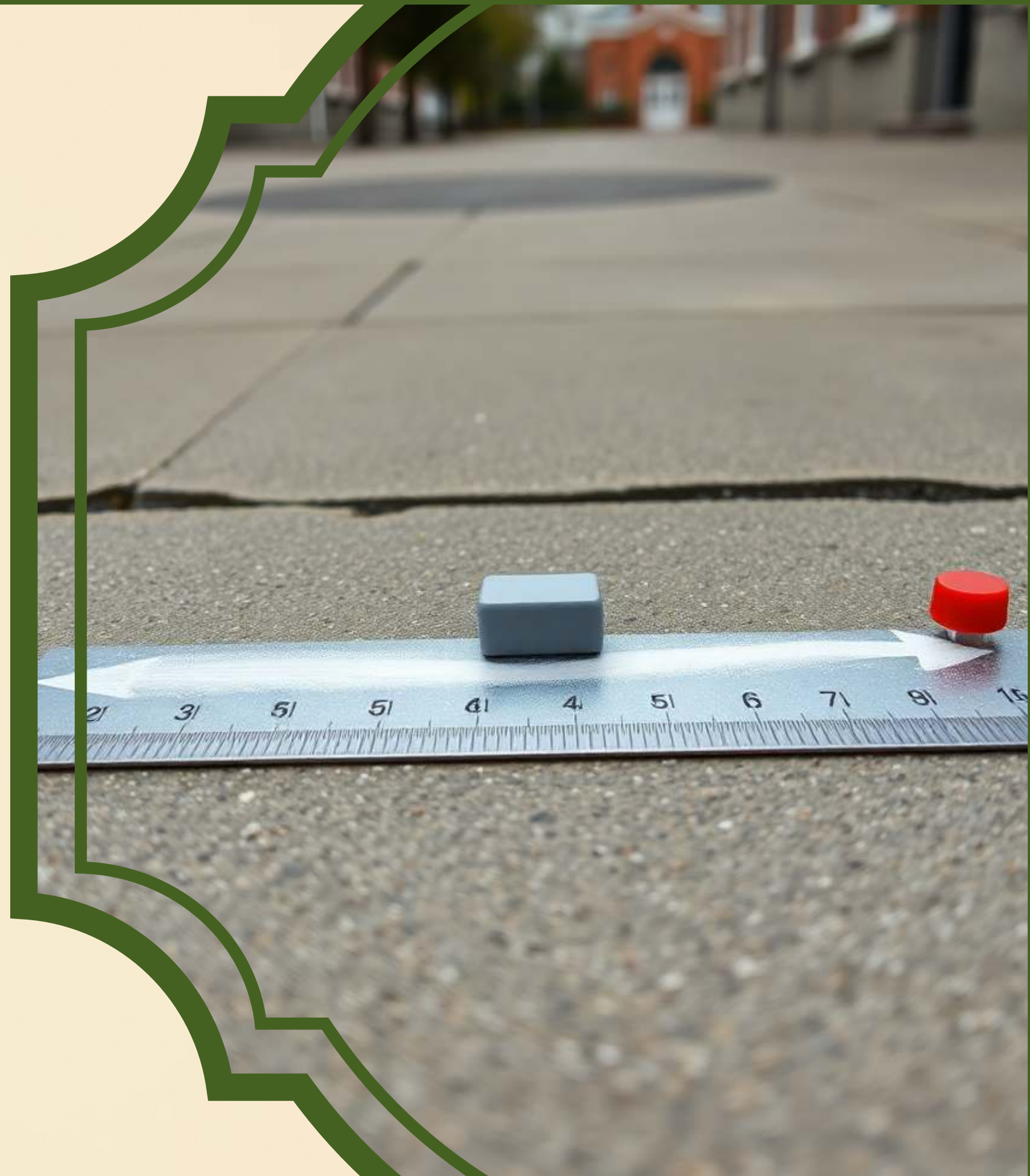


Величина направленного отрезка

Длина, направление и знак — одна алгебраическая идея.



Зачем это нужно в 10 классе

Эта тема помогает перейти от рисунка на прямой к точной числовой записи, а затем — к векторным и координатным методам, где особенно важны порядок точек и знак результата.

Определение направленного отрезка

1 Отрезок с ориентацией

Направленный отрезок задаётся не только двумя точками, но и порядком их записи: одна точка считается началом, другая — концом.

2 Порядок имеет смысл

Записи AB и BA обозначают разные объекты, потому что меняется направление. При этом геометрическая длина отрезка остаётся одной и той же.

3 Положительное направление

Если движение идёт от начала к концу в выбранной ориентации, величина считается положительной и записывается с положительным знаком.

4 Противоположная ориентация

Когда направление меняется на обратное, знак величины меняется на противоположный, хотя расстояние между точками не изменяется.

5 Модуль величины

Абсолютное значение направленного отрезка совпадает с длиной обычного отрезка между точками и не зависит от выбранного направления.

Как выглядит направленный отрезок на рисунке

Две точки на чертеже

На изображении отмечают две точки, например А и В, между которыми можно провести отрезок с выбранным направлением.

Подпись АВ

Обозначение АВ читается как движение от точки А к точке В и соответствует одному конкретному направлению.

Одинаковая длина

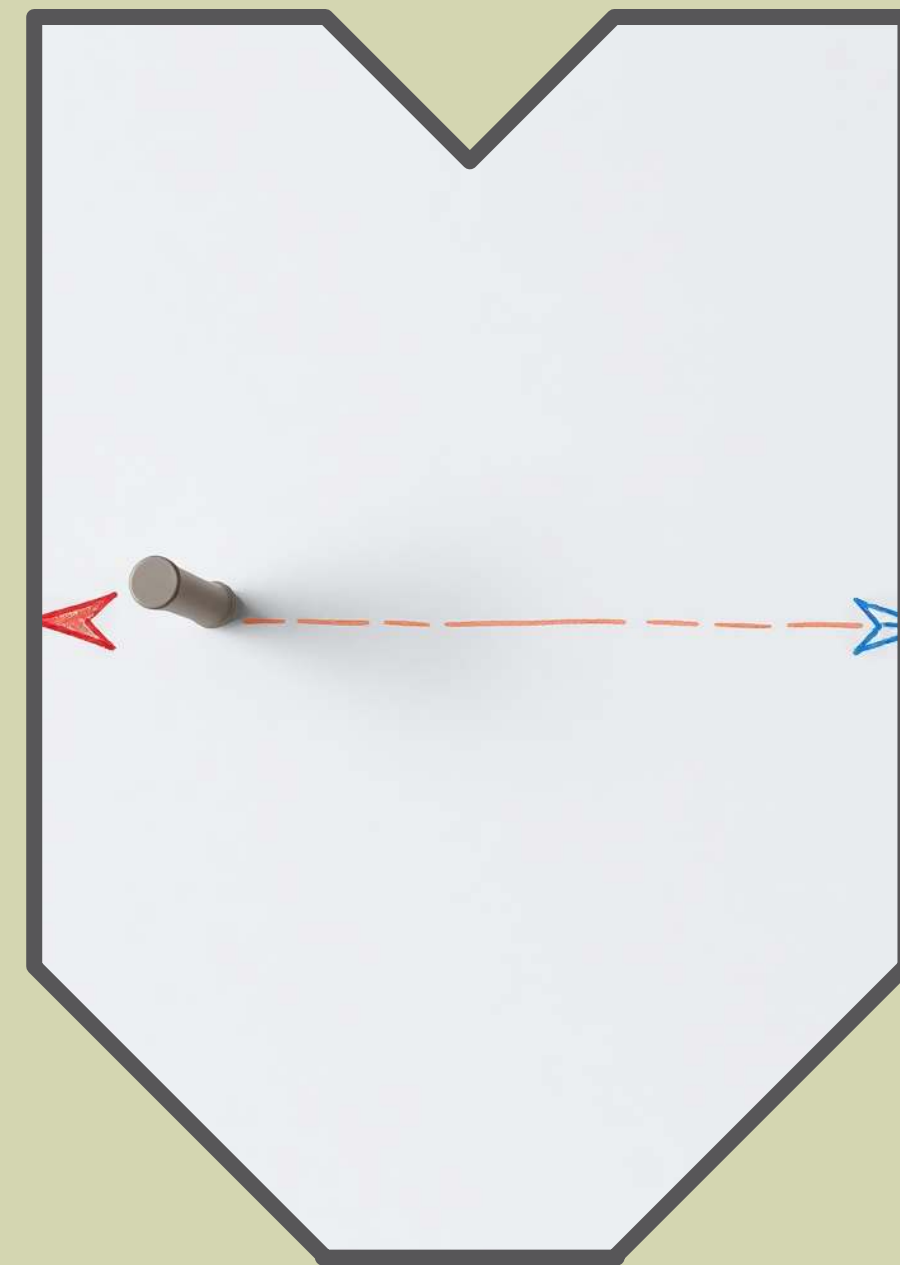
На рисунке длина не меняется, однако знак величины зависит только от того, куда направлена стрелка.

Стрелка направления

Стрелка показывает, откуда начинается отрезок и куда он направлен, поэтому именно она задаёт ориентацию записи.

Подпись ВА

Запись ВА означает тот же геометрический промежуток, но с обратной ориентацией, поэтому алгебраическая величина будет иной.



Обычный и направленный отрезок

Признак	Обычный	Направленный
Направление	нет	есть
Знак	нет	есть
Зависимость от порядка	нет	да

Таблица показывает, что различие между ними определяется не длиной, а наличием направления и знаком величины.

Направленный отрезок отличается алгебраической записью: порядок точек становится существенным, а знак несёт информацию о направлении.

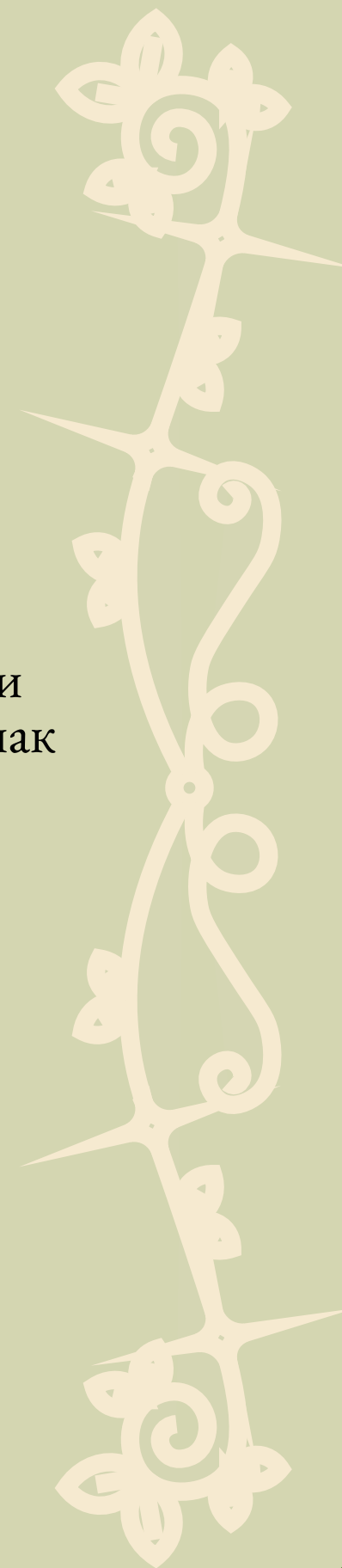
Определение направленного отрезка и его свойства

2

координаты точек нужно
использовать в правильном
порядке: конец минус начало.

Правило вычисления сводит геометрию к разности координат. Именно порядок записи определяет знак результата и позволяет быстро проверить ответ.

Координатная прямая: $x_B - x_A$



Связь положения точек со знаком величины

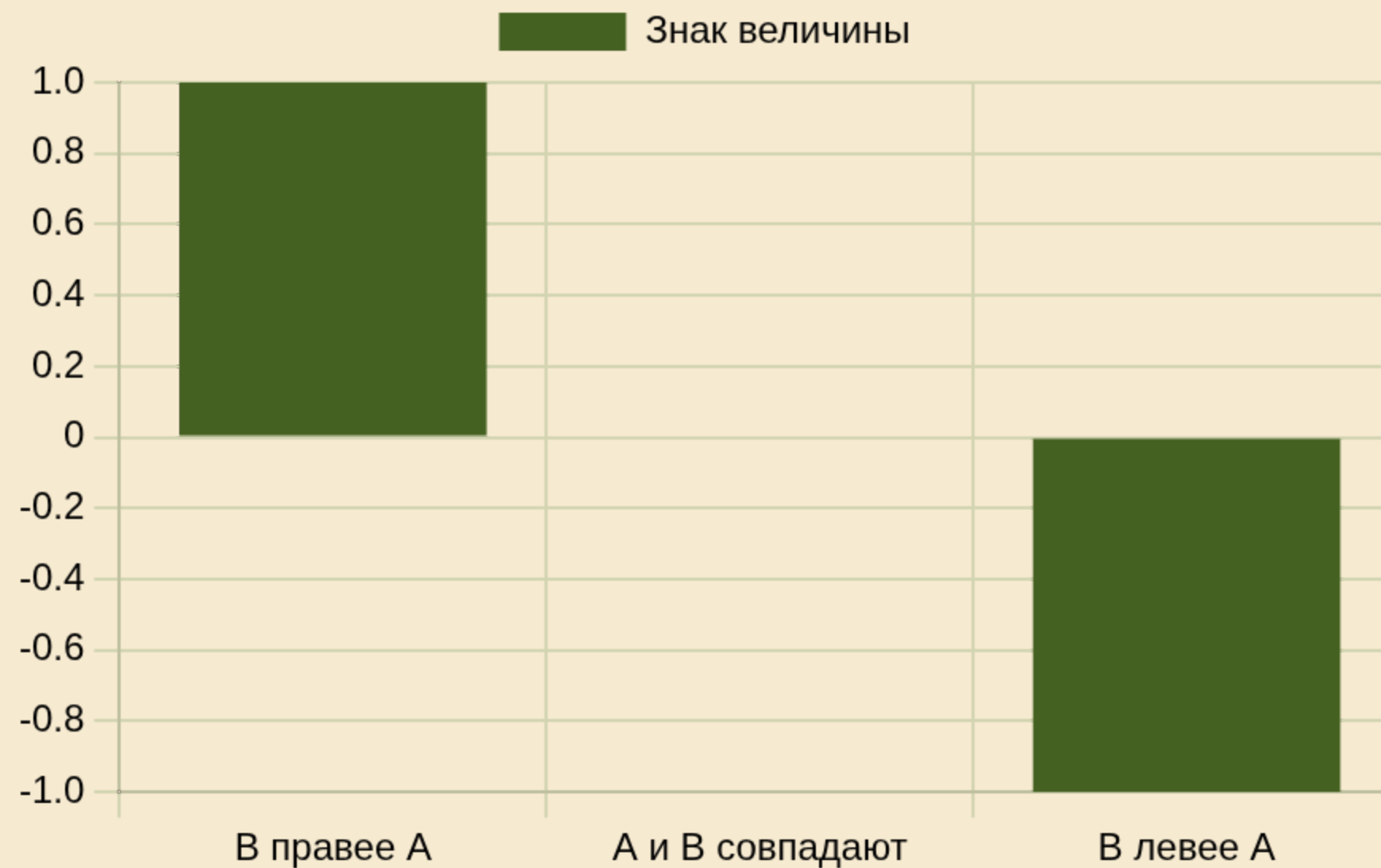


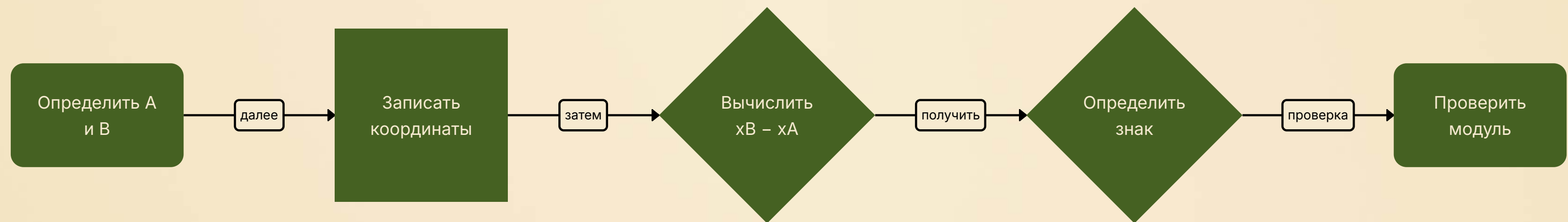
Диаграмма не сравнивает длину, а показывает, как меняется знак при одинаковом по смыслу отрезке на оси.

Знак полностью определяется взаимным положением точек относительно выбранного направления оси.

Схематическая модель координатной прямой

Алгоритм нахождения величины направленного отрезка

Последовательность действий для задач на координатной прямой



2

записи одной пары точек дают значения с противоположными знаками.

При смене начала и конца меняется только знак, а длина остаётся неизменной. Это ключевое свойство для всех дальнейших преобразований.

Свойство $AB = -BA$



Сложение направленных отрезков на одной прямой

1 Последовательное движение

Если конец первого отрезка совпадает с началом второго, их величины складываются как числа, потому что описывают одно за другим идущие перемещения.

2 Одинаковое направление

Когда оба отрезка направлены одинаково, их значения усиливают друг друга, и итоговое смещение становится больше каждого из них по отдельности.

3 Противоположные направления

Если направления различны, одно значение частично или полностью компенсирует другое, поэтому итог зависит не только от длины, но и от знака.

4 Связь с алгеброй

Такое правило напрямую отражает сложение положительных и отрицательных чисел, поэтому направленные отрезки удобны для решения задач на оси.

Вычитание и нахождение неизвестной величины

Разность как сумма

Разность направленных отрезков удобно понимать как прибавление противоположной величины. Тогда вычисления сводятся к обычным алгебраическим действиям с учётом знака и выбранного направления оси.

Работа на прямой

На координатной прямой такой приём помогает восстановить положение точки, когда известна другая точка и величина перехода между ними. Ответ проверяют по знаку и порядку точек.

Поиск неизвестного участка

Если известны итоговое смещение и один из участков, неизвестную величину находят уравнением вида $x = a - b$ или $x = a + (-b)$, сохраняя ориентацию.

Практический смысл

Этот способ особенно полезен в задачах на расстояния между точками и последовательные перемещения, где важно не только число, но и направление результата.

Связь с координатной прямой и направлением оси

Выбор оси

Сначала задают положительное направление координатной прямой, чаще всего вправо. Именно оно определяет, какие перемещения считаются положительными, а какие — отрицательными.

Координаты точек

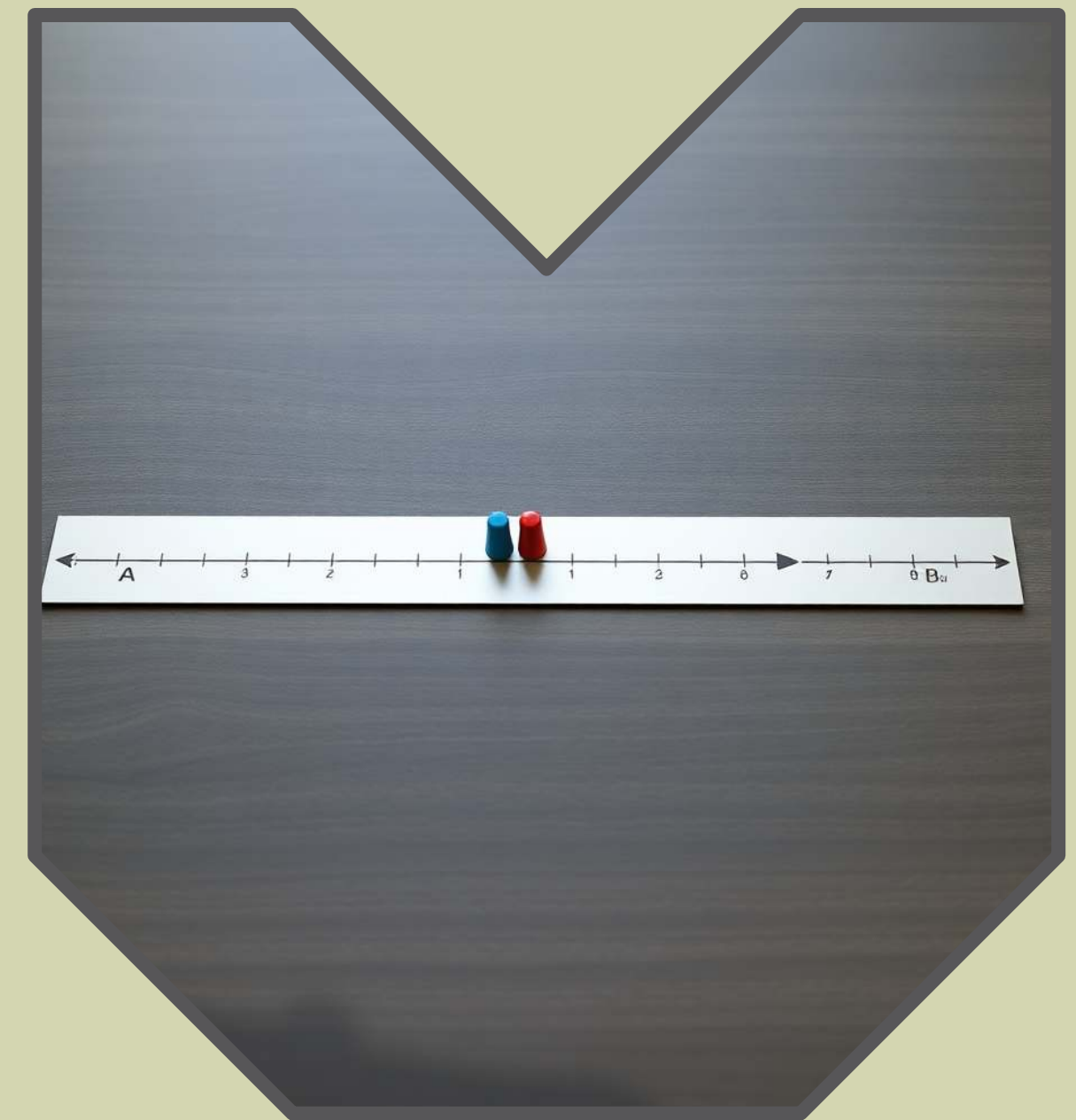
Каждую точку отмечают её числом на оси, после чего между ними строят направленный отрезок со стрелкой. Геометрия здесь сразу превращается в алгебраическую запись.

Зависимость знака

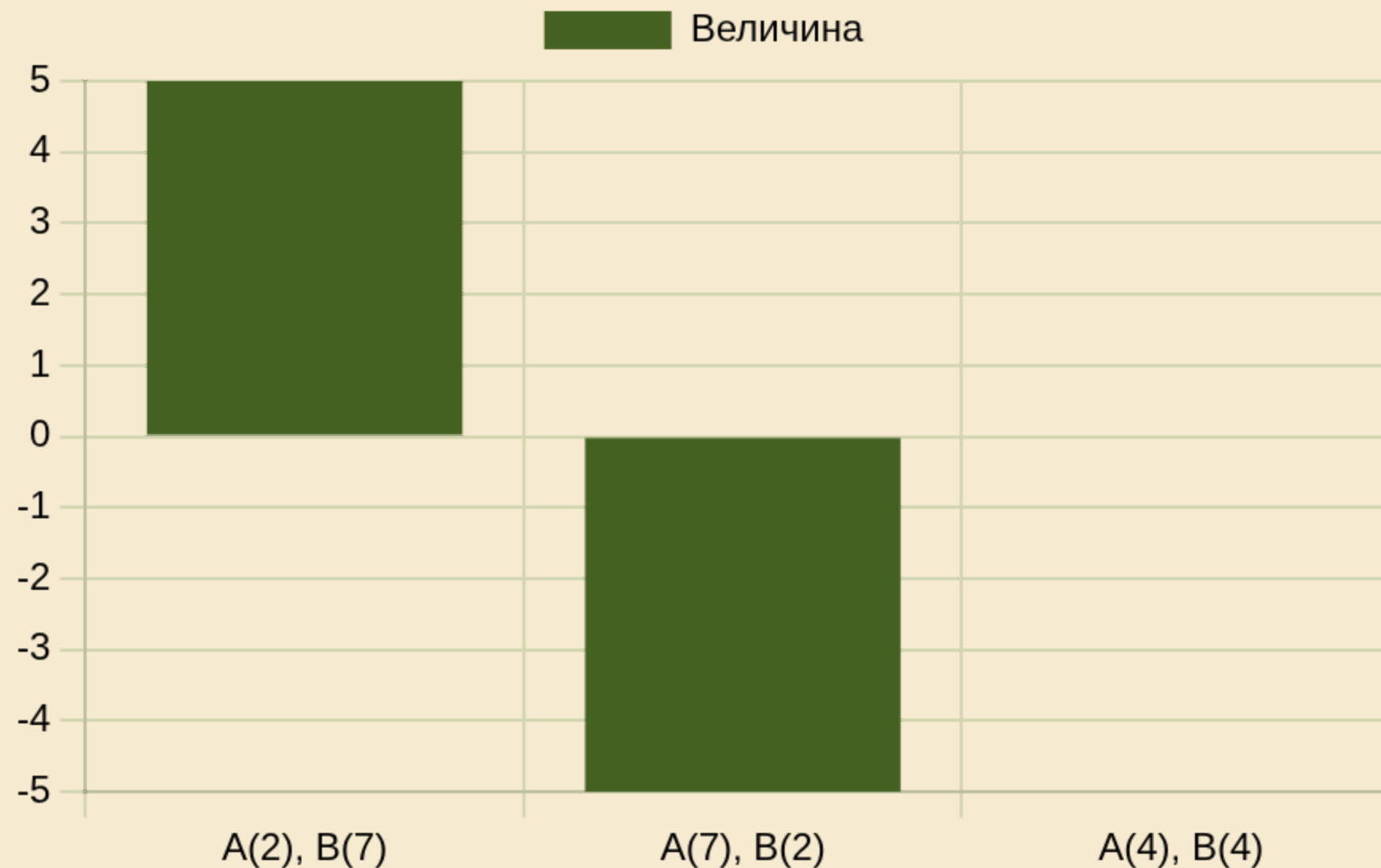
Если изменить ориентацию оси, знак величины меняется, хотя расстояние между точками остаётся тем же. Поэтому знак отражает не длину, а выбранное направление отсчёта.

Единый язык записи

Координатная прямая связывает рисунок и формулу: положение точки, направление перехода и числовой результат описываются одной короткой записью, удобной для вычислений.



Примеры вычислений по координатам



Во всех случаях используется одна и та же формула: разность координат конца и начала. Меняются только порядок точек и знак результата.

Положительное, отрицательное и нулевое значения возникают из положения точек на оси, а не из самой длины отрезка.

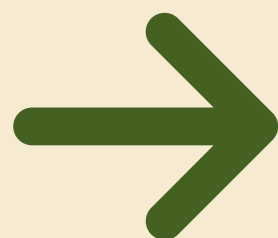
Составлено по правилам вычисления величины направленного отрезка на координатной прямой.

Единицы измерения и числовое значение



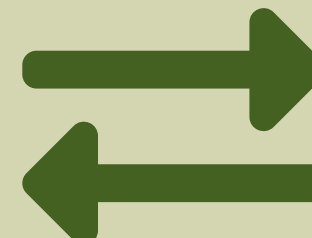
Те же единицы длины

Величину направленного отрезка выражают в миллиметрах, сантиметрах, метрах и других единицах длины. Выбор единицы влияет на число, но не меняет саму ориентацию.



Знак зависит от направления

Положительное или отрицательное значение определяется тем, куда направлен отрезок относительно выбранной оси. Один и тот же участок может получить разные знаки при смене ориентации.



Перевод единиц

При переходе, например, от сантиметров к метрам сохраняется направление отрезка и меняется только числовая запись. Это важно, чтобы не смешивать размерность и знак результата.

Типичные ошибки при работе с направленным отрезком

Таблица показывает самые частые затруднения и помогает сразу отделить вычислительную ошибку от неверного понимания направления или порядка точек.

Большинство ошибок связано не с формулой, а с невниманием к направлению и к нулевому случаю; значит, полезно каждый раз делать проверку по координатам.

Обобщение типичных ошибок при работе с направленным отрезком в школьных задачах.

Ошибка	Причина	Как исправить
Путают АВ и ВА	Сбит порядок точек	Проверить начало и конец
Теряют знак	Не учтено направление	Сохранить ориентацию оси
Берут длину	Смещение с модулем	Искать именно величину
Не видят 0	Точки совпали	Проверить равенство координат

Смысл величины направленного отрезка в задачах

1 Описание перемещения

Величина направленного отрезка выражает, насколько и в какую сторону изменилось положение точки на прямой. Поэтому она естественно описывает движение, а не просто расстояние между объектами.

2 Координатная модель

При построении модели задачи знак результата показывает, где оказался объект относительно исходного положения. Это делает запись короче и точнее, чем словесное описание маршрута.

3 Ориентированная разность

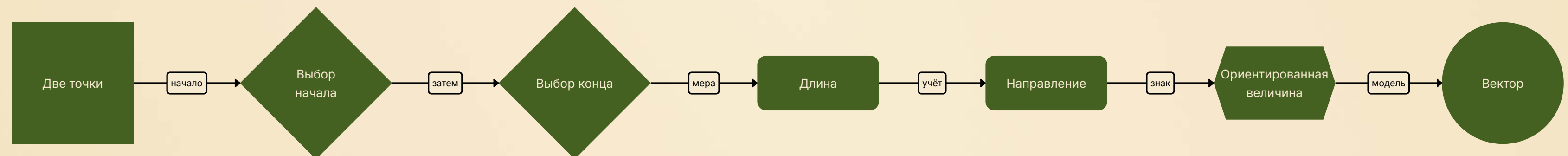
Если сравнивать два положения точки, направленный отрезок фиксирует не только разницу чисел, но и порядок сравнения. Благодаря этому алгебра становится удобным языком для геометрии.

4 Итоговое смещение

В задачах на движение несколько участков можно складывать как числа со знаками, получая общее смещение. Такой подход показывает, как частные перемещения объединяются в один результат.

От направленного отрезка к вектору

Схема показывает переход от геометрического отрезка к ориентированной величине, используемой в векторной записи на прямой.

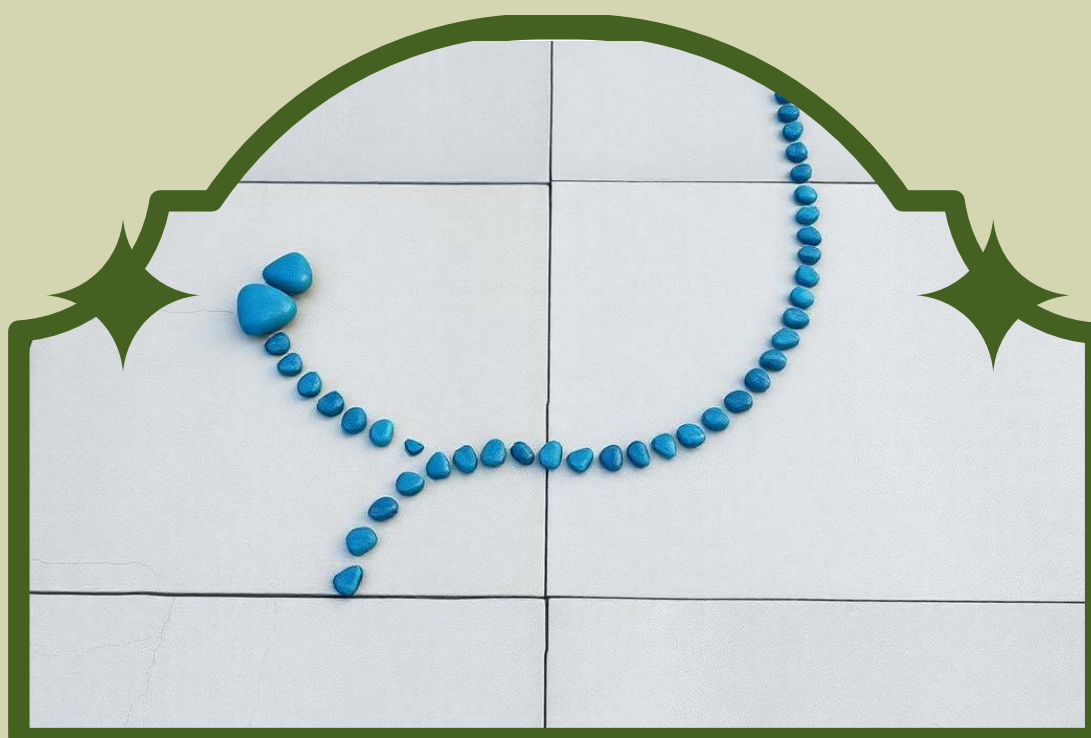


Пример из физики: перемещение по прямой



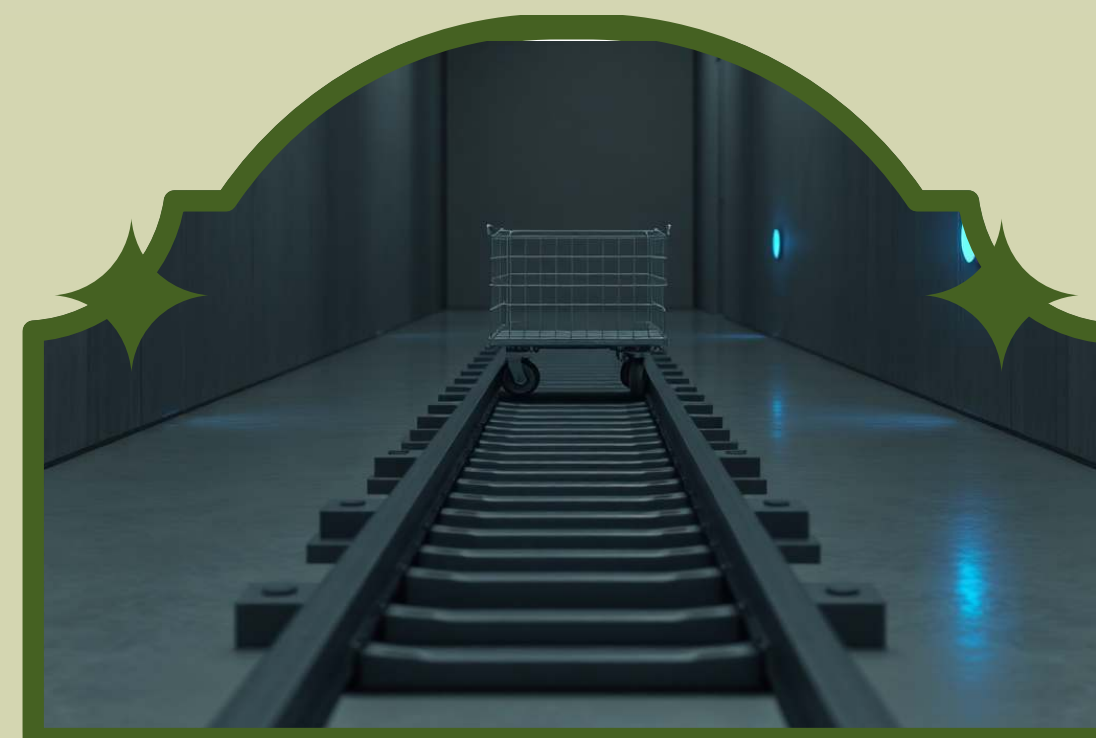
Старт и финиш на одной оси

Тело начинает движение в одной точке, а заканчивает его в другой, и именно эти две координаты важны для описания перемещения. Направленный отрезок на схеме показывает путь от начала к концу, а стрелка подчёркивает выбранное направление отсчёта.



Когда путь и перемещение не совпадают

Если объект сначала ушёл вперёд, а потом вернулся назад, длина пройденного пути будет больше итогового смещения. На рисунке это видно по разным участкам движения: суммарный маршрут не равен ориентированному результату.



Нулевой и отрицательный итог

При возвращении в исходную точку направленный отрезок даёт ноль, хотя движение было реальным и могло занимать заметное расстояние. Если конечная точка оказалась левее начальной, итог записывают отрицательным числом.

Основные формулы и правила

Правило	Запись	Смысл
Разность координат	$AB = xB - xA$	Величина отрезка
Обратное направление	$BA = -AB$	Знак меняется
Модуль	$ AB = \text{длина}$	Без знака
Совпадение точек	$AB = 0$	Нет смещения

Эти соотношения составляют базу вычислений с направленными отрезками на координатной прямой и помогают быстро проверять ответ.

Формулы объединяет одна идея: значение зависит от порядка точек и направления, а модуль сохраняет только геометрическую длину.

Базовые правила школьной алгебры и координатной прямой.



Что нужно запомнить о направленном отрезке

Направленный отрезок показывает, что в алгебре важны не только расстояние, но и направление. Порядок точек определяет знак, модуль совпадает с длиной, а противоположные направления дают противоположные значения.