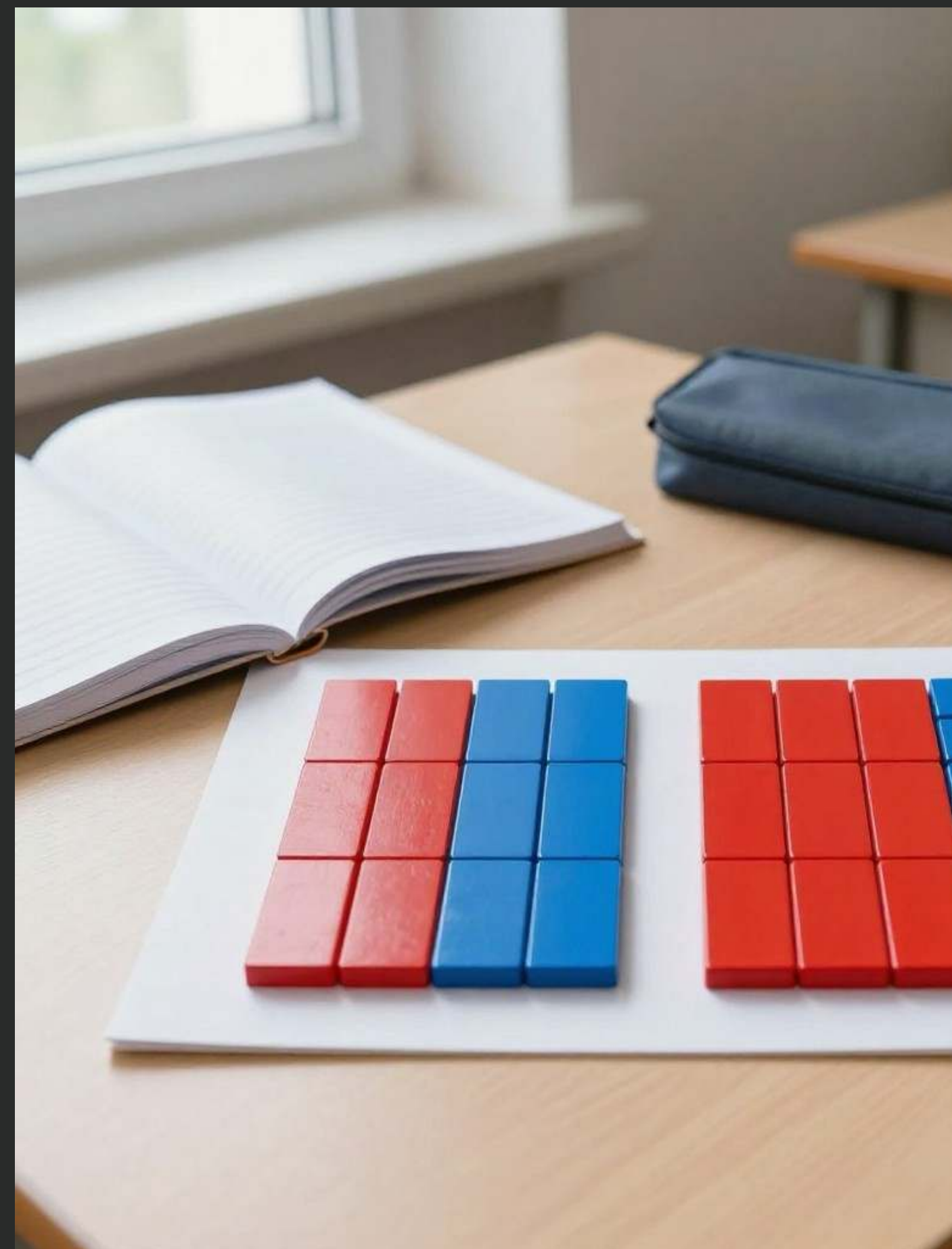


Пропорции: равенство отношений и их значение

Изучаем равенство отношений и его
применение в задачах.



Пропорции вокруг нас

Пропорции помогают считать покупки, читать карты, смешивать ингредиенты и решать задачи на движение.



Что такое отношение

Сравнение величин

Отношение показывает, как связаны две величины: сколько раз одна больше другой или какую часть составляет. Его можно записать разными способами: $12:3$, 8 к 2, $20/5$.

Связь с дробью

Запись отношения похожа на дробь, поэтому его удобно сокращать и преобразовывать. Например, $12:3$ можно упростить до $4:1$, разделив обе части на одно и то же число.

Как читать отношение

В отношении важно понимать, что сравниваются одинаковые по смыслу величины: деньги с деньгами, длина с длиной, количество с количеством. Тогда сравнение получается точным и понятным.

Отношение и пропорция

Одно отношение ещё не пропорция. Пропорция появляется тогда, когда два отношения равны, например $2:3 = 4:6$. Это равенство и лежит в основе темы.

Запись пропорции и её части

Две формы записи

Пропорцию записывают как $a:b = c:d$ или $a/b = c/d$. Обе записи означают одно и то же: два отношения имеют одинаковую величину.

Четыре члена пропорции

В пропорции всегда четыре члена. Крайними называют a и d , а средними — b и c . Эти названия нужны, чтобы удобно применять правило проверки.

Почему это важно

Если перепутать крайние и средние члены, можно получить неверный ответ при решении уравнения. Поэтому расположение чисел в пропорции нужно видеть очень внимательно.

Наглядный смысл

Равные линейки, шкалы или отрезки помогают увидеть, что отношения совпадают. Визуальная проверка делает запись пропорции понятнее и помогает запомнить её структуру.



Как проверить запись на пропорцию

Проверка через произведения крайних и средних членов на простом примере

2

равных отношения образуют пропорцию

Это правило позволяет
находить неизвестный член
пропорции и проверять
правильность решения
в уравнениях с отношениями.

Примеры верных и неверных пропорций

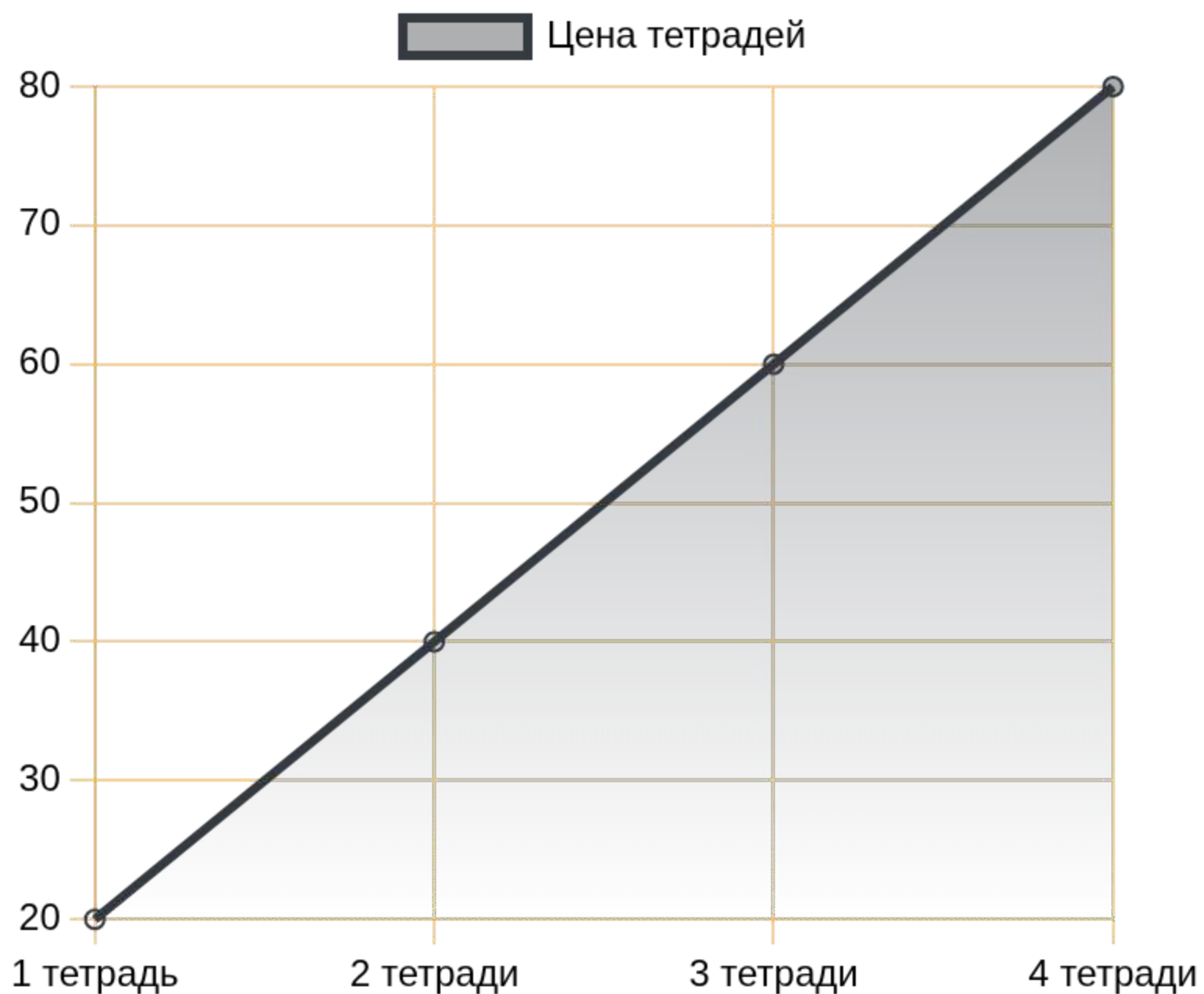
Запись	Проверка	Вывод
$2:4=3:6$	$2 \times 6 = 4 \times 3$	верно
$5:10=1:2$	$5 \times 2 = 10 \times 1$	верно
$4:9=8:15$	$4 \times 15 \neq 9 \times 8$	неверно

Учебные примеры по теме «Пропорции»

Сравним несколько записей и проверим их по основному свойству пропорции.

Равные отношения сохраняются, если обе части умножить или разделить на одно и то же число.

Прямая пропорциональность на числовом примере



Точки на графике образуют закономерный рост: каждая следующая покупка добавляет одинаковую сумму за одну тетрадь.

Цена меняется прямо пропорционально количеству, потому что стоимость одной тетради остаётся постоянной.

Учебный пример: тетради по 20 руб.

Прямая пропорциональность



Покупки

Если цена за одну вещь не меняется, то общая стоимость растёт вместе с количеством. Чем больше одинаковых товаров, тем больше сумма к оплате.



Движение

При постоянной скорости путь увеличивается вместе со временем. Если ехать дольше, можно преодолеть большее расстояние, а если меньше — расстояние будет короче.



Рецепты

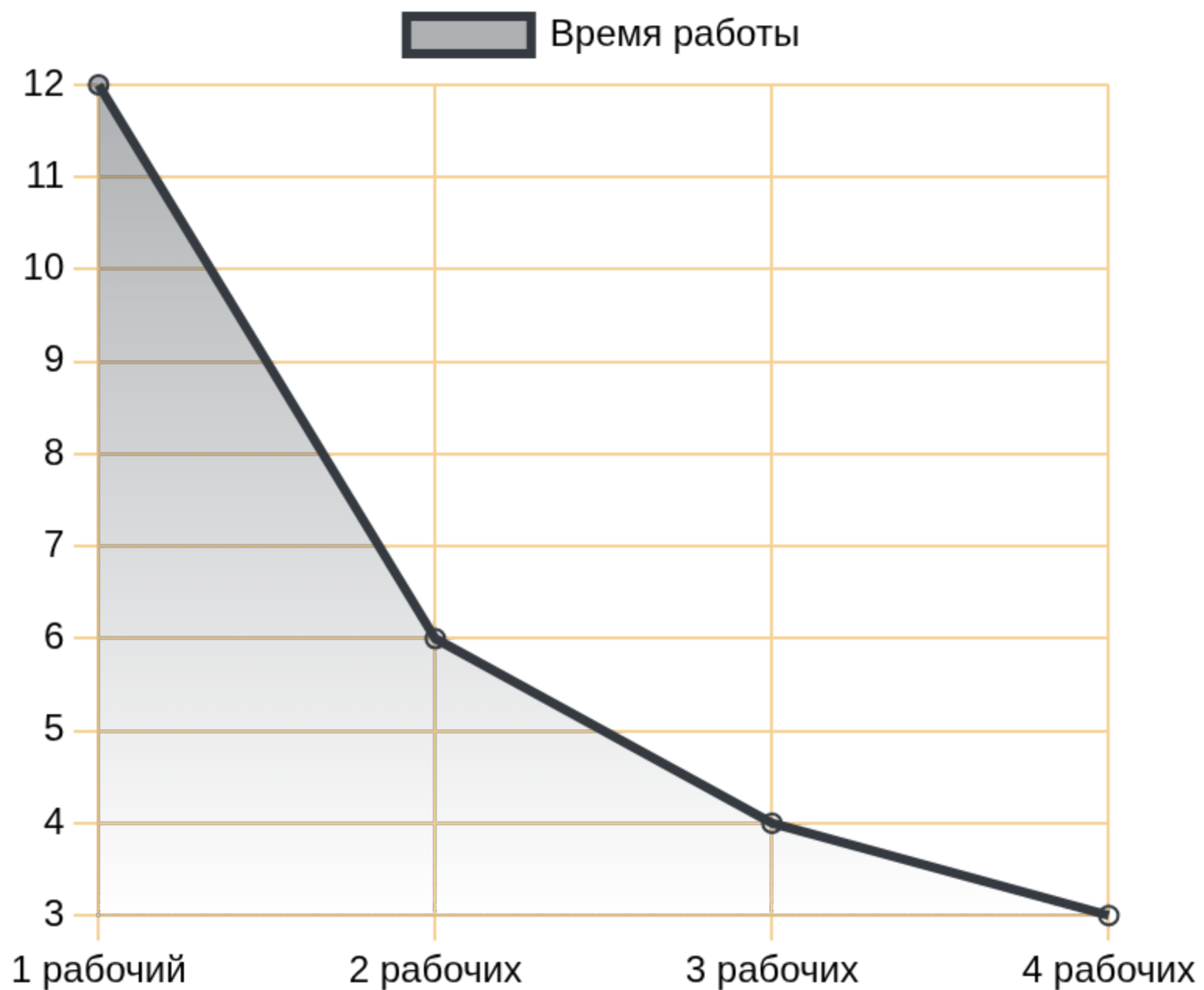
Количество ингредиентов увеличивается вместе с числом порций. Чтобы блюдо получилось таким же по вкусу и густоте, все компоненты нужно изменять одинаково.



Коэффициент

Во всех таких задачах есть постоянная величина: цена за единицу, скорость или норма расхода. Именно она показывает, насколько связаны две величины.

Обратная пропорциональность на числовом примере



Чем больше работников, тем меньше времени нужно на ту же работу при одинаковой производительности.

Произведение величин остаётся постоянным, значит это обратная пропорциональность.

Учебный пример: выполнение одной работы

Обратная пропорциональность

Смысл связи

При обратной пропорциональности одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Это удобно в задачах, где общий объём работы или путь остаётся тем же, а меняется только распределение усилий или времени.

1

Работа и время

Если один человек выполняет работу дольше, то при увеличении числа работников время сокращается. Главное здесь — не равенство отношений, а постоянство произведения величин для одной и той же работы.

2

Скорость и время

На одном и том же пути быстрее едущий человек или транспорт тратит меньше времени. Поэтому при решении задач важно сравнивать пары величин, у которых произведение остаётся одинаковым.

3

Размеры при площади

В простых задачах длина и ширина прямоугольника тоже могут быть связаны обратно пропорционально, если площадь не меняется. Тогда увеличение одной стороны требует уменьшения другой.

4

Алгоритм решения задач на пропорции

Последовательность шагов для задач, где величины связаны отношением и неизвестным числом.

Масштаб как пример пропорции



План класса на листе

На чертеже парты, доска и двери выглядят маленькими, но сохраняют форму и взаимное расположение. Масштаб помогает понять, сколько сантиметров на плане соответствует реальным размерам в классе. Благодаря этому можно измерять и сравнивать объекты без посещения помещения.



Карта и маршрут

На карте города расстояния уменьшены, однако пропорция между изображением и реальной местностью остаётся точной. Если указан масштаб, можно вычислить длину маршрута до школы, парка или музея, не выходя из дома. Это удобно для планирования пути и времени.

Пропорции в задачах на цену и количество

Количество	Цена
1 кг	90 руб.
2 кг	180 руб.
3 кг	270 руб.
5 кг	450 руб.

Стоимость одного и того же товара меняется пропорционально массе покупки, если цена за единицу не меняется.

Цена за 1 кг постоянна, поэтому увеличение количества в несколько раз приводит к такому же увеличению стоимости.

Учебный пример для 7 класса: цена 1 кг — 90 руб.

Пропорции в рецептах и смешивании

01

Сохраняют вкус

В рецепте важны точные соотношения продуктов: если изменить их случайно, блюдо станет слишком густым, жидким, сладким или пресным. Пропорция помогает сохранить задуманный вкус и текстуру.

02

Удобно пересчитывать порции

Если известна пропорция для двух порций, её легко увеличить на четыре или шесть порций. Достаточно умножить обе части отношения на одно и то же число, не нарушая баланс ингредиентов.

03

Работает и для смесей

Та же логика нужна при смешивании красок, сиропов и растворов. От правильного соотношения зависит цвет, концентрация и качество смеси, поэтому даже маленькая ошибка заметна сразу.

Где пропорции встречаются чаще всего

Покупки Карты Рецепты
Строительство Спорт Краски

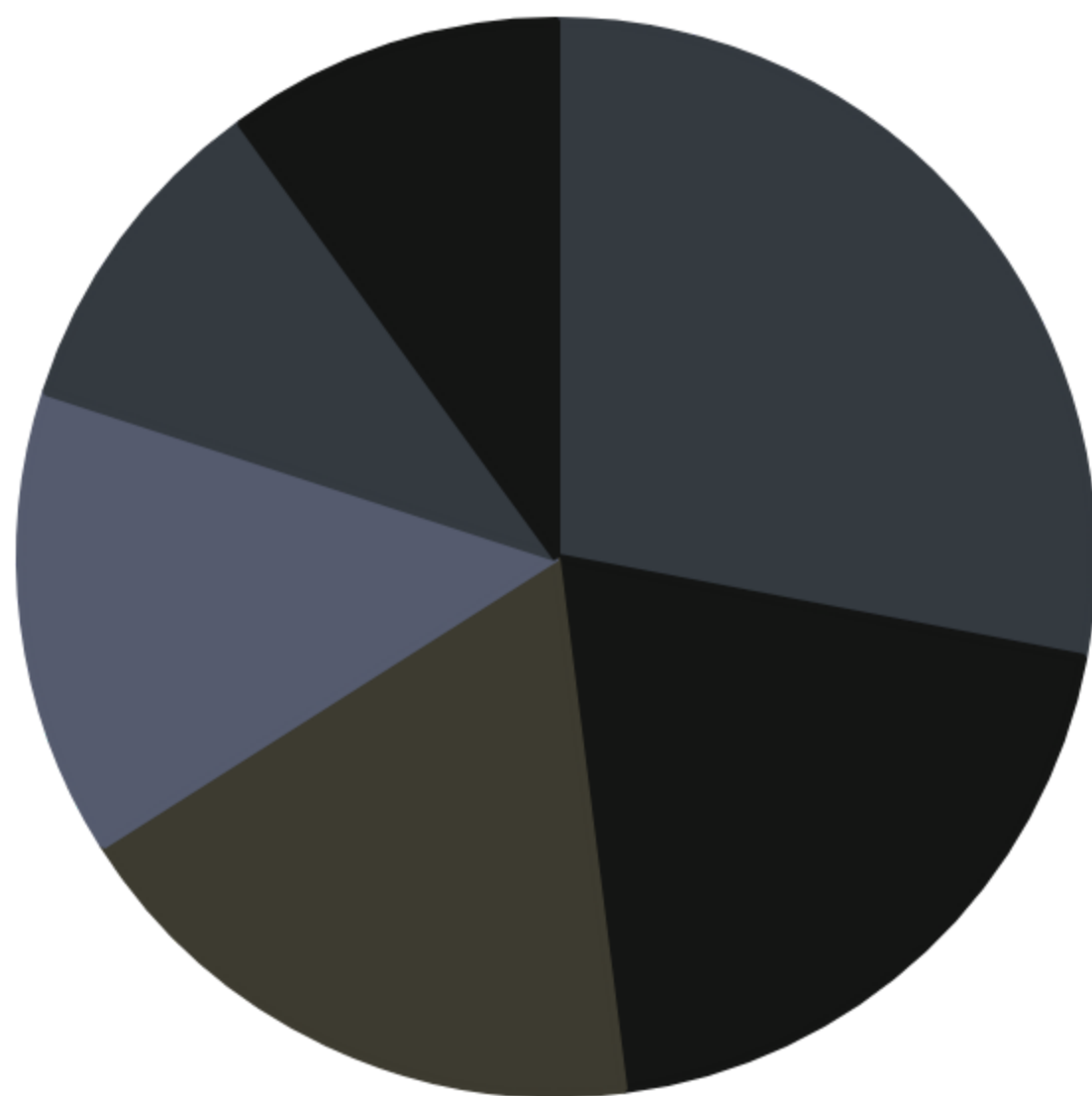


Диаграмма показывает, что пропорции чаще всего нужны там, где приходится сравнивать количество, расстояние или состав без сложных вычислений.

Наиболее заметные для школьников примеры связаны с покупками, картами и работой по времени; остальные ситуации тоже встречаются регулярно.

Обобщённые примеры из школьных задач и повседневных ситуаций

Типичные ошибки при работе с пропорциями

Путают отношение и пропорцию

Отношение сравнивает две величины, а пропорция утверждает, что два отношения равны. Если перепутать эти понятия, решение задачи сразу становится неверным.

Не переводят единицы

Сантиметры и метры, минуты и часы нельзя сравнивать напрямую. Сначала нужно привести величины к одинаковым единицам, иначе даже верные вычисления дадут ошибочный результат.

Неверно выделяют члены

В пропорции важно правильно найти крайние и средние члены. Ошибка в этом шаге приводит к неправильному произведению и, следовательно, к неверному ответу.

Меняют только одну часть

Если умножить или разделить только один элемент отношения, равенство нарушается. Чтобы сохранить пропорцию, одинаковое преобразование нужно применять к обеим частям.

Не делают проверку

После вычислений полезно ещё раз подставить ответ в задачу. Такая проверка помогает заметить арифметическую ошибку или неудачный по смыслу результат.

Проверка ответа в задаче на пропорцию

Подставить значение

Сначала найденное число подставляют обратно в исходную пропорцию. Если после замены оба отношения снова равны, значит, решение получено верно.

1

Сравнить единицы

Перед окончательной записью ответа нужно убедиться, что все величины измерены в одинаковых единицах. Это особенно важно в задачах на движение, покупки и масштаб.

2

Оценить смысл

Полезно спросить себя, может ли такой ответ существовать в реальной ситуации. Цена не бывает отрицательной, а время не может быть меньше нуля.

3

Сделать вывод

Если расчёт и смысл совпадают, ответ можно считать надёжным. Такая проверка экономит время и помогает избегать случайных ошибок в итогах.

4

Основные формулы и короткие примеры

Правило	Пример
$a : b = c : d$	$3 : 5 = 6 : 10$
$a \times d = b \times c$	$3 \times 10 = 5 \times 6$
Прямая пропорц.	1 кг → 90 руб.
Обратная пропорц.	2 раб. → 12 ч

Основные определения и учебные примеры по теме «Пропорции»

В таблице собраны главные формулы и простые примеры, которые помогают быстрее распознавать тип связи между величинами.

Формулы показывают, как проверять равенство отношений и как решать задачи на изменение величин в прямой и обратной связи.

Пропорции помогают видеть связь величин

Пропорции делают математику понятной и полезной: они помогают считать покупки, читать карты, смешивать ингредиенты и решать задачи на движение. Чем увереннее ученик работает с отношениями, тем легче ему находить точный ответ.