

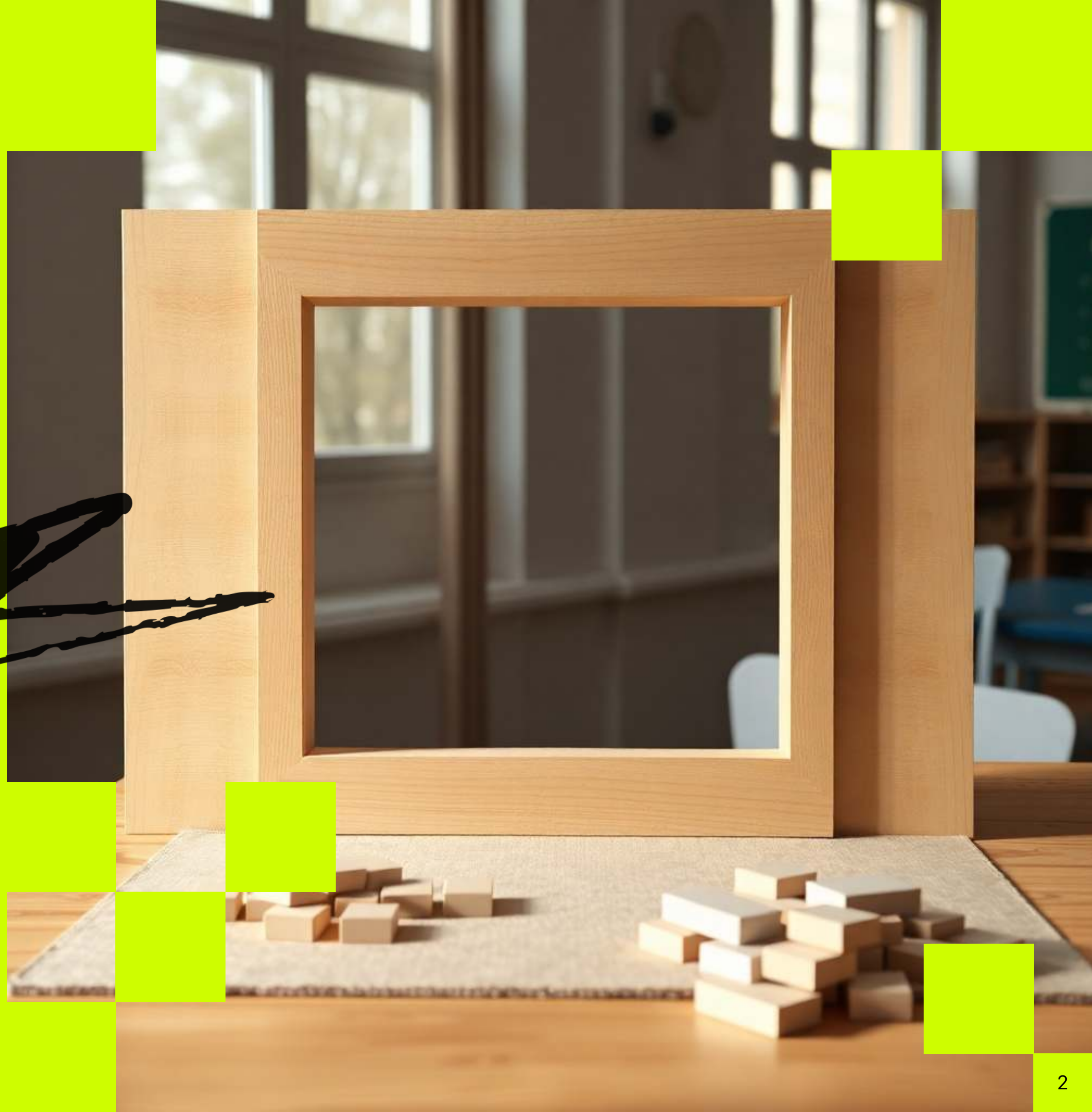
Метод выделения полного квадрата

Удобный способ превращать трёхчлен в наглядную форму.



Как этот приём работает в алгебре

Метод опирается на формулы квадрата суммы и разности. Он помогает преобразовывать выражения, решать уравнения и лучше понимать, как связаны запись формулы и график функции.



Что называют полным квадратом

Запись в квадрате

Полный квадрат — это выражение, которое можно представить как квадрат суммы или разности двух слагаемых. После раскрытия скобок оно снова даёт исходный трёхчлен.

Простые примеры

Например, $x^2 + 6x + 9$ превращается в $(x+3)^2$, а $x^2 - 4x + 4$ — в $(x-2)^2$. В обоих случаях средний член связан с удвоенным произведением.

Из чего состоит

У такого выражения всегда видны три части: квадрат первого слагаемого, удвоенное произведение двух слагаемых и квадрат второго слагаемого. Именно это делает преобразование узнаваемым.



2

**одну и ту же величину
добавляют и сразу вычитают,
чтобы не изменить значение
выражения.**

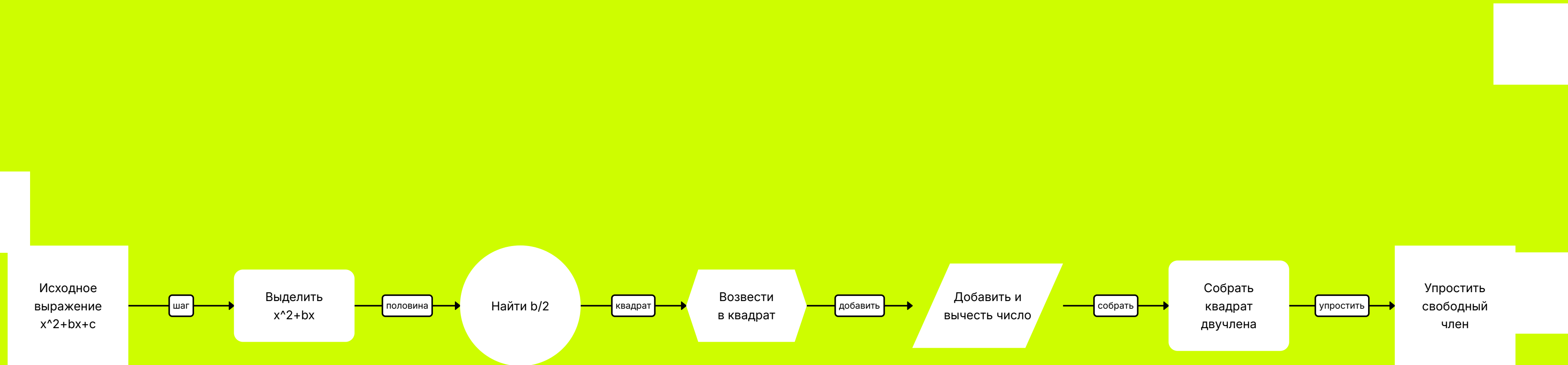
Формулы сокращенного умножения



Именно так сохраняют равенство и собирают удобную форму
для дальнейших преобразований.

Алгоритм выделения полного квадрата

Пошаговая схема преобразования выражения x^2+bx+c в квадрат двучлена.



Пример: x^2+8x

Половина коэффициента

У числа 8 половина равна 4, поэтому к выражению удобно добавить и затем вычесть 16. Это создаёт нужную форму без изменения значения.

Итоговое преобразование

Получаем $x^2+8x=(x+4)^2-16$. Теперь выражение записано как квадрат двучлена с поправкой на лишнее число, которое пришлось убрать.

Геометрический образ

Если представить квадрат со стороной x и две полосы шириной 4, они вместе образуют больший квадрат со стороной $x+4$. Такой рисунок делает правило понятнее.



Пример: $x^2 - 10x$

1. Найти половину

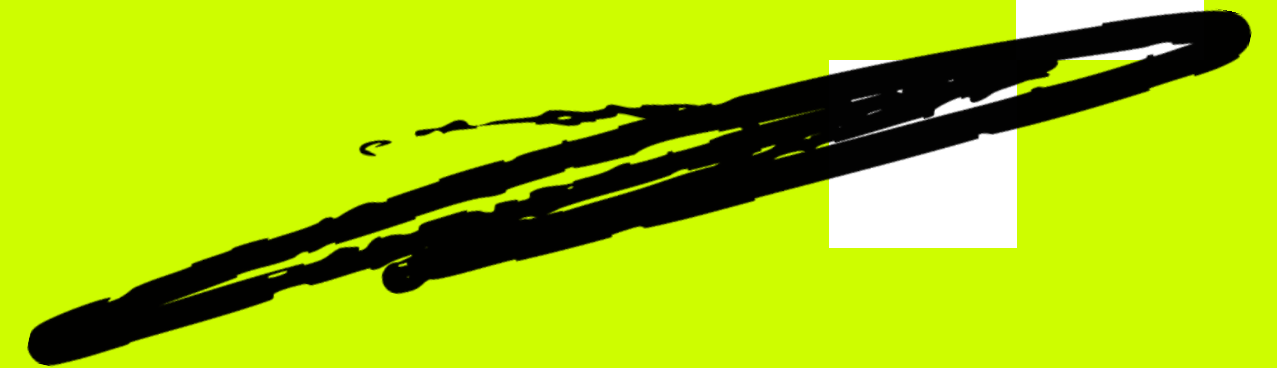
У коэффициента -10 половина равна -5 . Именно это число определяет знак в квадрате двучлена и помогает увидеть, как построить удобную запись.

2. Собрать квадрат

После преобразования получаем $x^2 - 10x = (x - 5)^2 - 25$.
Здесь квадрат двучлена показывает, что исходный минус переходит внутрь скобок.

3. Проверить равенство

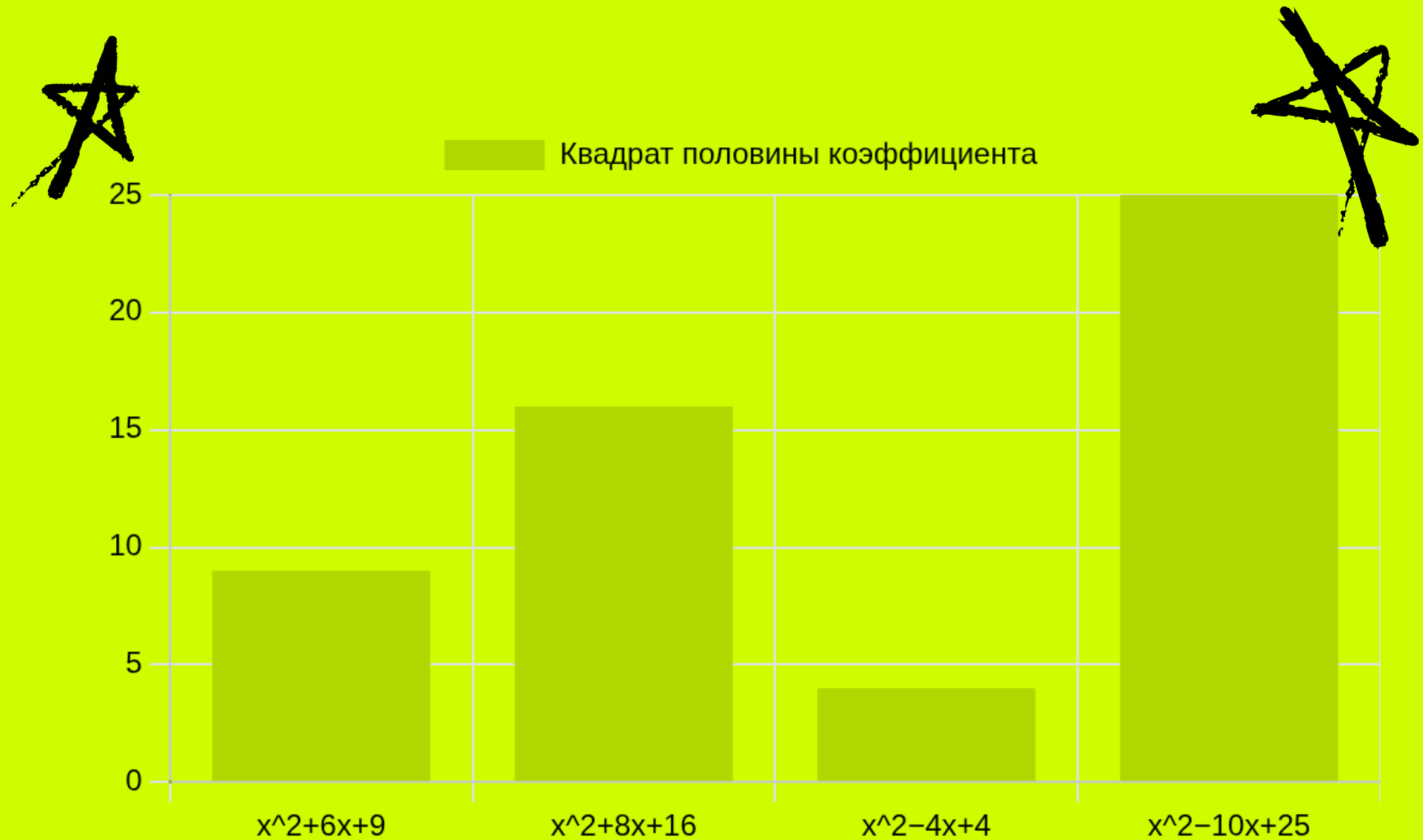
Если раскрыть скобки обратно, получится исходное выражение. Это доказывает, что преобразование верно и не меняет значение многочлена.



Какие выражения легко превращаются в полный квадрат

Все показанные трёхчлены уже содержат нужный свободный член, поэтому преобразование сразу видно без дополнительных шагов.

Чем точнее свободный член совпадает с нужным квадратом, тем проще распознать полный квадрат.



Примеры из школьного курса алгебры

Проверка по формуле квадрата двучлена

Проверим, является ли выражение $x^2 + 6x + 9$ полным квадратом. Для этого найдем половину коэффициента при x и возведем ее в квадрат.

Половина коэффициента при x равна 3 . Квадрат 3 равен 9 . Так как свободный член равен 9 , то выражение $x^2 + 6x + 9$ является полным квадратом.

Сравним выражение, половину коэффициента при x , её квадрат и итоговую запись.

Во всех примерах свободный член равен квадрату половины коэффициента при x , поэтому трёхчлен сразу распознаётся как полный квадрат.

Выражение	Половина	Квадрат	Итог
$x^2 + 6x + 9$	3	9	$(x + 3)^2$
$x^2 - 4x + 4$	-2	4	$(x - 2)^2$
$x^2 + 12x + 36$	6	36	$(x + 6)^2$
$x^2 - 2x + 1$	-1	1	$(x - 1)^2$

Формулы квадрата суммы и разности

Как поступают со свободным членом

1. Сравнивают с полным квадратом

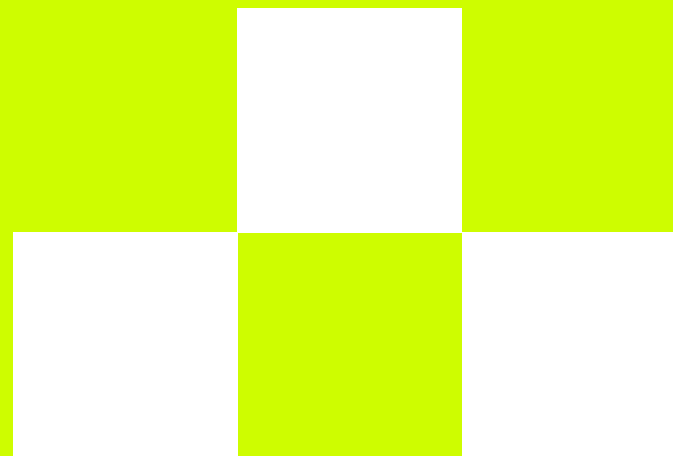
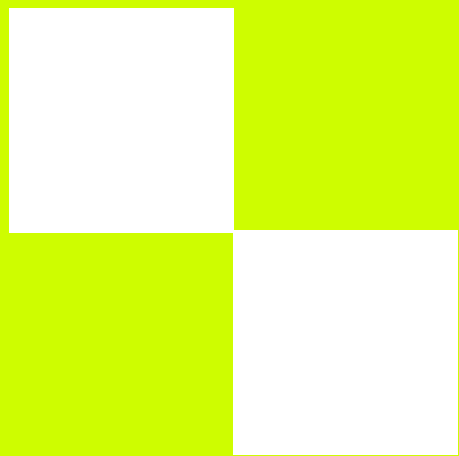
Сначала смотрят, какого числа не хватает до квадрата двучлена.
Для x^2+6x+5 это число 4, потому что $(x+3)^2$ даёт свободный член 9.

2. Добавляют и вычитают

Чтобы не изменить выражение, нужное число одновременно прибавляют и убавляют. Так получается $x^2+6x+9-4$, а равенство сохраняется.

3. Записывают удобный вид

После сворачивания выходит $(x+3)^2-4$. Теперь видно, как исходный трёхчлен превращается в форму, удобную для решения уравнений и дальнейших преобразований.



Решение квадратного уравнения через полный квадрат

1.

Начинаем с уравнения

Сначала удобно переписать уравнение так, чтобы слева осталось выражение с полным квадратом. Для примера $x^2+6x+5=0$ выделяют часть x^2+6x и подбирают недостающее число.

2.

Находим нужное число

Половина коэффициента при x равна 3. Его квадрат равен 9, поэтому к выражению добавляют 9 и тут же вычитают 9, не меняя исходного равенства.

3.

Получаем квадрат двучлена

После преобразования левая часть принимает вид $(x+3)^2-4=0$. Теперь уравнение выглядит короче и позволяет перейти к стандартному шагу с переносом числа в правую часть.

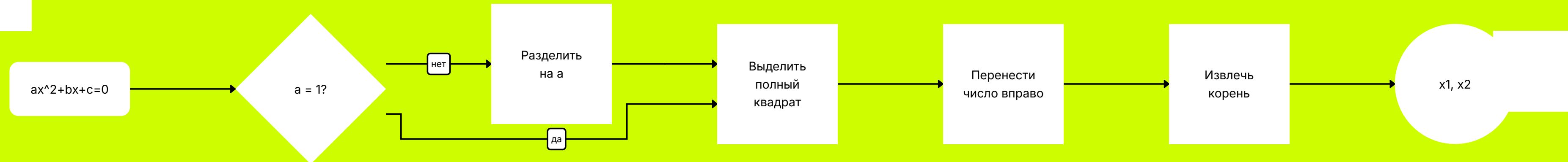
4.

Находим корни

Из записи $(x+3)^2=4$ получаем $x+3=\pm 2$. Отсюда два ответа: $x=-1$ и $x=-5$. Метод особенно полезен, когда множители подобрать трудно.

Путь от $ax^2+bx+c=0$ к ответу

Последовательность преобразований показывает, как привести квадратное уравнение к виду с полным квадратом и найти оба корня.



Геометрический смысл выделения полного квадрата

Квадрат складывается из частей

Представь большой квадрат, который ещё не достроен. У него уже есть маленький квадрат и две одинаковые прямоугольные полосы. Если добавить недостающий уголок, фигура станет полным квадратом и площадь удобно запишется через одну формулу.



Почему появляется удвоенное произведение

Одна полоса отвечает за добавку вдоль одной стороны, вторая — вдоль другой. Вместе они образуют две одинаковые части, поэтому в записи возникает $2ab$. Именно так алгебраическая формула отражает геометрическую сборку фигуры.



Как увидеть квадрат второго числа

Когда все стороны соединены, остаётся маленький уголок, у которого обе стороны равны b . Его площадь равна b^2 , поэтому именно этот элемент завершает рисунок. Так формула квадрата становится понятной через площадь.



Где метод используется чаще всего



- Квадратные уравнения
- Вершина параболы
- Упрощение выражений
- Проверка формул

Круговая схема показывает, что метод особенно полезен там, где нужен быстрый переход к удобной записи выражения.

Наибольшая доля приходится на уравнения и графики: именно там форма $a(x-p)^2+q$ даёт самый заметный результат.



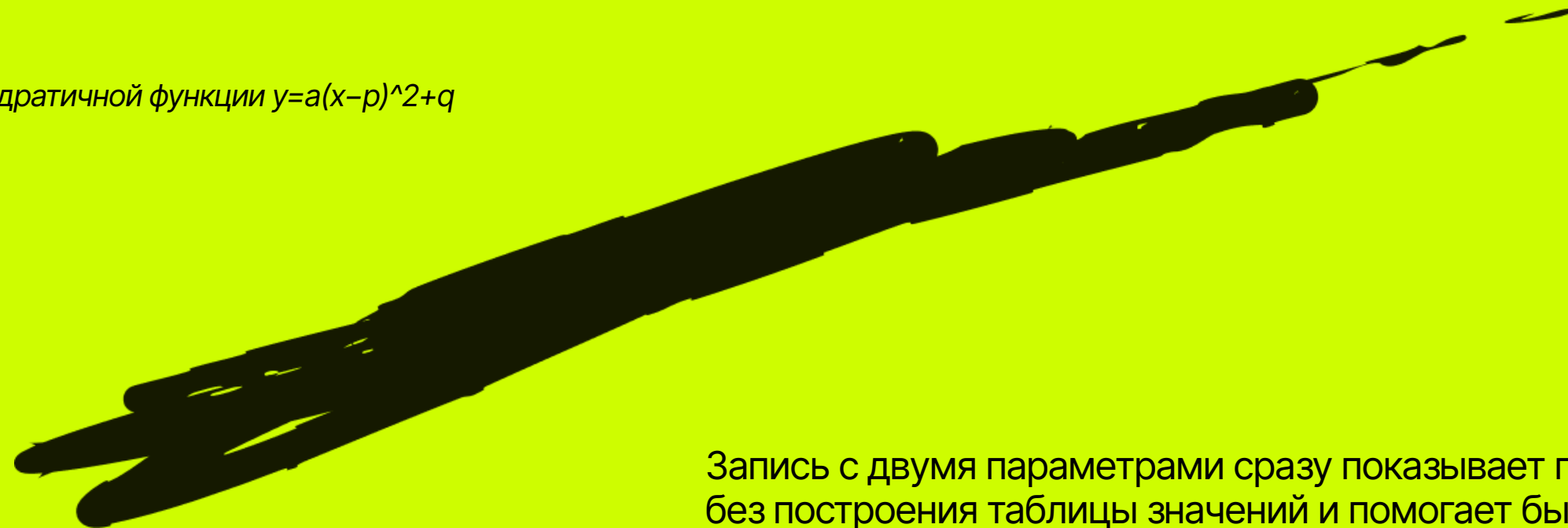
Иллюстративная схема по теме урока



2

**координаты вершины
задаются двумя числами.**

Свойства канонической формы квадратичной функции $y=a(x-p)^2+q$



Запись с двумя параметрами сразу показывает положение вершины без построения таблицы значений и помогает быстро читать график.

Типичные ошибки при выделении полного квадрата



Ошибка	Почему неверно	Как исправить
Не вычли число	Изменилось выражение	Добавить и вычесть
Взяли весь коэффициент	Нужна половина	Сначала делить на 2
Путают знак	Меняется вид квадрата	Проверить запись

Типичные ошибки при выполнении преобразований в теме полного квадрата



Таблица помогает увидеть, где чаще всего теряется равенство и как это исправить.

Главные сбои связаны с половиной коэффициента, знаками и забытым вычитанием добавленного числа.

Проверка правильности преобразования



Раскрой скобки

После преобразования вернись к исходному виду и раскрой квадрат двучлена. Если получилась та же запись, значит шаги выполнены верно и без потери равенства.



Сравни выражения

Сопоставь полученный результат с исходным многочленом по каждому члену. Такая проверка быстро показывает, не изменился ли свободный член и правильно ли выбран знак.



Будь внимателен к числам

Особенно полезна проверка, когда встречаются отрицательные числа или дроби. В таких случаях легко ошибиться в знаке или в квадрате, поэтому лучше переписать вычисления ещё раз.



Пример с дробным коэффициентом

Когда в ответе появляется дробь

В выражении $x^2 + 3x$ половина коэффициента при x равна $3/2$. Если возвести её в квадрат, получится $9/4$, и именно это число нужно добавить и вычесть, чтобы сохранить равенство. Дробь не мешает методу, а лишь делают запись точнее.

Квадрат двучлена работает и с дробями

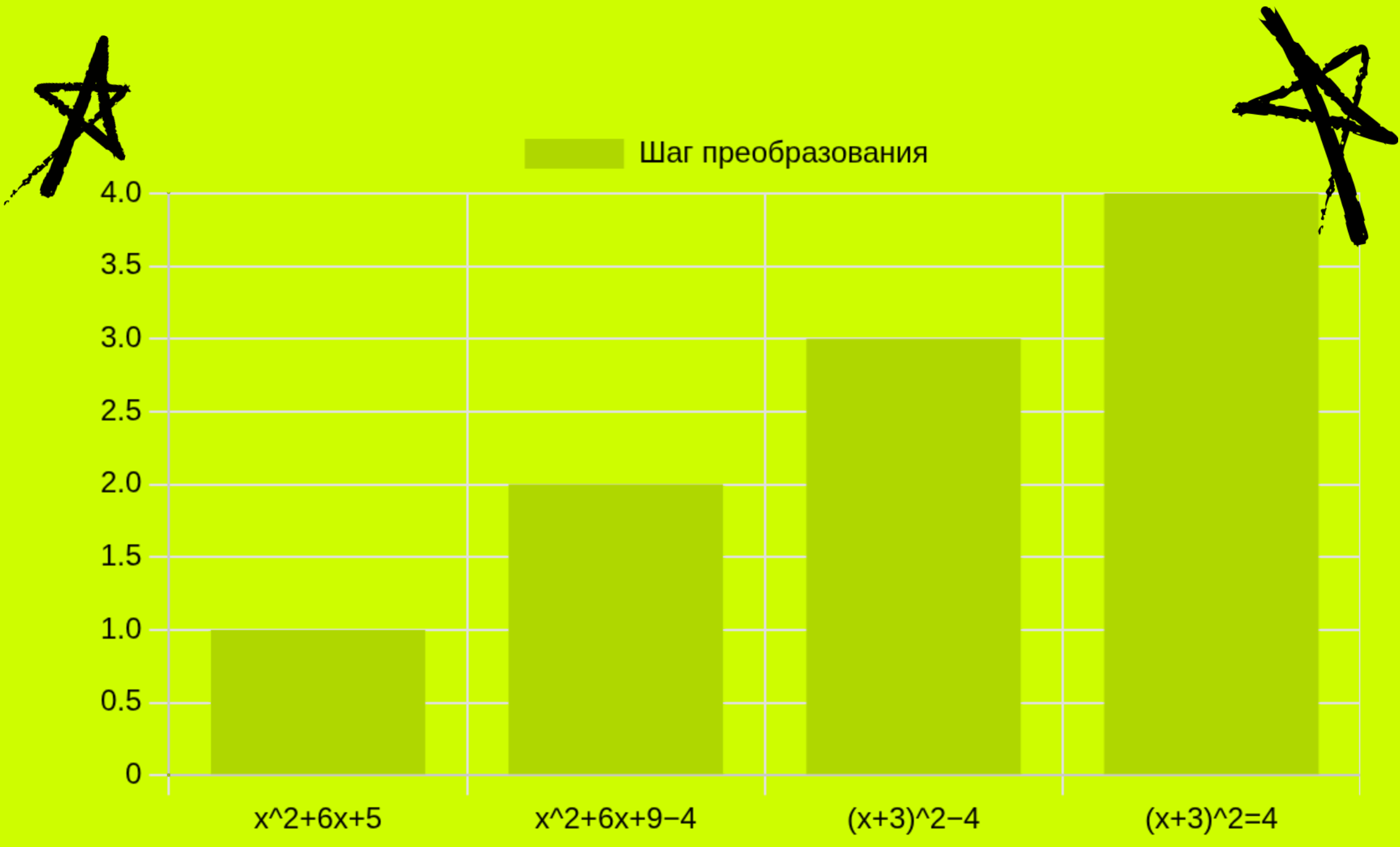
После преобразования получаем $(x + 3/2)^2 - 9/4$. Здесь видно, что формула не зависит от того, целое число используется или дробное. Главное — правильно найти половину коэффициента и аккуратно выполнить действия.



Преобразование выражения по шагам

Схема показывает, как одно дополнительное число превращает неудобное выражение в короткую и понятную запись.

Преобразование идёт последовательно: добавление, свёртка в квадрат и перенос числа в правую часть делают решение наглядным.



Последовательность преобразований из примера $x^2+6x+5=0$



Главный вывод о методе выделения полного квадрата

Метод выделения полного квадрата помогает превратить квадратный трёхчлен в удобную форму, быстрее решать уравнения и понимать график. Его успех зависит от точного выбора половины коэффициента и аккуратной проверки.

