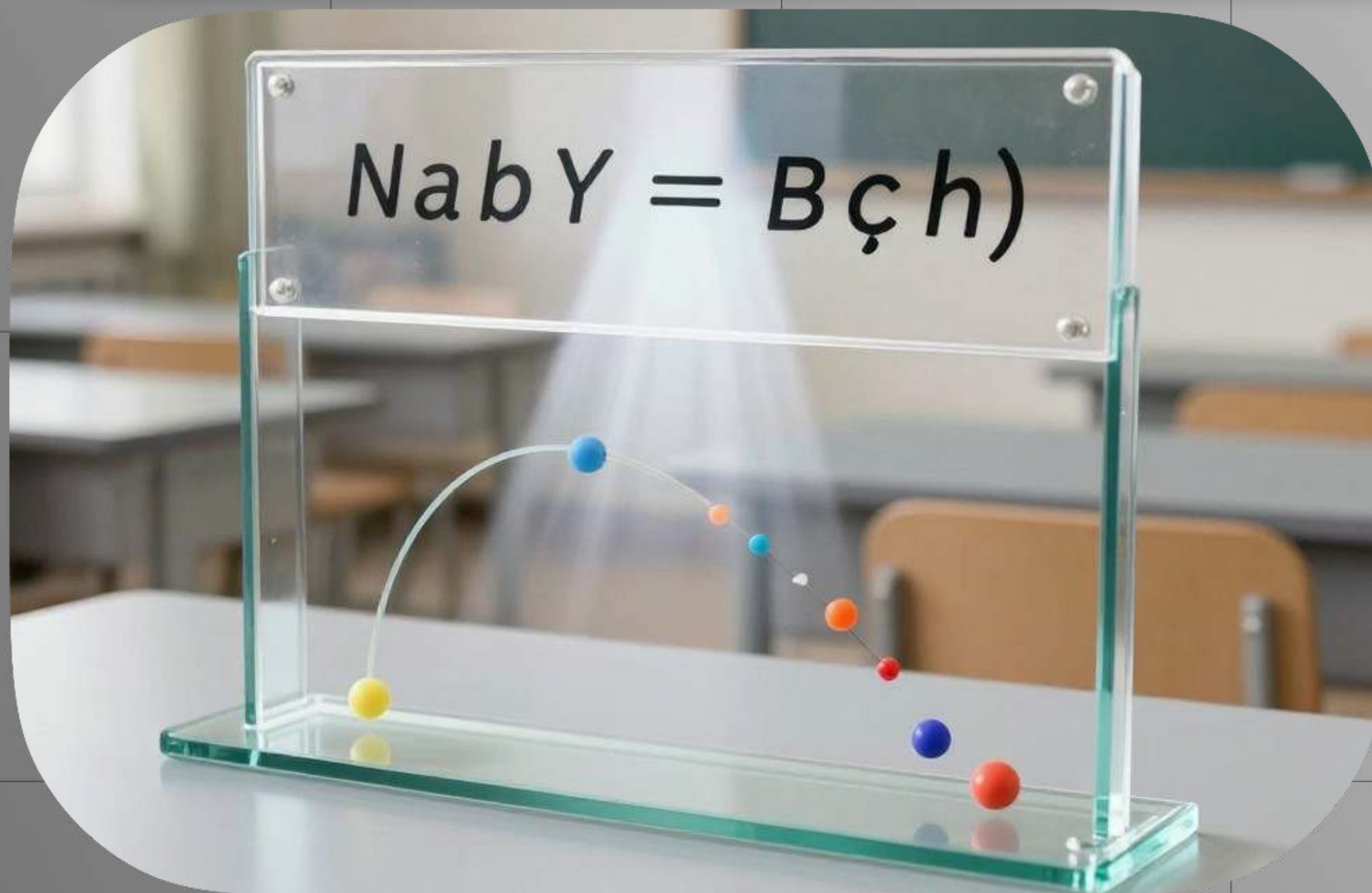
Значение алгебраической дроби меняется вместе с переменной. Одно и то же выражение может быть определено при одних значениях и запрещено при других.

## Где встречается чаще всего

В 7 классе обычно работают с простыми многочленами в знаменателе, чтобы научиться аккуратно преобразовывать выражения и следить за ограничениями.



# Числитель, знаменатель и область допустимых значений



## Роль числителя

Числитель расположен сверху и показывает, какая часть выражения берётся для вычисления. Он не задаёт ограничений на значения переменной.

## Роль знаменателя

Знаменатель находится снизу и определяет, на что выполняется деление. Именно он может создать запрет на некоторые значения переменной.

## Что такое ОДЗ

Область допустимых значений — это все значения переменной, при которых знаменатель не обращается в ноль. Без ОДЗ нельзя записывать правильный ответ.

## Примеры ограничений

Для дроби  $(x+1)/(x-4)$  нужно исключить  $x=4$ . Для  $1/(x^2-9)$  запрещены  $x=3$  и  $x=-3$ , потому что  $x^2-9$  раскладывается на множители.

# Обыкновенные и алгебраические дроби: сравнение

| Признак     | Обыкновенная         | Алгебраическая    | Пример     |
|-------------|----------------------|-------------------|------------|
| Запись      | $\frac{3}{7}$        | $\frac{2}{(x-5)}$ | $x \neq 5$ |
| Ограничение | знаменатель $\neq 0$ | ОДЗ               | $x^2 - 4$  |

Сравнение помогает увидеть, что в алгебраических дробях важны не только вычисления, но и ограничения на переменную.

В алгебраической дроби всегда нужно учитывать допустимые значения переменной, а не только выполнять действия.

# Почему дроби приводят к общему знаменателю

- 1 Одно условие для действий**  
Складывать и вычитать можно только дроби с одинаковым знаменателем. Иначе части выражения измерены по-разному, и результат будет неверным.
- 2 Что делают сначала**  
Если знаменатели разные, находят общий знаменатель, а затем каждую дробь преобразуют. После этого можно работать только с числителями.
- 3 Что происходит дальше**  
Когда знаменатели совпадают, числители складывают или вычитают, а общий знаменатель оставляют без изменений. Он не меняется в ходе действия.
- 4 Почему это удобно**  
Такой приём работает и с обычными, и с алгебраическими дробями. Правило остаётся одинаковым, даже если в выражениях есть буквы.

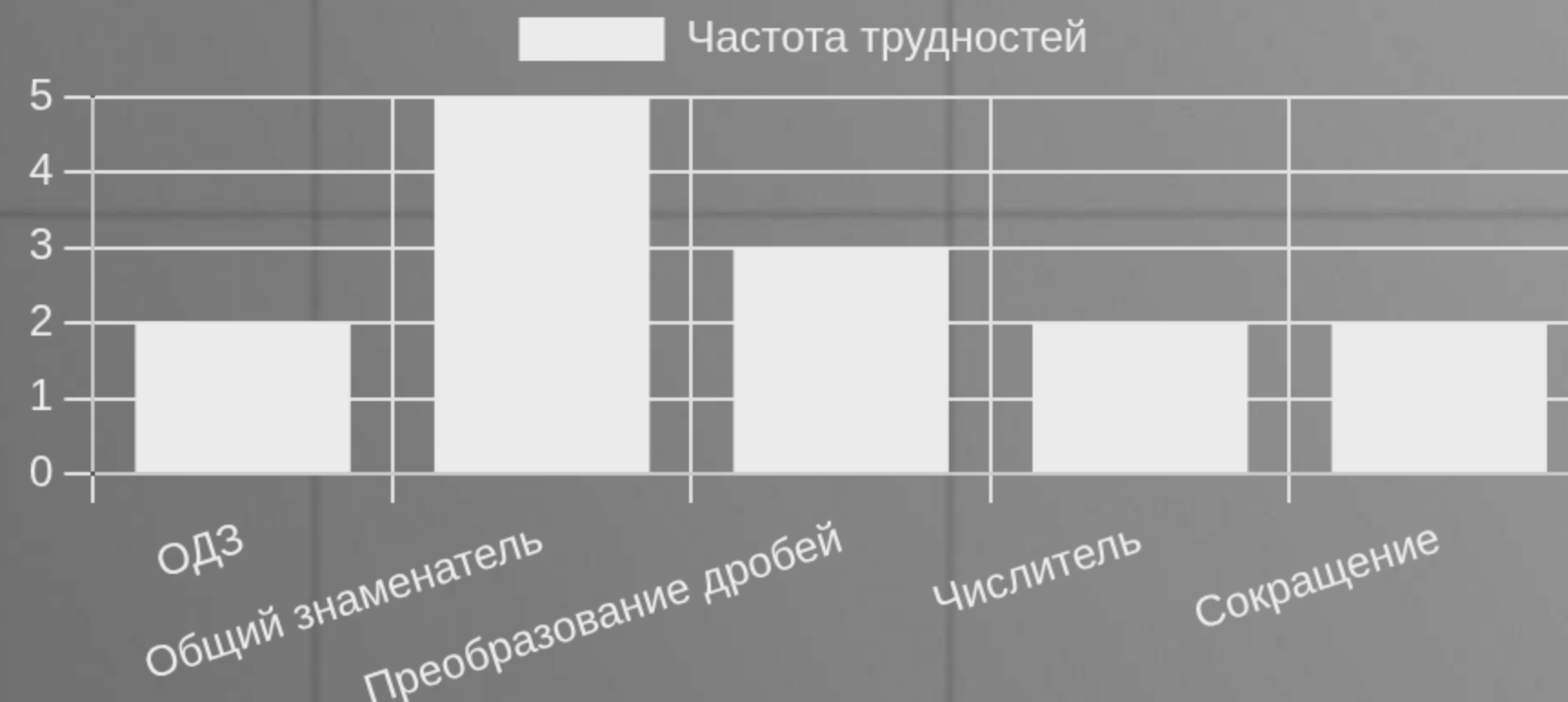


# Алгоритм сложения и вычитания алгебраических дробей

Последовательность действий при преобразовании дробей с буквенными выражениями.



# На каких шагах чаще всего возникают трудности



Методический разбор типичных ошибок в заданиях по теме, 7 класс

Самые сложные места — поиск общего знаменателя и аккуратная работа со знаками при вычитании. Именно там чаще всего теряются ученики.

Если уделить больше внимания знаменателям и знакам, количество ошибок заметно снизится.

# Как находить общий знаменатель

## 1 Разложить знаменатели

Сначала смотрят, можно ли разложить знаменатели на множители. Это помогает увидеть общие части и не усложнять выражение лишними множителями.

## 2 Собрать все разные множители

Общий знаменатель берут как произведение всех различных множителей. Для  $1/(x-2)$  и  $1/(x+3)$  это  $(x-2)(x+3)$ .

## 3 Проверить удобство записи

Для  $1/x$  и  $1/(x^2-1)$  сначала раскладывают  $x^2-1=(x-1)(x+1)$ , а затем записывают общий знаменатель  $x(x-1)(x+1)$ .



## Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

- 1 Меняется только числитель**  
Если знаменатели одинаковые, их не трогают. Складывают или вычитают только числители, потому что деление происходит на одно и то же выражение.
- 2 Примеры вычислений**  
 $(3x)/(x-7) + 5/(x-7) = (3x+5)/(x-7)$ . Так же при вычитании:  $(8a-3)/(a+2) - 2/(a+2) = (8a-5)/(a+2)$ .
- 3 Частая ошибка**  
Нельзя складывать или вычитать знаменатели. Запись вида  $(3x+5)/(2x-7)$  неверна, потому что знаменатель в таких действиях остаётся общим.



# Сложение дробей с разными знаменателями

## Общий знаменатель

Для дробей  $\frac{1}{x}$  и  $\frac{1}{x+2}$  выбирают знаменатель  $x(x+2)$ . Он подходит обеим дробям и позволяет сравнивать их в одинаковом виде.

## Вычисление результата

Получают  $\frac{(x+2)}{x(x+2)} - \frac{x}{x(x+2)} = \frac{2}{x(x+2)}$ .  
Главное — не потерять множители в числителе и правильно поставить знак при вычитании.

## Приведение дробей

Первую дробь умножают на  $\frac{(x+2)}{(x+2)}$ , вторую — на  $\frac{x}{x}$ . После этого знаменатели становятся одинаковыми, а числители меняются аккуратно.

# Сокращение результата после вычисления

1

## Разложить на множители

Сначала числитель и знаменатель представляют в виде произведения. Это помогает увидеть одинаковые множители и понять, что именно можно сократить после преобразования.

2

## Сокращать только множители

Сокращение выполняют только между общими множителями, а не между отдельными слагаемыми. Поэтому выражение нужно переписать в виде произведения, а не работать с суммой по частям.

3

## Проверить итог

Если после сокращения получается  $\frac{(x^2-9)}{(x-3)}$ , то  $\frac{(x^2-9)}{(x-3)} = (x+3)$ . После сокращения остаётся  $(x+3)$ , но допустимые значения переменной сохраняют исходное ограничение.

# Типичные ошибки и правильные действия

| Ошибка                 | Почему неверно             | Как правильно          |
|------------------------|----------------------------|------------------------|
| Складывают знаменатели | Знаменатель не меняют      | Приводят к общему      |
| Сокращают слагаемые    | Сокращают лишь множители   | Разлагают на множители |
| Забывают ОДЗ           | Появляется деление на ноль | Сначала находят ОДЗ    |

Школьный курс алгебры 7 класса

В таблице показано, какие ошибки встречаются чаще всего и как действовать без них. Это помогает проверять каждый шаг и не терять смысл преобразования.

Основные ошибки связаны не с вычислениями, а с нарушением правил преобразования. Последовательная проверка ОДЗ, знаменателя и знаков уменьшает число неверных ответов.

# Вычитание и знаки в числителе

1

## Минус относится ко всей дроби

После приведения к общему знаменателю знак «минус» действует на весь числитель второй дроби, а не только на первое слагаемое. Это правило нужно помнить с самого начала преобразования.

2

## Скобки обязательны

Если числитель второй дроби содержит несколько слагаемых, их обязательно заключают в скобки. Тогда видно, что при вычитании меняются все знаки внутри выражения.

3

## Осторожно с распределением знака

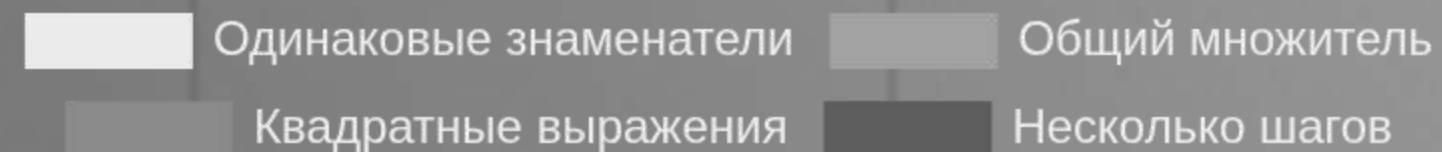
Запись вида  $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right)$  после преобразования даёт разность числителей при общем знаменателе. Ошибка возникает, когда минус ставят только перед одним членом и забывают остальные.

4

## Проверка знаков

После вычисления полезно ещё раз прочитать числитель вслух: «первый минус второй». Такой приём помогает заметить пропущенный минус и избежать неверного результата.

# Когда решение проще, а когда сложнее



Учебная классификация типов заданий по теме «алгебраические дроби»

Диаграмма показывает не частоту в классе, а условную сложность заданий. Чем больше разложений на множители, тем внимательнее нужно работать с преобразованием.

Самые простые задачи — с одинаковыми знаменателями. Наибольшие трудности возникают там, где сначала нужно разложить многочлен, а затем найти общий знаменатель.

## Пример с разложением на множители

### Первый знаменатель раскрывается

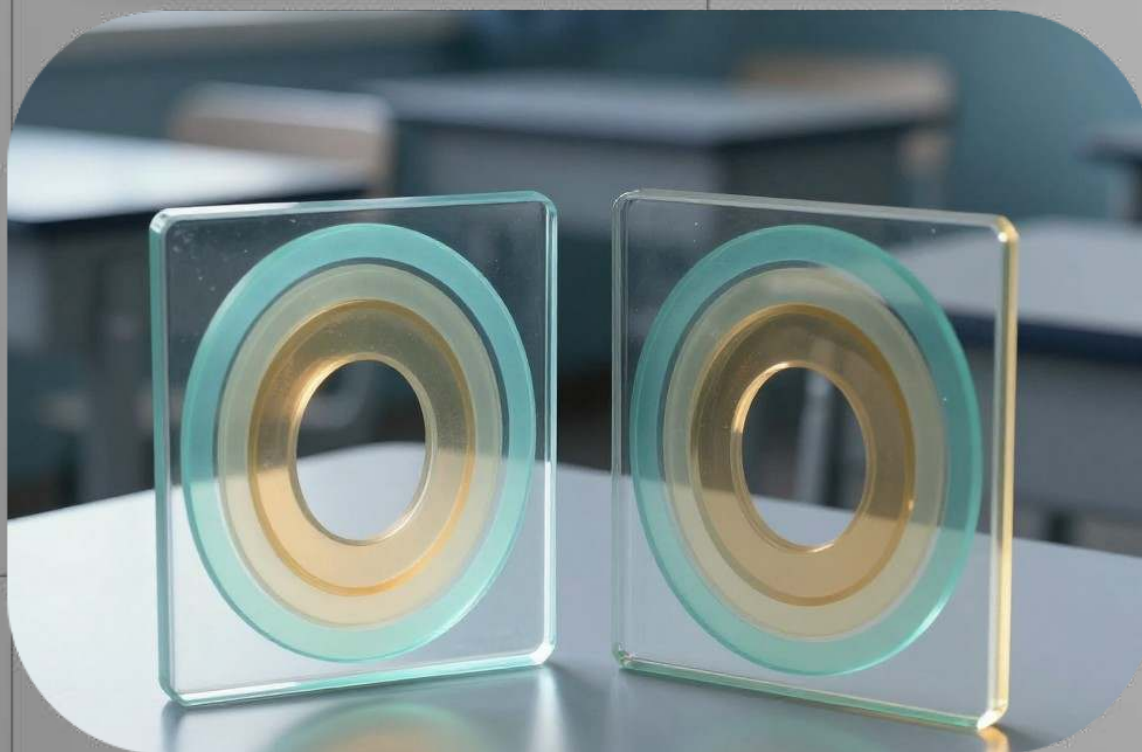
В примере с дробями  $\frac{1}{x^2-4}$  и  $\frac{1}{x-2}$  важно заметить формулу разности квадратов. Знаменатель  $x^2-4$  раскладывается как  $(x-2)(x+2)$ , и задача сразу становится понятнее.

### Общий вид становится одинаковым

После разложения общий знаменатель легко выбрать:  $(x-2)(x+2)$ . Теперь обе дроби можно переписать так, чтобы сравнивались не разные выражения, а одинаковые по виду знаменатели.

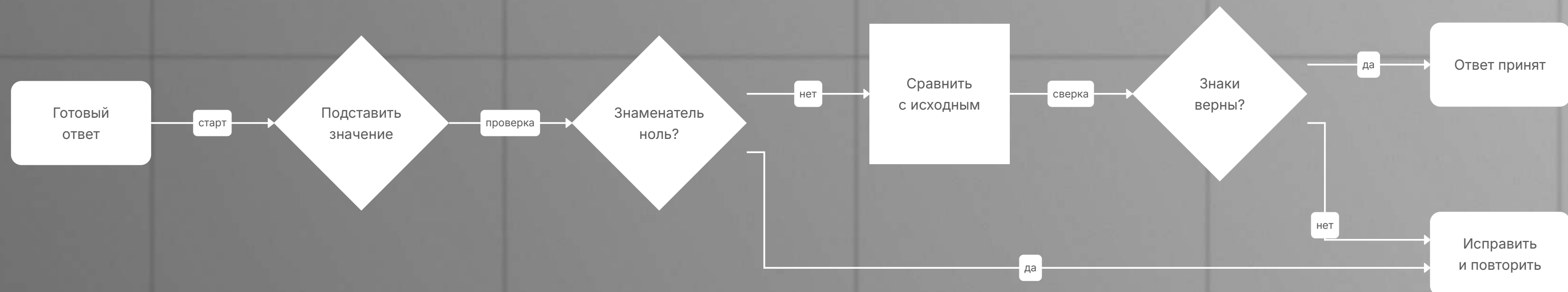
### Сокращение видно сразу

Когда в числителе и знаменателе появляется одинаковый множитель, его можно сократить. Такой пример показывает, что формулы сокращённого умножения помогают не только раскрывать скобки, но и упрощать дроби.



# Проверка ответа после вычисления

Схема показывает последовательность проверки результата и возврата к ограничениям ОДЗ, если ответ содержит запрещённые значения.



# Где встречаются алгебраические дроби в школьных задачах



## Движение

В задачах на движение дроби помогают записывать скорость, время и расстояние через одну переменную. Так легче выразить зависимость одной величины от другой.



## Работа

В заданиях на производительность алгебраические дроби показывают, какую часть работы выполняет один человек или механизм за определённое время.



## Геометрия

В формулах площади, периметра и отношений сторон дроби возникают, когда нужно сравнить части фигуры или выразить неизвестную длину через другие величины.



## Неизвестные величины

При решении уравнений и составлении выражений дроби позволяют аккуратно описывать зависимость переменной от данных условий, не теряя ограничения на знаменатель.

# Памятка по действиям с алгебраическими дробями

| Шаг                  | Что делать                | На что смотреть   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| 1. ОДЗ               | Найти запреты             | Нули знаменателя  |
| 2. Множители         | Разложить знаменатели     | Правильные скобки |
| 3. Общий знаменатель | Выбрать общий вид         | Все множители     |
| 4. Действие          | Сложить/вычесть числители | Знаки в скобках   |
| 5. Проверка          | Сократить и сверить       | Ограничения ОДЗ   |

Памятка помогает не перепутать порядок действий и не пропустить важные проверки. Это особенно полезно, когда в выражении несколько дробей и разные знаменатели.

Если соблюдать порядок шагов, вычисления становятся понятнее и безопаснее. Самые важные проверки — ОДЗ, общий знаменатель и правильная работа со знаками.

Школьный алгоритм действий с алгебраическими дробями

# Тема становится понятной, когда есть порядок

Алгебраические дроби не пугают, если помнить три опоры: ОДЗ, общий знаменатель и знаки. Аккуратный порядок действий помогает складывать, вычитать и проверять результат без лишних ошибок.