

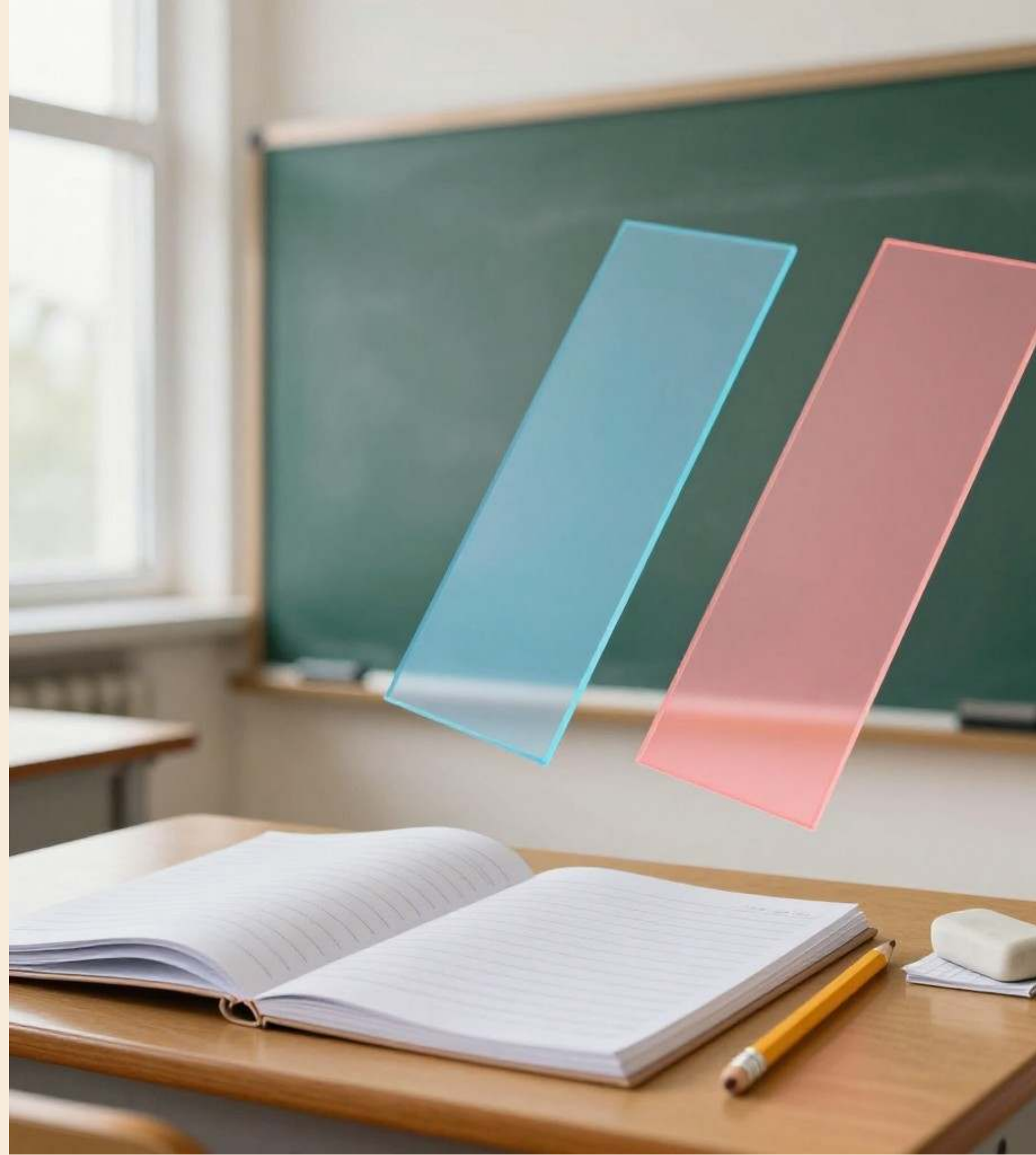
Системы уравнений и неравенств с двумя переменными

Ищем пару чисел, подходящую сразу
нескольким условиям.



Зачем нужны системы в 9 классе

Эта тема соединяет уравнения, неравенства, графики и координатную плоскость. Она учит находить точный ответ или целую область допустимых значений и помогает решать текстовые задачи из жизни.



2

уравнения связывают одну
и ту же пару неизвестных

Определение из курса алгебры 9 класса

Именно по этой паре ищут
единственное решение, отсутствие
решений или бесконечно много
подходящих ответов.

Графический смысл системы уравнений

Каждое уравнение — график

Уравнение с двумя переменными задаёт на плоскости линию или кривую. Это может быть прямая, парабола, окружность или другая зависимость.

Общие точки — решения

Ответом системы становятся только те точки, которые лежат сразу на обоих графиках. Значит, нужно искать их пересечение.



Линейный случай

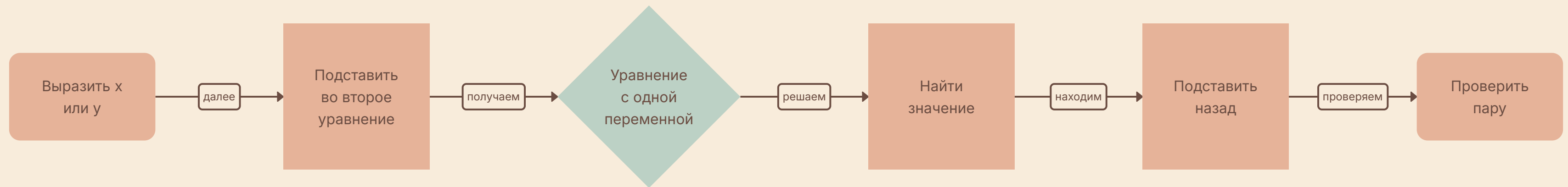
В школьных заданиях чаще всего рассматривают две прямые. Если они пересекаются, решение одно; если совпадают — решений бесконечно много.

Если пересечения нет

Параллельные прямые не имеют общих точек, поэтому такая система не имеет решения. Это сразу видно на координатной плоскости.

Решение методом подстановки

Последовательность действий при замене одной переменной выражением через другую



Способы решения систем уравнений

У каждого способа есть свои сильные стороны. Выбор зависит от вида уравнений и того, насколько удобно выполнять вычисления.

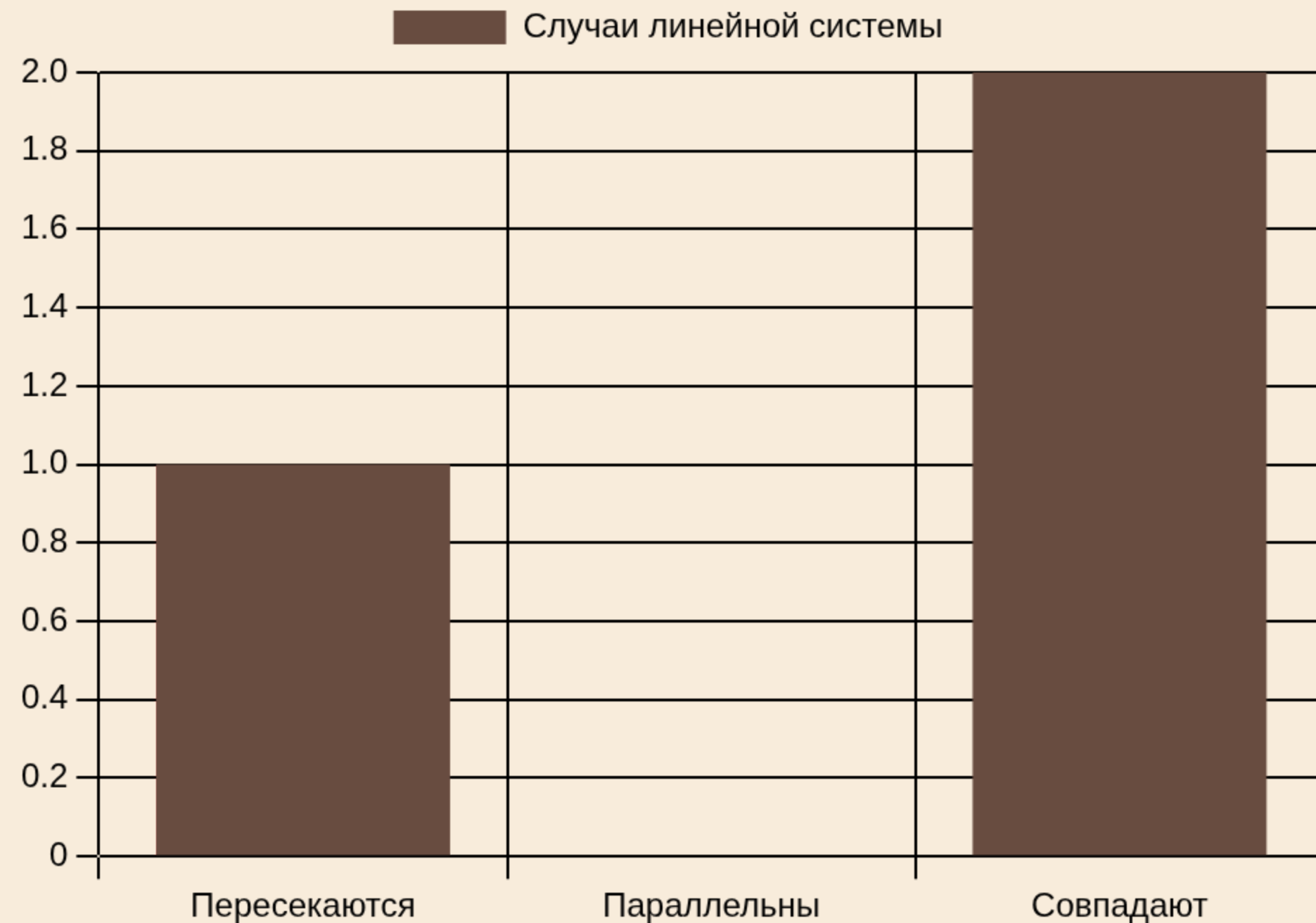
Подстановка и сложение дают точный результат, а графический метод помогает увидеть смысл решения на плоскости.

Способ	Когда удобен	Особенность
Подстановка	Если переменная выражается легко	Доводит до одного уравнения
Сложение	Если коэффициенты можно уравнивать	Быстро убирает переменную
Графический	Когда нужен наглядный ответ	Показывает точку пересечения

Сколько решений бывает у линейной системы

Линейные системы удобно различать по виду графиков. Один взгляд на взаимное расположение прямых часто подсказывает, сколько решений можно ожидать.

Пересечение даёт одно решение, параллельность — ни одного, совпадение — бесконечно много решений.



Проверка найденного решения

Подставить в оба уравнения

01

Сначала найденные значения x и y подставляют в каждое уравнение системы. Если равенства выполняются одновременно, пара чисел действительно является ответом.

Найти и исправить ошибку

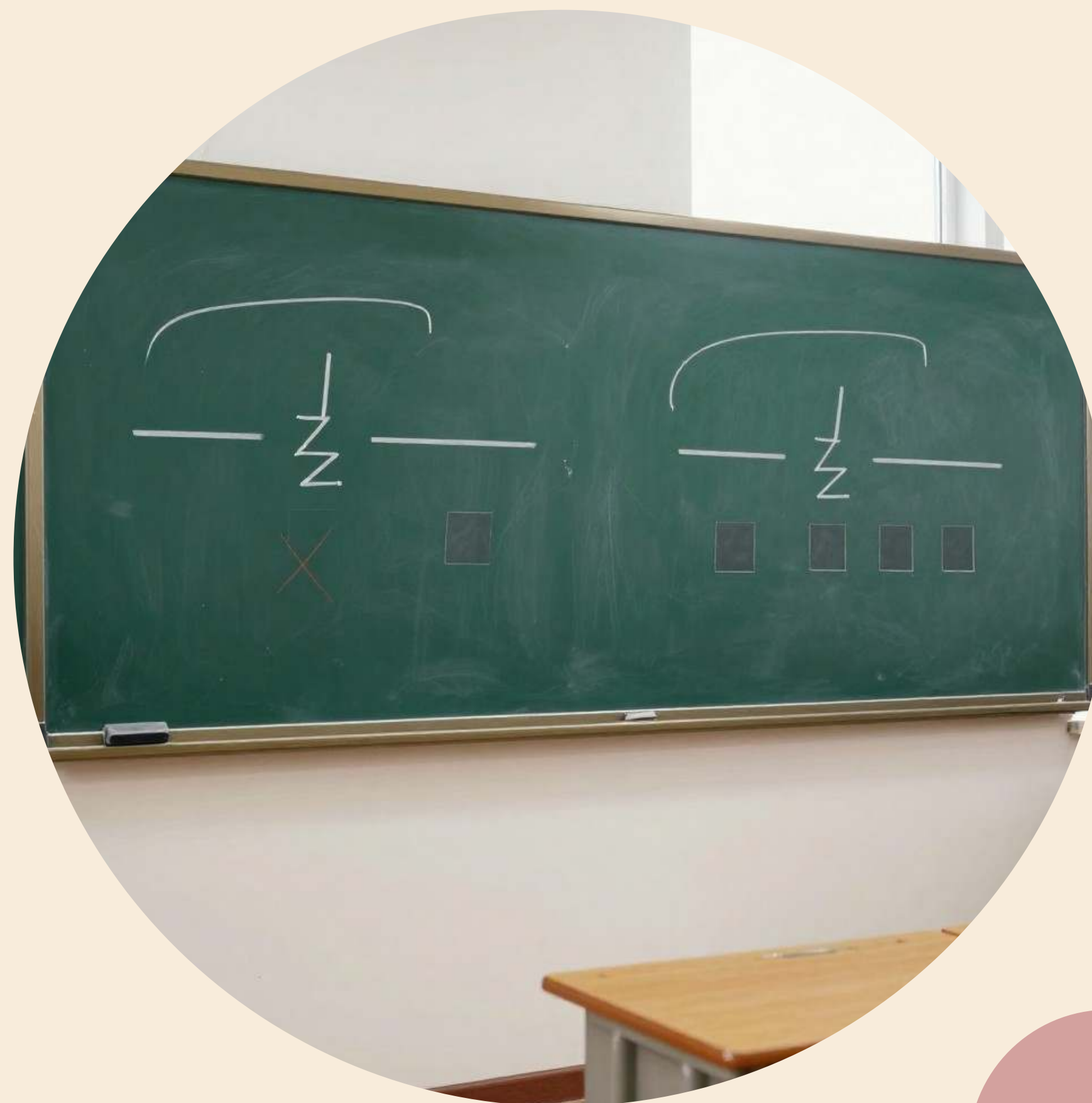
02

Проверка быстро показывает, где допущена неточность: в вычислениях, переносе слагаемых, раскрытии скобок или выборе знака. Это особенно важно при дробях.

Записать ответ правильно

03

Обычно решение записывают как координаты точки: $(x; y)$. Порядок чисел менять нельзя, потому что сначала указывают абсциссу, затем ординату.



Как системы помогают в текстовых задачах



Покупки и стоимость

Одна из самых понятных ситуаций — покупка нескольких товаров по разной цене. Одно уравнение отражает общее количество или сумму, а второе связывает цену и количество. После решения остаётся объяснить ответ словами: сколько чего купили и сколько это стоило.



Движение и расстояние

В задачах на движение система помогает связать скорость, время и расстояние. Один пункт условия задаёт общий путь, другой — разницу или равенство времени. Так алгебра превращает короткий текст в понятную модель, которую можно вычислить.



Возраст, смеси, работа

Системы подходят и для более разноплановых сюжетов: сравнения возрастов, смешивания растворов, распределения работы. Во всех случаях важно выделить две неизвестные величины и проверить, что найденная пара действительно подходит смыслу задачи.

Что такое система неравенств с двумя переменными

1

Несколько условий сразу

Система неравенств объединяет два или больше неравенств с одними и теми же переменными x и y . Нужно найти пары чисел, которые подходят каждому условию одновременно.

2

Ответ — область точек

В отличие от системы уравнений, здесь обычно нет одной точки-ответа. Множеством решений становится целая область на координатной плоскости, где выполнены все неравенства.

3

Пересечение областей

Каждое неравенство задаёт свою допустимую часть плоскости. Решением системы считается только общая часть всех таких областей, то есть их пересечение.

4

Проверка точки

Чтобы убедиться в правильности решения, достаточно взять любую точку из общей области и подставить её в неравенства. Если все условия верны, область выделена правильно.



Графический смысл неравенств

Граница области

01

Каждое неравенство на плоскости задаёт линию или кривую, которая разделяет точки на две части. Эта граница помогает понять, где условие выполняется, а где значения уже не подходят.

Строгие знаки

02

Если записаны знаки $<$ или $>$, сама граница в решение не входит. Поэтому её изображают пунктиром, чтобы показать: точки на линии не удовлетворяют неравенству.

Нестрогие знаки

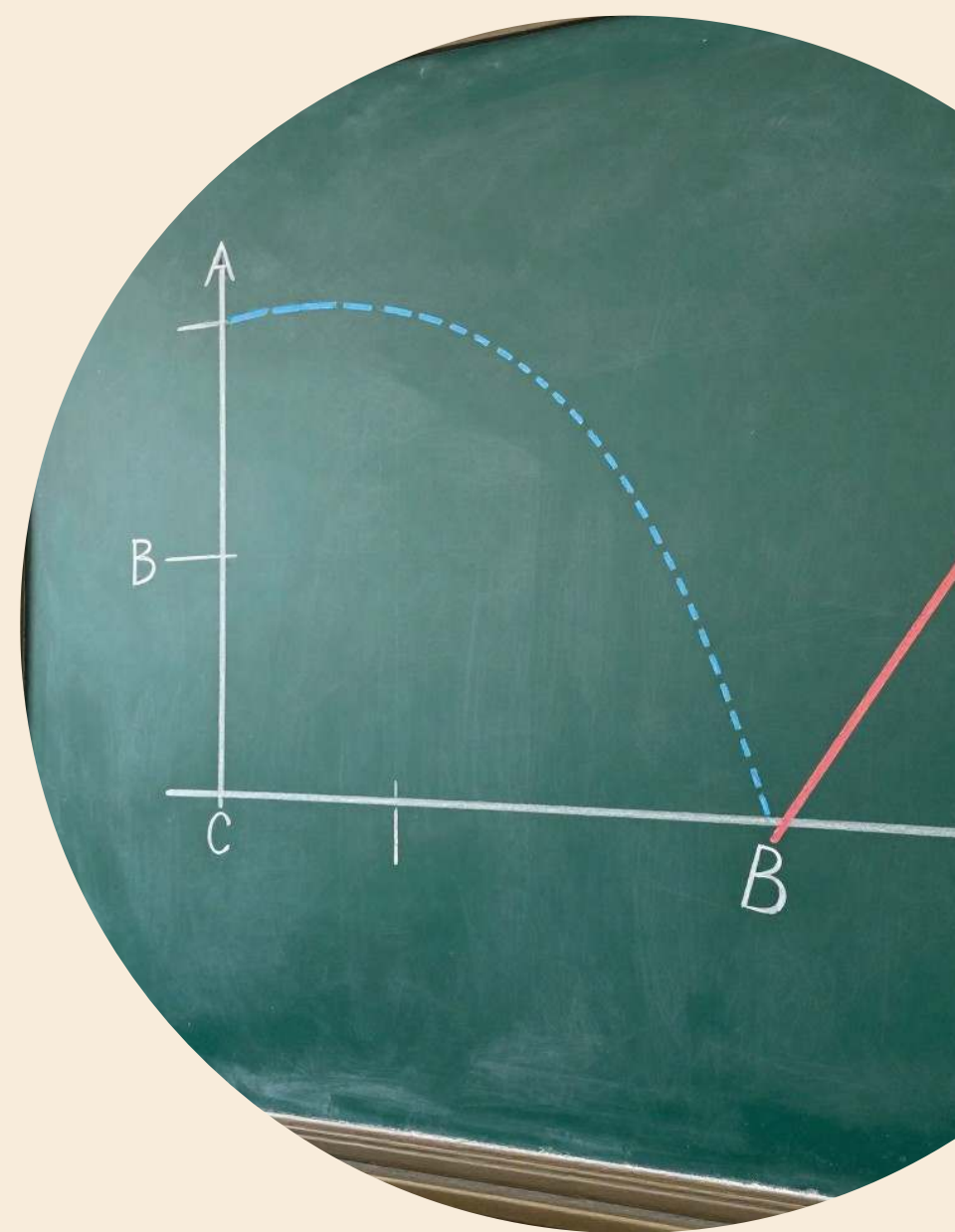
03

Знаки $\leq$ и $\geq$ означают, что граничные точки тоже подходят. В этом случае линию строят сплошной, а затем выделяют ту сторону, где неравенство верно.

Общая область

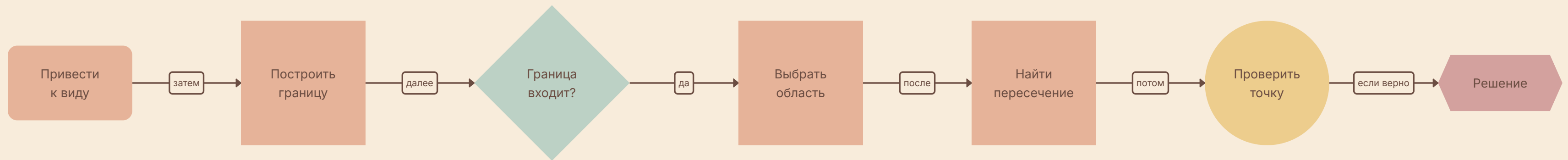
04

Для системы неравенств решением служит только та часть плоскости, которая подходит всем условиям сразу. Это пересечение заштрихованных областей, а не вся каждая область по отдельности.



Как решать систему неравенств

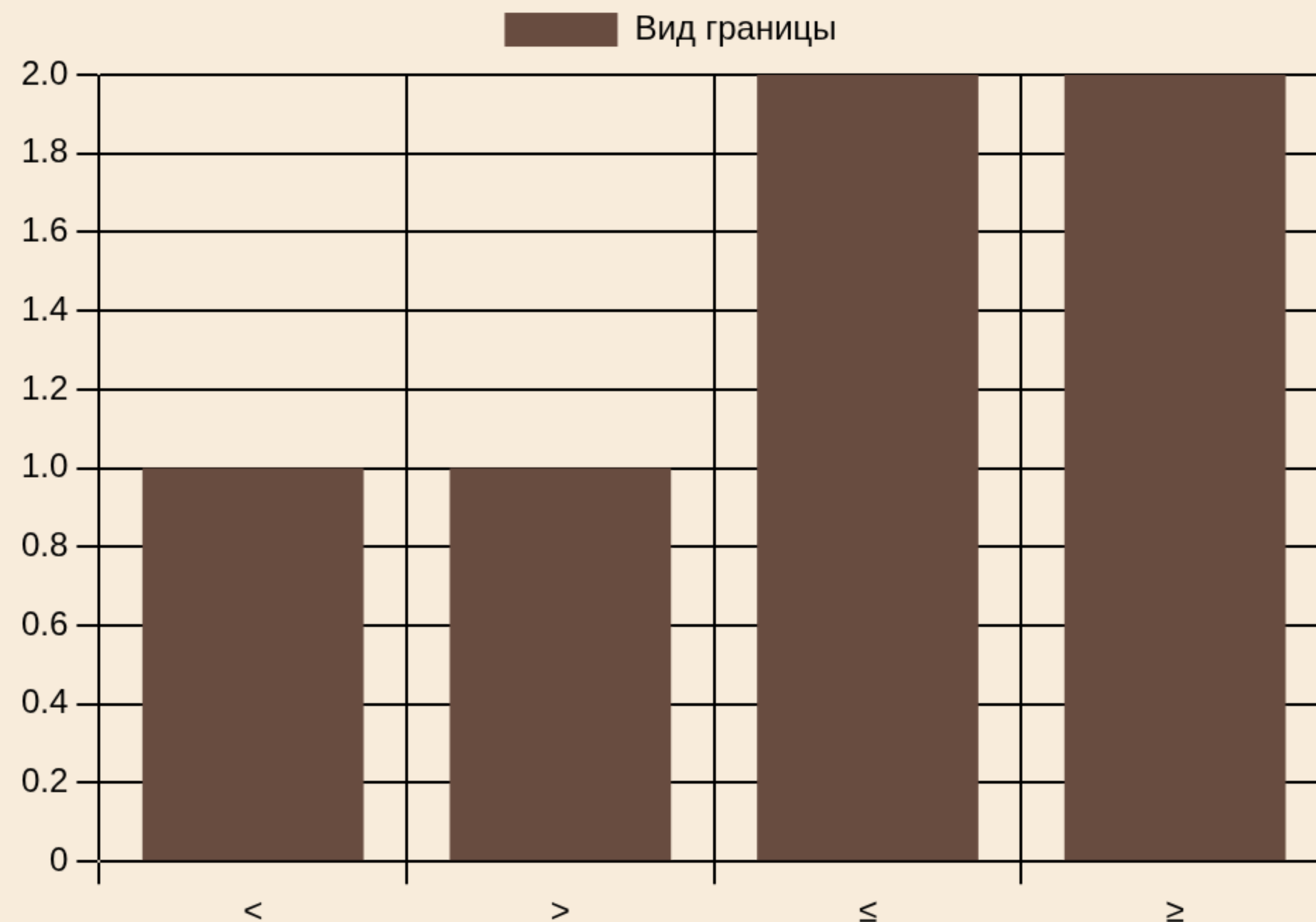
Последовательность действий при построении и проверке области решений на координатной плоскости.



Знаки неравенств и вид границы

Тип знака напрямую определяет оформление границы при построении: пунктир показывает строгий запрет, а сплошная линия — включение граничных точек в ответ.

Строгие неравенства не включают линию, нестрогие включают её; это правило сразу подсказывает, как читать и строить область решений.



Линейные системы: тип графиков и число решений

Система	График	Решение
Пересекаются	Одна точка	Одно
Параллельны	Нет точек	Нет
Совпадают	Одна прямая	Бесконечно много

Сопоставление вида графиков и количества решений помогает быстро определить результат без длинных вычислений.

Для линейной системы решающим является взаимное расположение прямых: точка пересечения, параллельность или совпадение.

Типичные ошибки при решении систем

Ошибки в знаках

При переносе слагаемых и раскрытии скобок легко потерять знак минус. Из-за этого получается неверное уравнение, хотя сам способ решения выбран правильно.

Деление на отрицательное

В неравенствах нельзя забывать: при умножении или делении на отрицательное число знак меняется на противоположный. Это правило часто нарушают при коротких вычислениях.

Слабая проверка

Даже найденная пара чисел может оказаться ошибочной, если не подставить её в оба уравнения или неравенства. Проверка быстро показывает, где допущен неверный шаг.

Небрежность с дробями

Дробь требует особой аккуратности: общий знаменатель, сокращение и сравнение чисел должны выполняться без пропусков. Одна неточность меняет весь ответ.

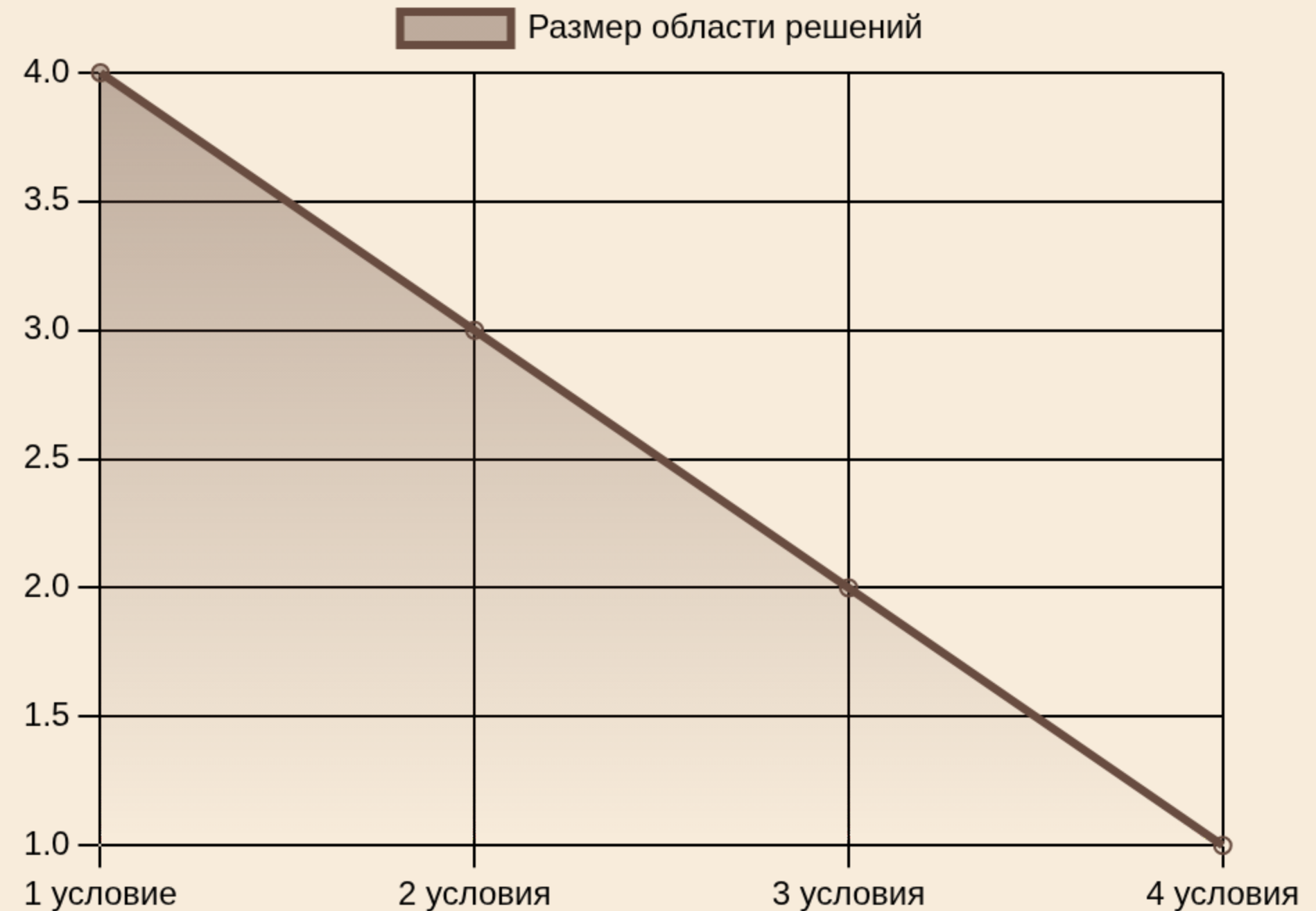
Неверная запись ответа

Ответ системы записывают как пару чисел в скобках: сначала x , затем y . Перепутанный порядок или пропущенная точка с запятой делают запись неправильной.

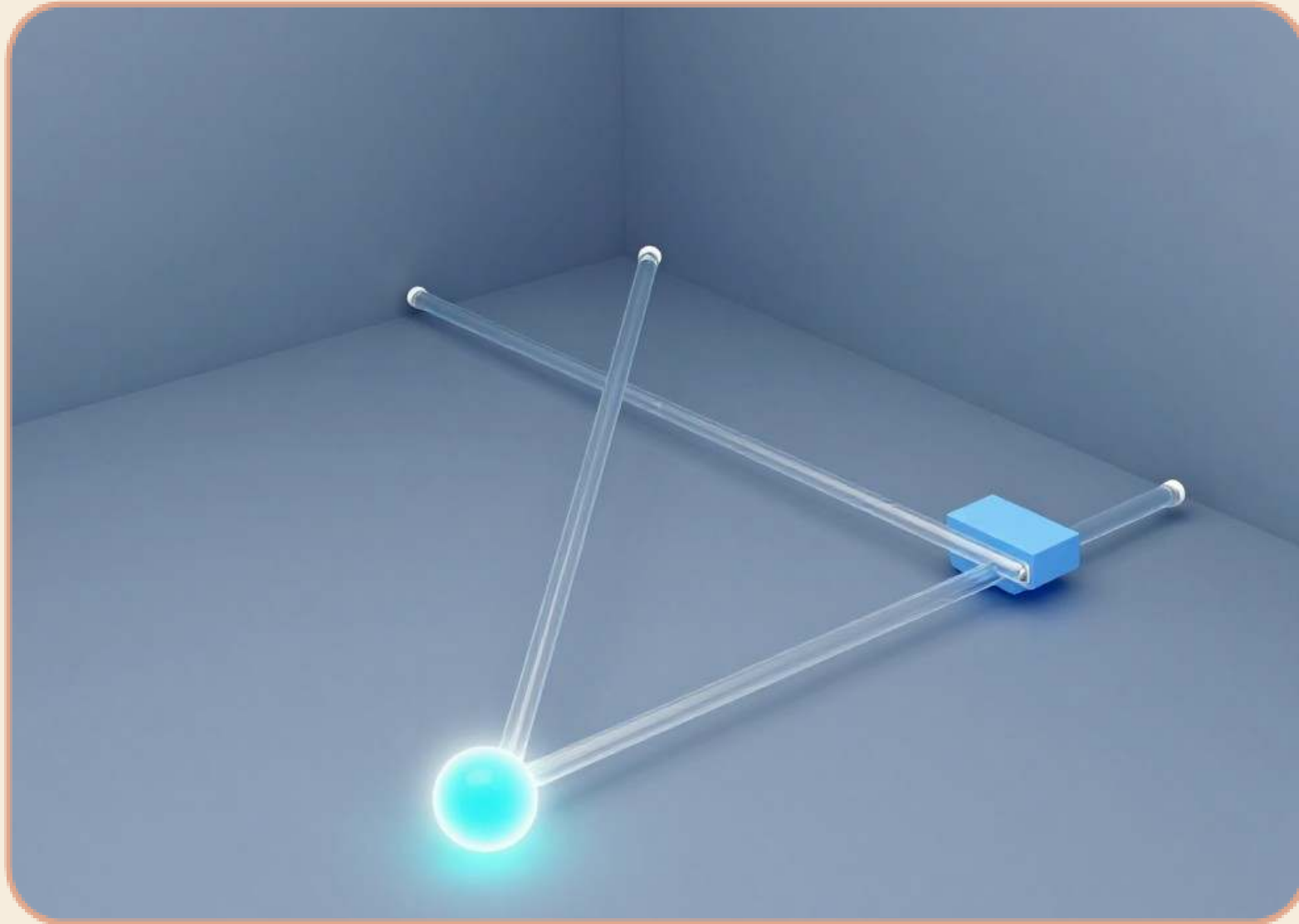
Как изменяется область решений при добавлении условий

Чем больше условий, тем уже становится множество подходящих точек. На графике это можно представить как последовательное сужение допустимой области.

Добавление каждого нового условия отсекает часть точек; остаются только те, которые удовлетворяют всем ограничениям одновременно.

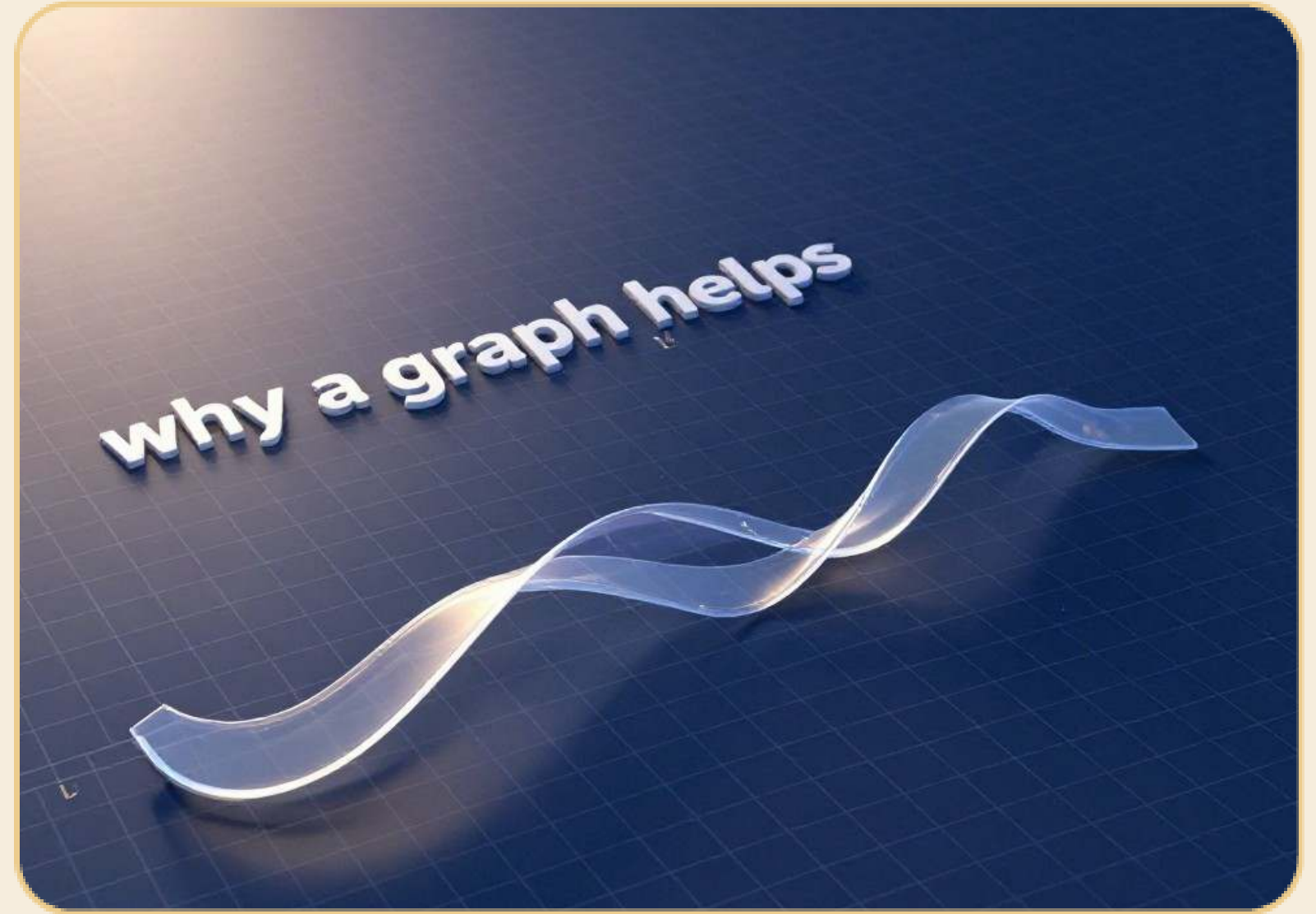


Координатная плоскость и запись ответа



Точка как пара чисел

На координатной плоскости каждая точка живёт по двум адресам: по горизонтали и по вертикали. Сначала указывают x , затем y , поэтому ответ системы записывают в виде $(x; y)$. Такой формат удобен и для построения графиков, и для проверки решения.

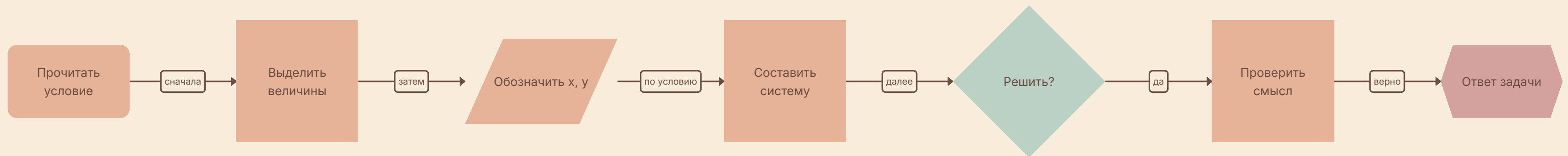


Почему график помогает

Когда уравнения изображены на одной плоскости, сразу видно их пересечение или отсутствие общих точек. Для неравенств заметна целая область подходящих значений, а не одна точка. Именно поэтому координатная плоскость делает алгебру более понятной и наглядной.

Как перевести задачу в систему

Переход от условий текстовой задачи к математической модели с двумя переменными.



Где в жизни встречаются системы с двумя переменными



Покупки

Системы помогают понять, сколько товаров купили и сколько заплатили. Одна переменная описывает количество, другая — цену или общую стоимость, и вместе они дают точный ответ.



Движение

В задачах на движение нужно согласовать расстояние, время и скорость. Система уравнений связывает эти величины так, чтобы можно было найти нужную пару значений без догадок.



Размеры фигур

При вычислении периметра, площади или сторон прямоугольника часто неизвестны две величины сразу. Система позволяет одновременно учесть длину и ширину, а затем проверить результат.



Сравнение величин

Системы полезны там, где важно сравнить доход и расход, количество и остаток, план и факт. Они показывают не одно число, а согласованную пару значений.



Что важно запомнить о системах

Системы уравнений находят одну подходящую пару чисел, а системы неравенств — целую область решений. Графики, проверка и аккуратные вычисления делают ответ понятным и надёжным.