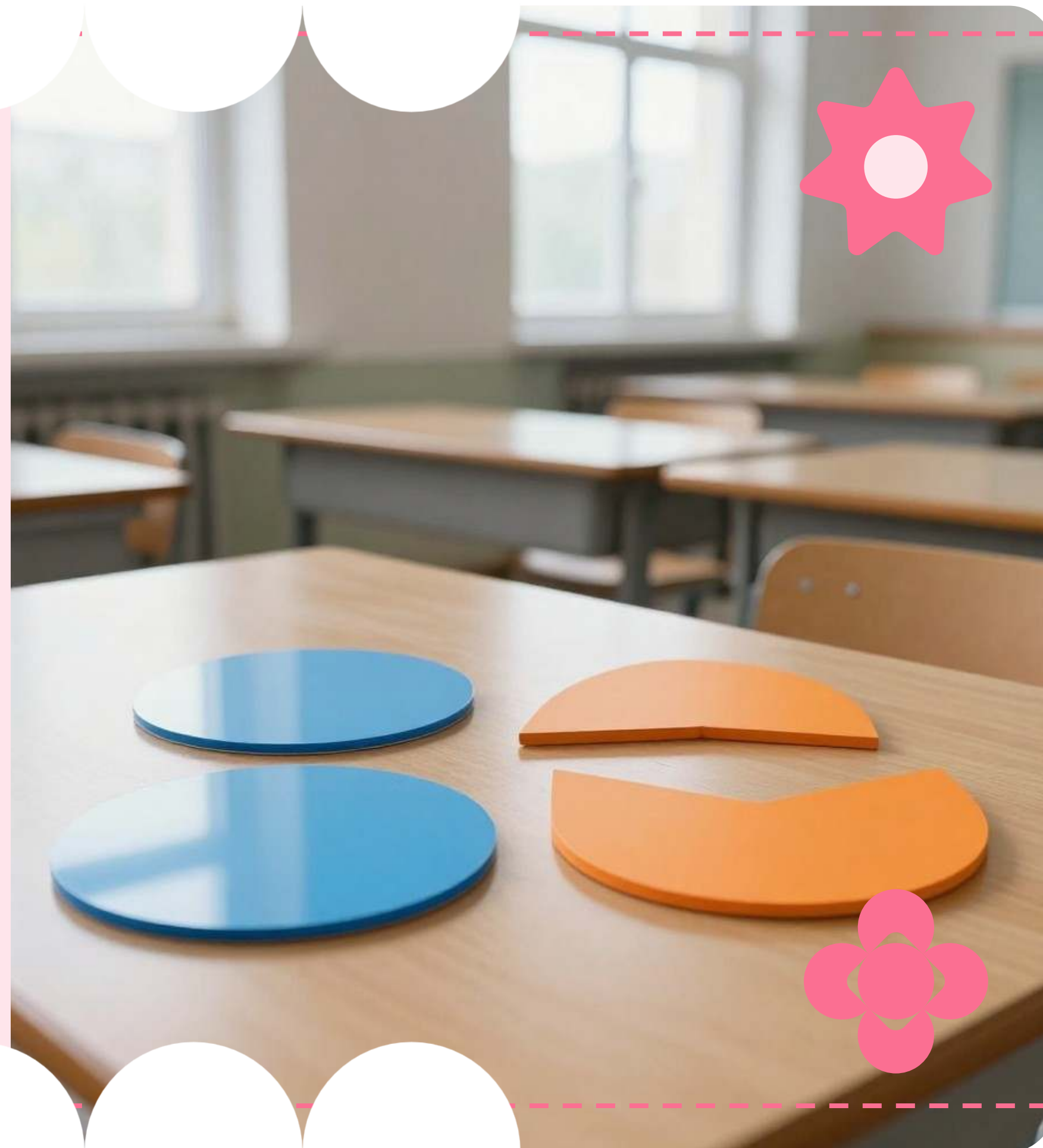
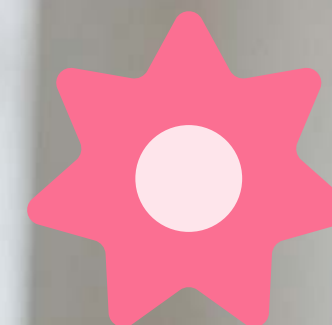




Площадь круга и его частей

Научимся находить площади круга,
сектора, полукруга и кольца.



Зачем это изучают в 7 классе

Эта тема помогает решать практические задачи: считать материал для круглых деталей, клумб, крышек, наклеек и циферблатов, а ещё закрепляет работу с π , дробями и степенями.



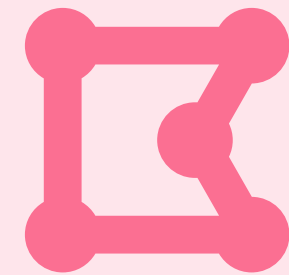
Круг и окружность: основные понятия

3



Круг

Кругом называют часть плоскости, которая находится внутри замкнутой линии. Именно эта внутренняя область имеет площадь и используется в задачах на вычисления.



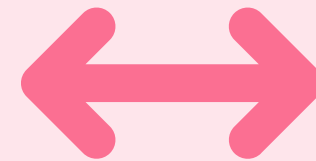
Окружность

Окружность — это только граница круга, то есть линия без внутренней области. Она помогает определить форму, но сама по себе площади не имеет.



Радиус

Радиус соединяет центр круга с любой точкой окружности. От его длины зависит размер фигуры: чем больше радиус, тем больше площадь круга.



Диаметр

Диаметр проходит через центр круга и соединяет две точки окружности. Он в два раза больше радиуса, поэтому по диаметру легко найти радиус для формулы площади.

Единицы площади и запись ответа

4



Квадратные единицы

Площадь всегда записывают в квадратных единицах: мм^2 , см^2 , дм^2 или м^2 . Это показывает, что измеряется не длина, а размер поверхности.



Согласование единиц

Если радиус дан в сантиметрах, ответ тоже выражают в см^2 . При радиусе в метрах результат записывают в м^2 , чтобы не смешивать разные системы измерения.



Не путать величины

1 см и 1 см^2 обозначают разные величины. Первая запись относится к длине, вторая — к площади, поэтому их нельзя сравнивать как одинаковые числа.



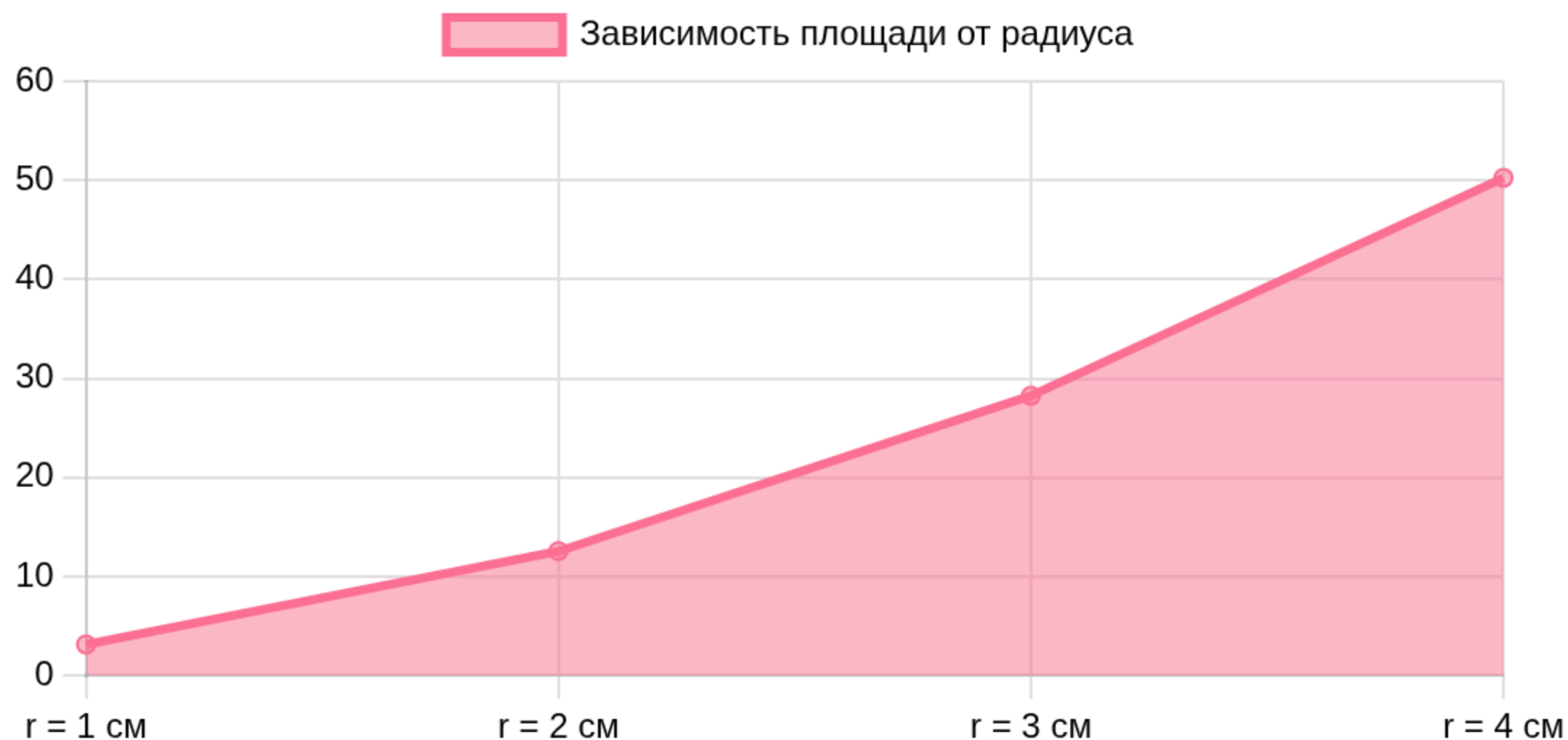
Аккуратный ответ

В конце вычисления полезно проверить не только число, но и единицы. Правильная запись ответа показывает, что задача решена полностью и без путаницы.

Как меняется площадь круга при росте радиуса

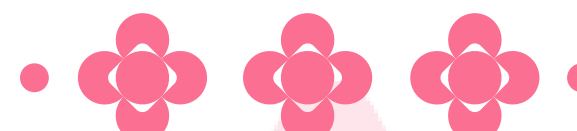
5

Увеличение радиуса заметно ускоряет рост площади, поэтому небольшое изменение размера даёт большой результат.



Площадь растёт неравномерно: формула содержит квадрат радиуса, поэтому каждый следующий шаг по r даёт всё больший прирост.

Расчёты по формуле $S=\pi r^2$ при $\pi \approx 3,14$.


3,14

— это значение π , которое в школе
обычно используют
для вычислений площади круга.

Это приближённое значение числа π помогает
быстро считать площадь круга по формуле
 $S=\pi r^2$ без длинных вычислений.

Школьное приближение числа π .



Почему работает формула $S=\pi r^2$

7



Разбиение на сектора

Если круг разделить на много узких секторов, их удобно мысленно чередовать и располагать рядом. Так фигура становится похожей на прямоугольник.



Основание фигуры

Основание связано с половиной длины окружности. Поэтому площадь можно представить как произведение высоты на половину окружности.



Высота фигуры

В получившейся модели высота равна радиусу круга. Это видно по тому, что каждый сектор тянется от центра к окружности.



Появление πr^2

Поскольку длина окружности выражается через πr , итоговое произведение даёт формулу $S=\pi r^2$. Она показывает, что площадь зависит от квадрата радиуса.

Сравнение площадей кругов разных радиусов

8

Таблица показывает, как быстро меняется площадь при увеличении радиуса.

г, см	S, см²
1	3,14
2	12,56
3	28,26
5	78,5

Даже небольшое увеличение радиуса резко увеличивает площадь, потому что она зависит от квадрата радиуса, а не от него самого.

Расчёты по формуле $S=\pi r^2$ при $\pi \approx 3,14$.

Площадь полукруга и четверти круга

9

01

Полукруг

Площадь полукруга равна половине площади целого круга. Если известна площадь круга, её нужно просто разделить на 2.

02

Четверть круга

Площадь четверти круга составляет одну четвёртую от площади круга. Для этого площадь целой фигуры делят на 4.

03

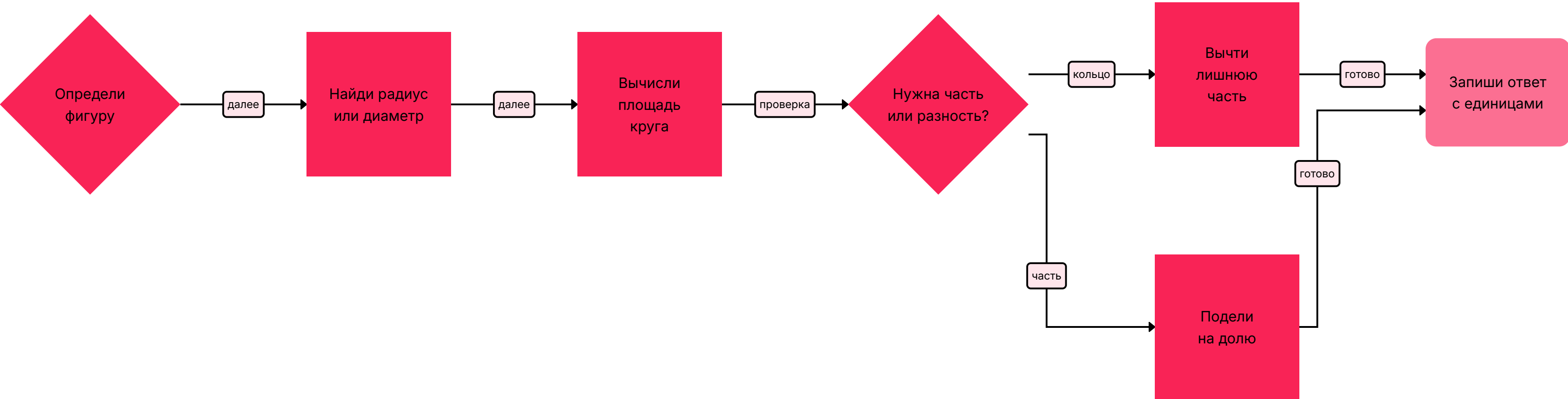
Как применять

Например, для круга радиуса 6 см сначала находят полную площадь, а затем делят её на 2 или 4, чтобы получить нужную часть.

Алгоритм нахождения площади части круга

10

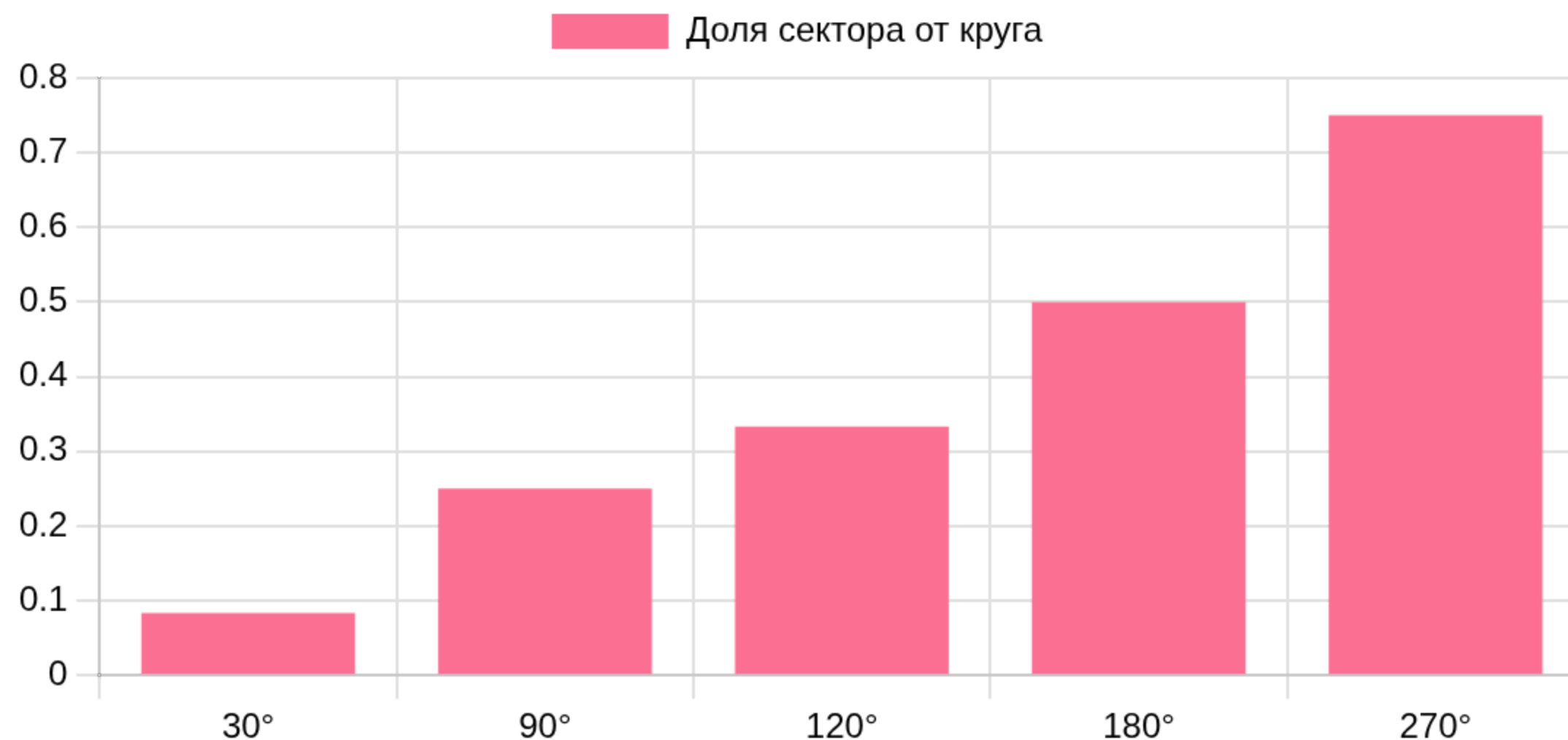
Последовательность действий для круговых фигур, их частей и колец



Площадь сектора при разных углах

11

При одном и том же радиусе сектор с большим углом занимает большую часть круга.



Площадь сектора растёт вместе с углом: чем больше центральный угол, тем больше доля целого круга.

На основе отношения $\alpha/360^\circ$ для центрального угла сектора.

Формула площади сектора

12

01

Смысл формулы

Площадь сектора находят как часть площади круга, соответствующую центральному углу. Поэтому в формуле используется отношение угла сектора к полному углу 360° .

02

Как применять

Сначала находят площадь всего круга по радиусу, а затем умножают её на долю сектора. Такой способ удобен, когда известен угол и длина радиуса.

03

Почему это удобно

Формула сразу показывает связь между углом и площадью: при одинаковом радиусе больший угол даёт большую площадь, а меньший — меньшую.

Кольцо как разность двух кругов

13



Две границы фигуры

Кольцо ограничено внешней и внутренней окружностями. Его площадь нельзя найти одной формулой для круга, потому что внутри есть отверстие, которое нужно вычесть.



Обозначения радиусов

Внешний радиус обозначают R , а внутренний — r . Сначала вычисляют площадь большого круга, затем вычитают площадь меньшего, чтобы получить только саму полосу.



Где встречается

Такая форма есть в мишенях, шайбах, браслетах, ободах и некоторых деталях техники. Чем больше отверстие, тем меньше остаётся площади материала.



Примеры вычисления площади кольца

R, см	r, см	S, см²
8	5	≈117,81
10	6	≈201,06
7	2	≈137,44

Сравнение показывает, как меняется площадь кольца при разных внешнем и внутреннем радиусах.

Даже небольшое увеличение внутреннего радиуса заметно уменьшает площадь кольца, потому что вычитаемая часть становится больше.

Вычисления по формуле $S=\pi R^2-\pi r^2$, $\pi\approx3,14$.

Типичные ошибки при вычислениях

15

01

Путают радиус и диаметр

Если вместо радиуса подставить диаметр, ответ получится в четыре раза больше или меньше нужного. Перед вычислением важно внимательно прочитать условие и найти именно радиус.

02

Забывают квадрат

В формуле площади круга радиус обязательно возводят в квадрат. Ошибка без квадрата сильно искажает результат, потому что площадь зависит не от длины радиуса, а от его квадрата.

03

Неверные единицы

Длину записывают в сантиметрах или метрах, а площадь — в квадратных единицах. Если перепутать см и см², ответ будет оформлен неправильно даже при верных вычислениях.

04

Слишком грубое π

Округление числа π до 3 даёт заметную погрешность. В школьных задачах обычно используют 3,14, чтобы получить более точный и надёжный результат.

05

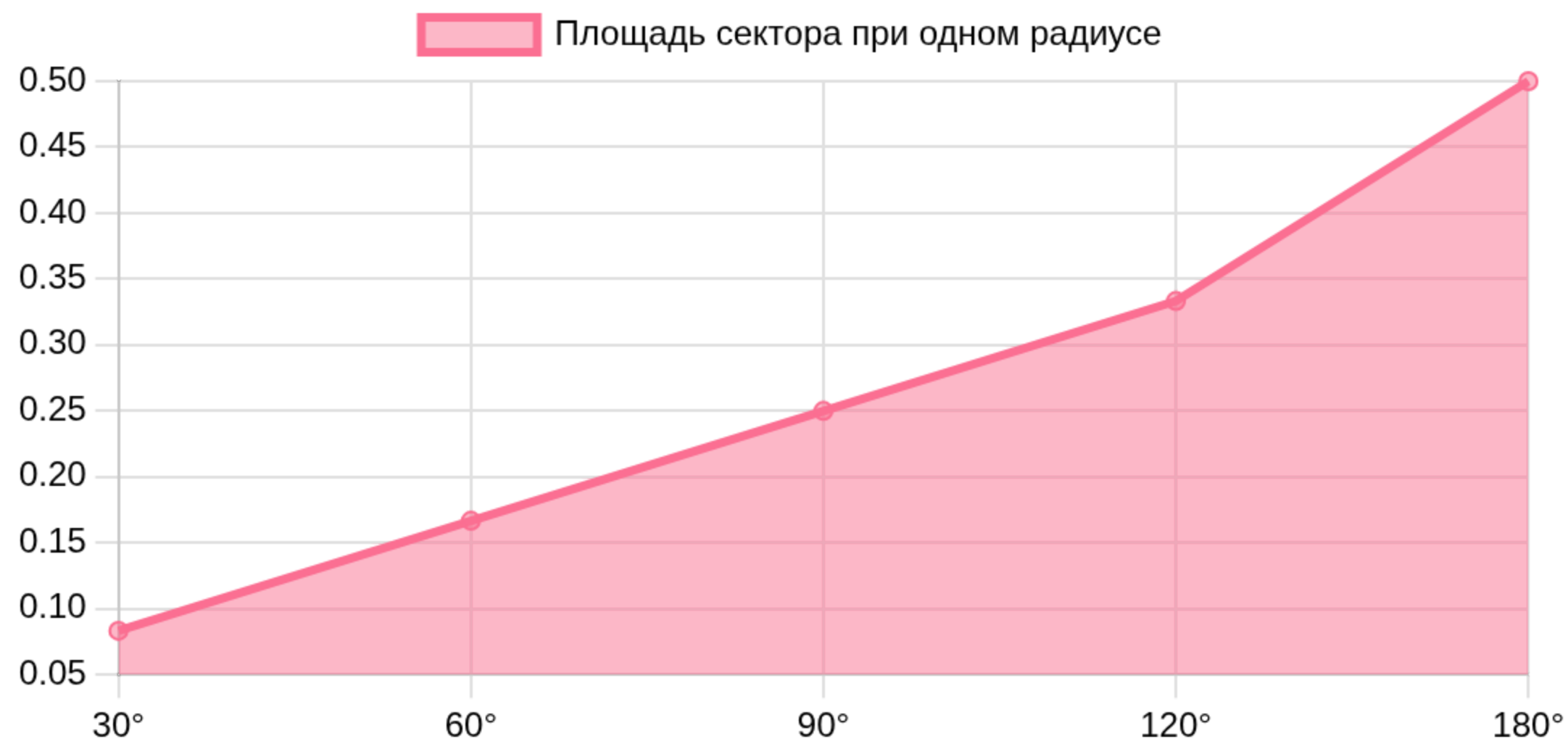
Не проверяют условие

В задачах на сектор и кольцо важно правильно определить долю круга и соотношение радиусов. Проверка помогает избежать ситуаций, когда внешний радиус оказался меньше внутреннего.

Связь угла сектора и его площади

16

При одинаковом радиусе сравнение удобно делать по доле от целого круга, а не по абсолютным числам.



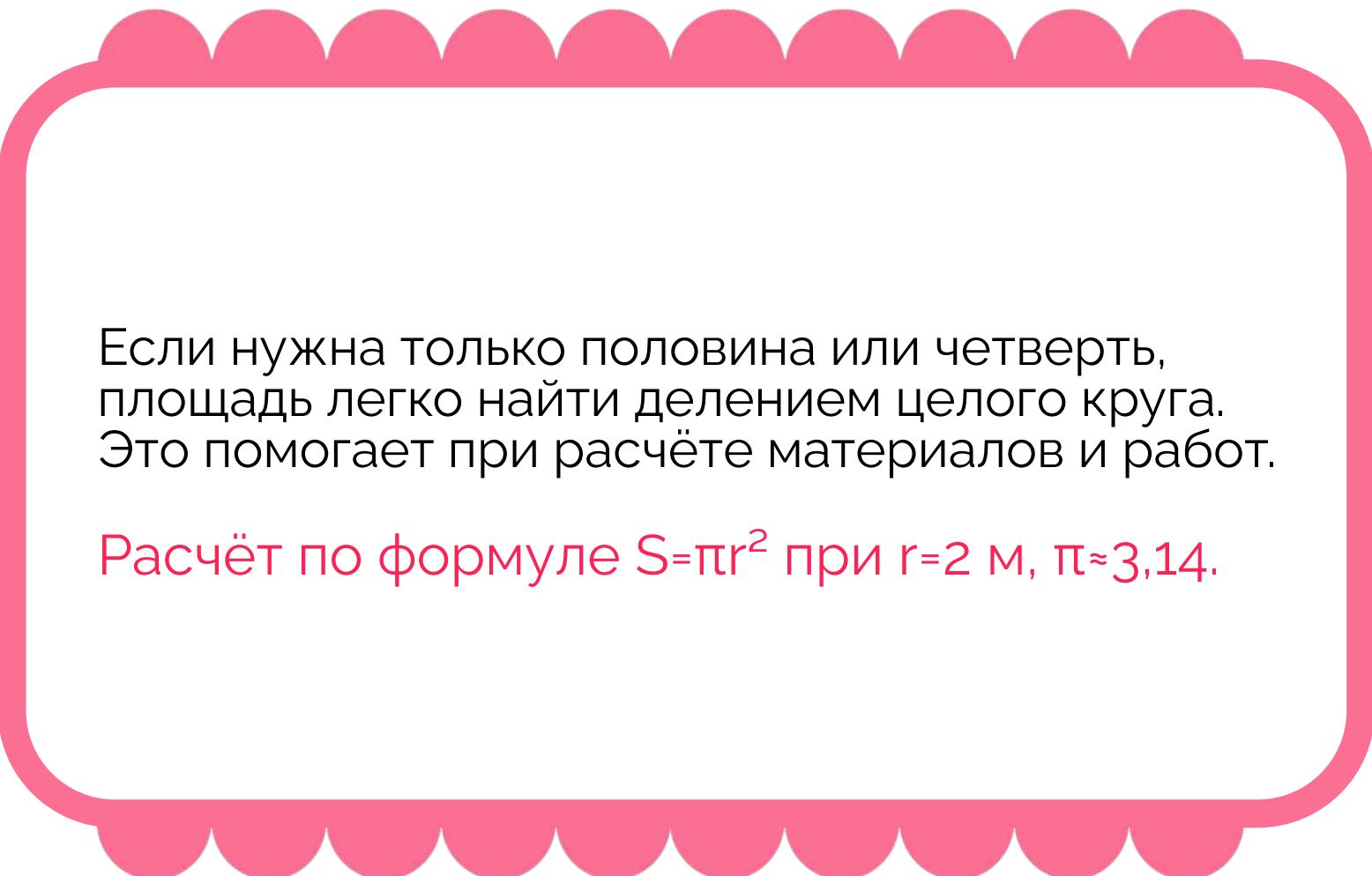
Площадь сектора увеличивается почти пропорционально углу: чем больше угол, тем больше часть круга.

Зависимость площади сектора от центрального угла по формуле $S = (\alpha/360^\circ) \cdot \pi r^2$.



12,56 м²

— такова площадь круглой клумбы
радиуса 2 м.



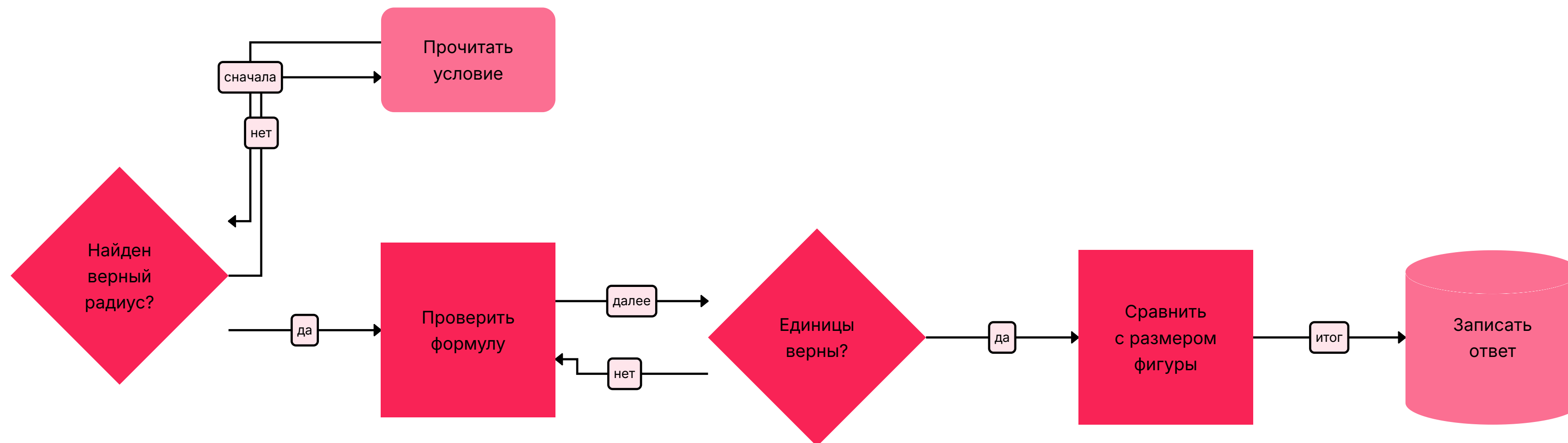
Если нужна только половина или четверть,
площадь легко найти делением целого круга.
Это помогает при расчёте материалов и работ.

Расчёт по формуле $S=\pi r^2$ при $r=2$ м, $\pi \approx 3,14$.

Как проверить полученный ответ

18

Последовательность проверки результата по условию задачи и единицам измерения.



Главные формулы темы

19

01

Круг

Площадь целого круга находят по формуле $S=\pi r^2$. Она лежит в основе всех остальных формул темы, потому что части круга выражаются через его площадь.

02

Полукруг

Площадь полукруга равна половине площади круга: $S=\pi r^2/2$. Эту формулу используют, когда фигура представляет собой ровно одну вторую часть окружности.

03

Сектор

Для сектора площадь зависит от угла: $S=(\alpha/360^\circ)\cdot\pi r^2$. Чем больше центральный угол, тем большую долю круга занимает данный сектор.

04

Кольцо

Площадь кольца находят вычитанием: $S=\pi R^2-\pi r^2$. Сначала считают внешний круг, затем внутренний, чтобы получить только оставшуюся часть фигуры.



Что важно запомнить о круге и его частях

Площадь круглых фигур удобно находить через радиус, угол или разность двух площадей. Если помнить формулу круга и правильно выбирать способ вычисления, задачи становятся понятными и решаются без лишних ошибок.

