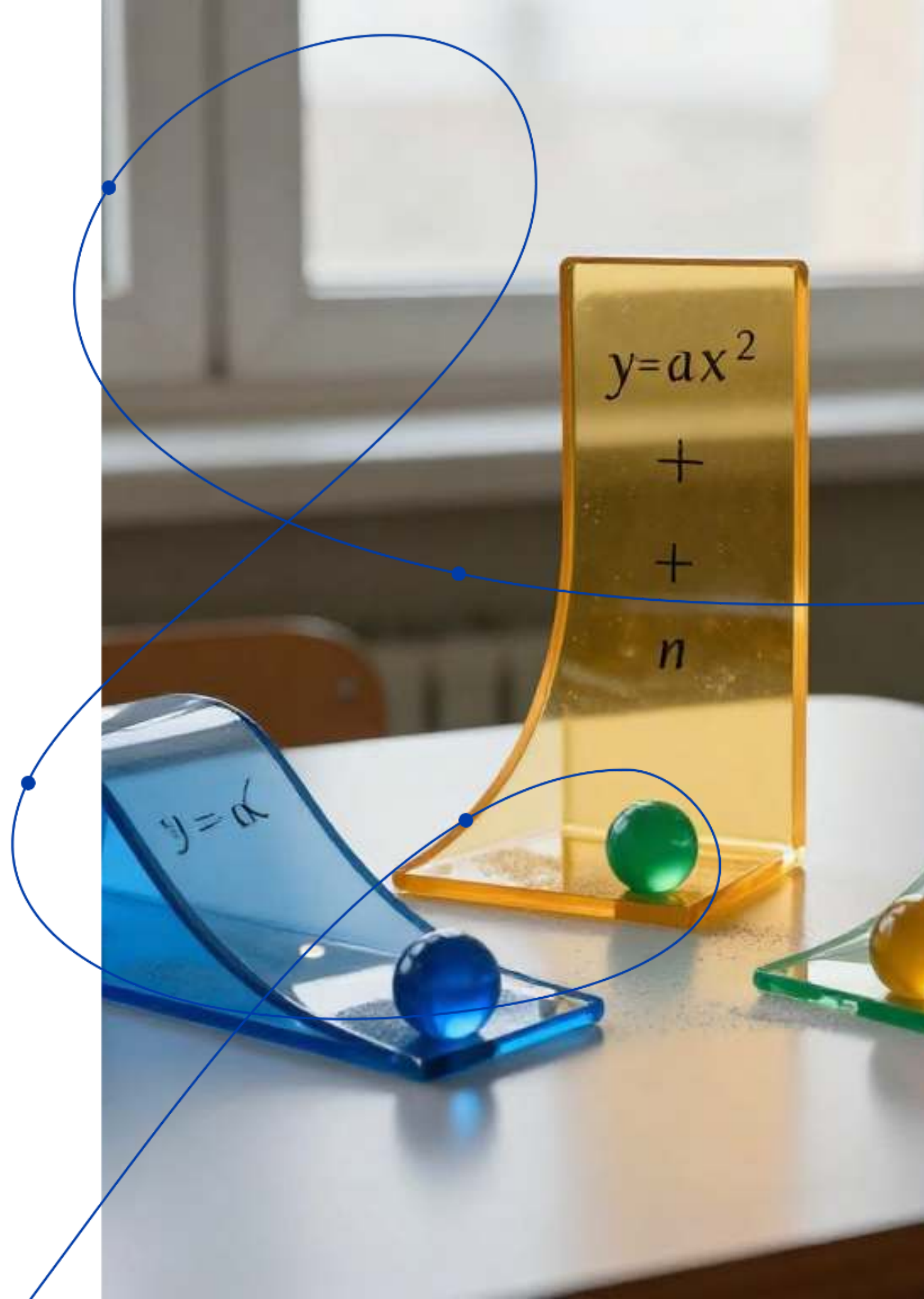


Квадратичная функция и её график

Изучаем параболу, её сдвиги и главные свойства.



Парабола вокруг нас

Квадратичные функции помогают читать графики, решать уравнения и понимать движение. По вершине легко найти наибольшее или наименьшее значение, а ось симметрии подсказывает, как строить точки без ошибок.



График функции $y = ax^2$

1. Начало координат

График функции $y = ax^2$ всегда проходит через точку $(0; 0)$. Это его опорная точка, от которой удобно начинать построение и проверять, правильно ли выбран коэффициент a .

2. Направление ветвей

Если a больше нуля, парабола открывается вверх. Если a меньше нуля, её ветви направлены вниз. Поэтому знак коэффициента сразу показывает, где будет расположен «носик» графика.

3. Ширина параболы

Когда $|a| > 1$, график становится уже и круче. Если $0 < |a| < 1$, парабола растягивается и выглядит шире. Так коэффициент a меняет форму, не смещая график.

4. Симметричные точки

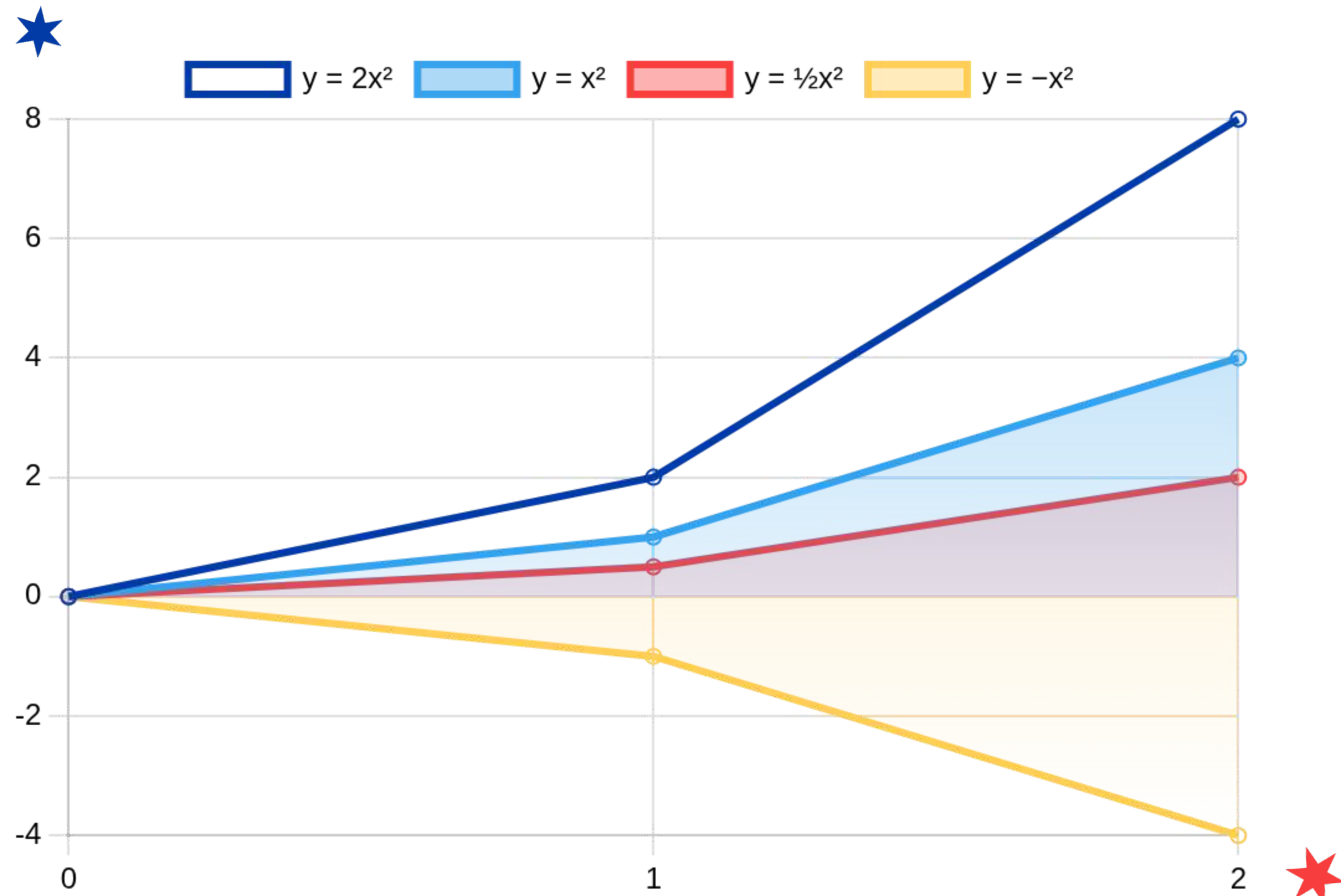
Точки $(1; a)$ и $(-1; a)$ лежат на одинаковой высоте и находятся по разные стороны от оси y . Это помогает быстро проверить симметрию и аккуратно построить график.

5. Первые выводы

Уже по формуле $y = ax^2$ можно понять, где находится вершина, как направлены ветви и насколько «узкой» будет парабола. Эти признаки пригодятся в более сложных формулах.



Как коэффициент а меняет форму параболы



Все четыре графика имеют одну и ту же вершину в начале координат, но отличаются крутизной и направлением ветвей.

Чем больше $|a|$, тем уже парабола; отрицательный a меняет только направление ветвей.

Составлено по значениям функций $y = 2x^2$, $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = -x^2$.

Парабола $y = x^2$ на координатной плоскости

Вершина графика

У функции $y = x^2$ вершина находится в точке $(0; 0)$. Это самая нижняя точка параболы, если ветви направлены вверх, и главный ориентир при построении.

Ось симметрии

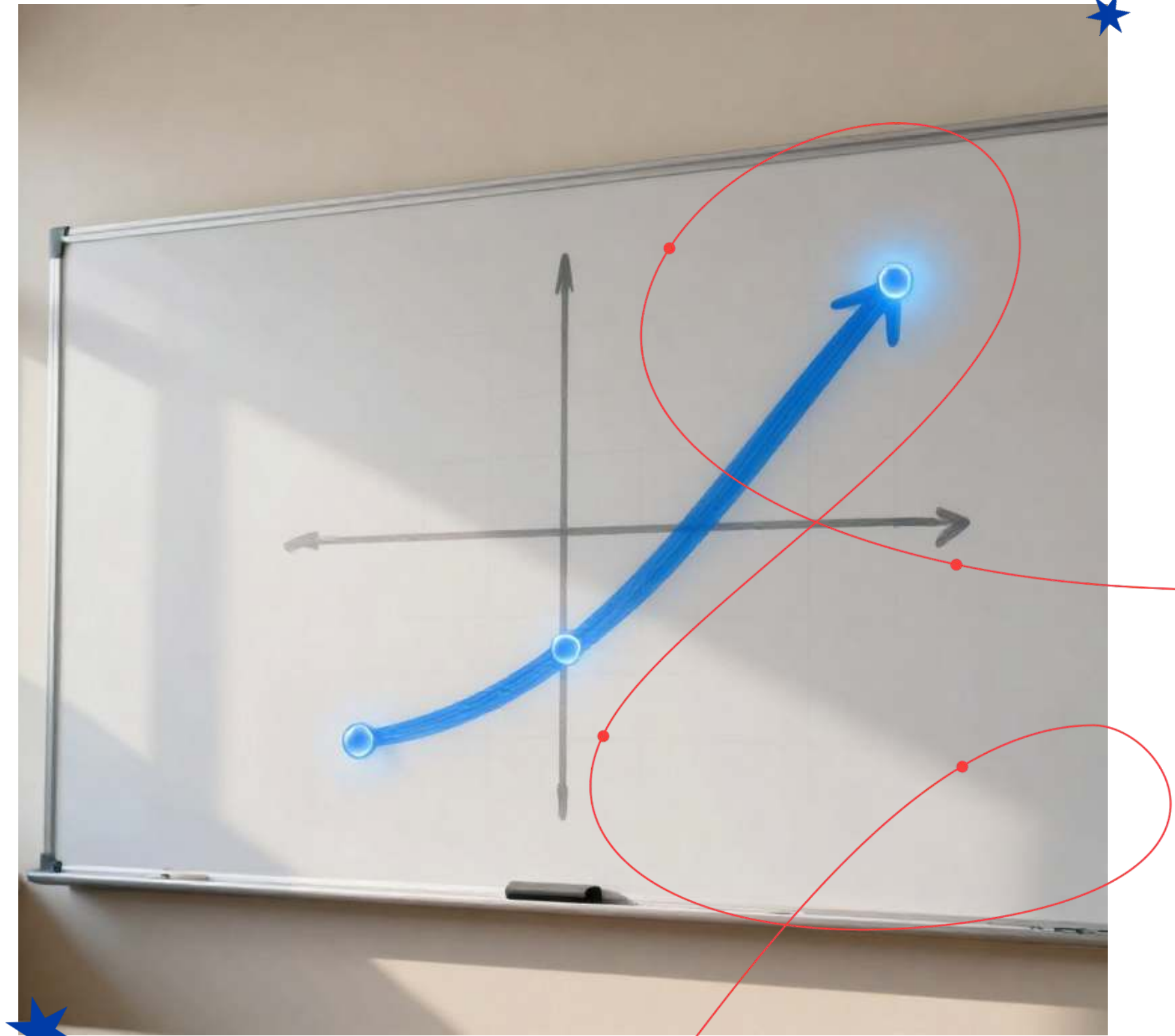
Прямая $x = 0$ делит график на две одинаковые части. Любая точка слева имеет зеркальную пару справа, поэтому достаточно построить несколько точек только с одной стороны.

Удобные точки

Для построения подходят точки $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(1; 1)$ и $(2; 4)$. Они показывают, как быстро растут значения функции при удалении от начала координат.

Форма графика

Парабола $y = x^2$ выглядит одинаково слева и справа от оси симметрии. Такой вид помогает легко заметить ошибки, если одна половина графика нарисована не так, как другая.



Функция $y = ax^2 + n$

1.

Базовая парабола

Сначала рассматривают график $y = ax^2$. Потом к нему добавляют число n , которое не меняет форму параболы, а только перемещает весь график вверх или вниз.

2.

Сдвиг по вертикали

Если n положительное, график поднимается. Если n отрицательное, он опускается. Каждая точка меняет только значение y , а координата x остаётся той же самой.

3.

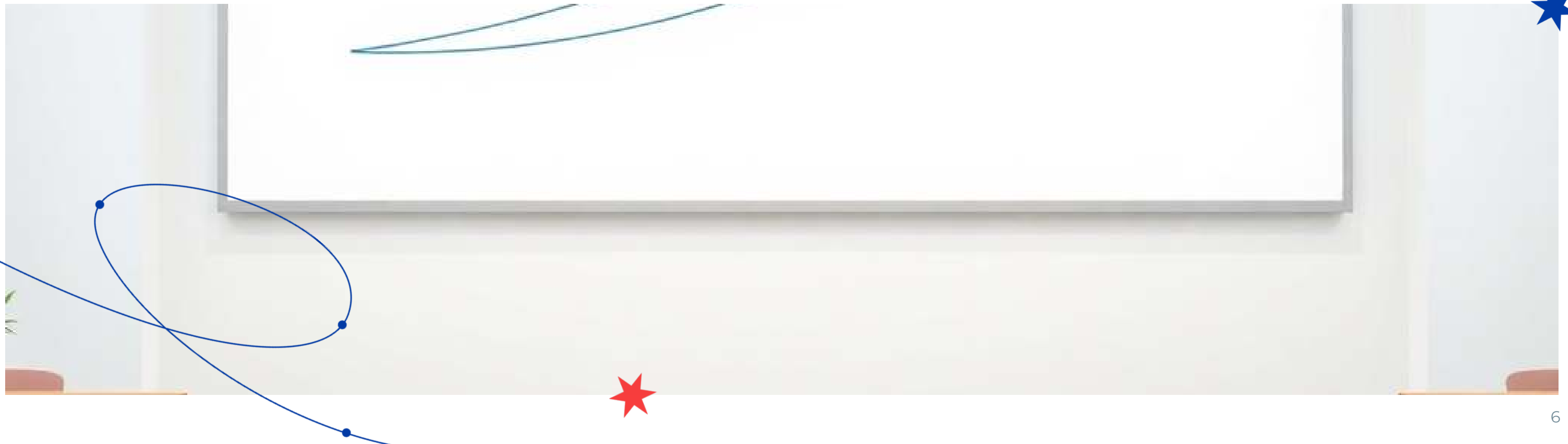
Новая вершина

После сдвига вершина переходит в точку $(0; n)$. Ось симметрии не меняется и по-прежнему имеет уравнение $x = 0$, поэтому график остаётся зеркально одинаковым.

4.

Что сохраняется

Коэффициент a продолжает отвечать за направление ветвей и ширину параболы. Значит, при изменении n меняется только положение графика, а не его общий вид.



Сравнение функций с вертикальным сдвигом



Таблица помогает увидеть, как число n влияет на положение параболы по оси y .

Число n меняет только вертикальное положение графика; вершина сразу показывает величину и направление сдвига.

Функция	Вершина	Сдвиг
$y = x^2$	$(0; 0)$	нет
$y = x^2 + 3$	$(0; 3)$	вверх
$y = x^2 - 2$	$(0; -2)$	вниз
$y = -2x^2 + 1$	$(0; 1)$	вверх



Составлено по свойствам графиков квадратичных функций.

Сдвиг параболы по оси y

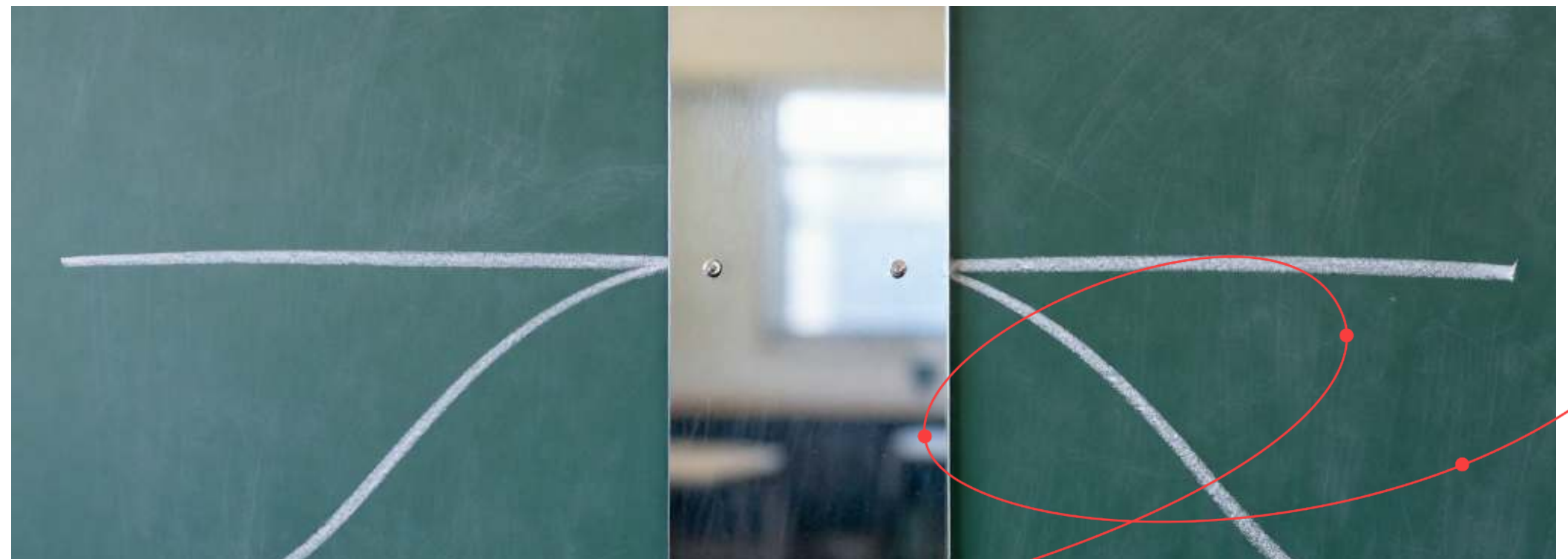
Одна форма, разная высота

Две параболы могут выглядеть совершенно одинаково, если у них одинаковый коэффициент a . Но разные значения p поднимают или опускают их на разные уровни, как будто один и тот же рисунок переставили выше или ниже на листе.



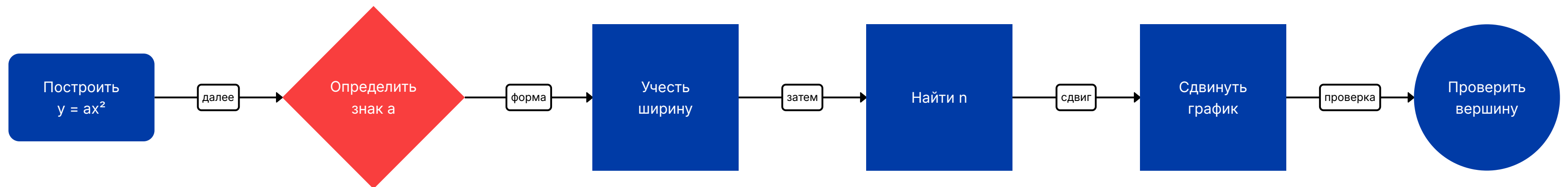
Зеркальная проверка

Когда график $y = ax^2$ сдвигают по вертикали, каждая точка остаётся на своём месте по x . Поэтому вершины двух парабол лежат на одной вертикальной линии, а ученику легко проверить правильность построения по симметрии.



Как строить график $y = ax^2 + n$

Алгоритм построения по базовой параболе и вертикальному сдвигу



Функция $y = a(x - m)^2$

1. Горизонтальный сдвиг

Запись $y = a(x - m)^2$ показывает, что парабола смещается по оси x . Если m положительное, график идёт вправо; если отрицательное, он уходит влево.

2. Новая вершина

При отсутствии вертикального сдвига вершина оказывается в точке $(m; 0)$. Это удобно: по формуле сразу видно, где находится самая важная точка графика.

3. Ось симметрии

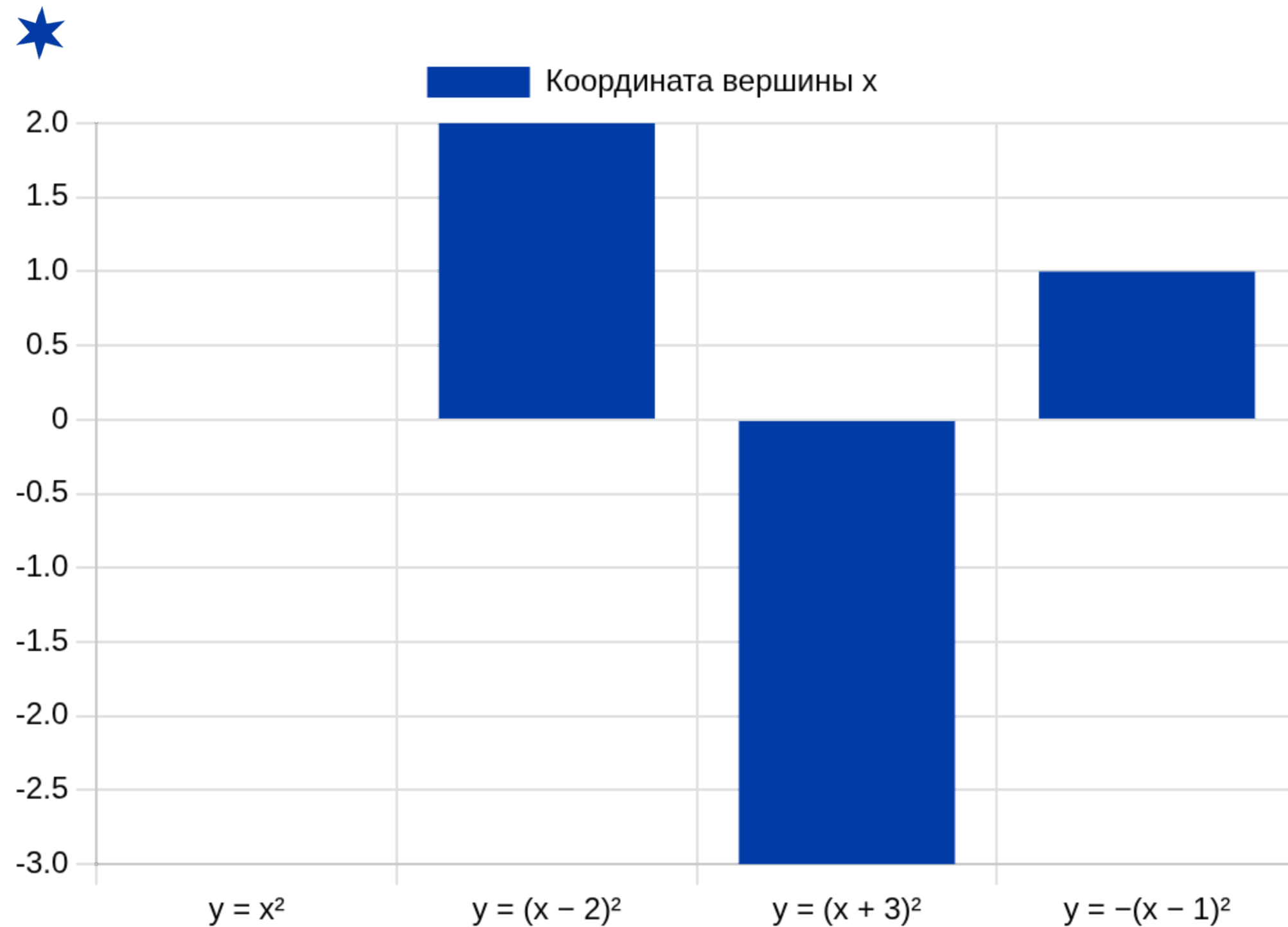
Уравнение оси симметрии становится $x = m$. Значит, все пары симметричных точек строятся относительно этой вертикальной прямой, а не относительно оси y .

4. Роль коэффициента a

Коэффициент a по-прежнему задаёт направление ветвей и ширину параболы. Поэтому сначала определяют a , а потом смотрят, насколько и куда нужно сдвинуть график.



Сдвиг параболы по оси x



Составлено по формулам квадратичной функции из учебной темы; дата не требуется.

Во всех случаях сохраняется одинаковая форма параболы; изменяется только положение вершины и оси симметрии вдоль горизонтали.

Формула внутри скобок задаёт сдвиг по оси x, а знак коэффициента a меняет только направление ветвей.

Вершина и ось симметрии параболы

1.

Вершина по формуле

В записи $y = a(x - m)^2$ вершина сразу читается из формулы: её координаты равны $(m; 0)$. Это помогает быстро строить график без долгих вычислений.

2.

Если есть сдвиг вверх

Когда добавляется число n , вершина перемещается по вертикали и получает координаты $(m; n)$. При этом ось симметрии остаётся той же прямой $x = m$.

3.

Что показывает ось

Ось симметрии делит параболу на две одинаковые части и проходит через вершину. Если одна точка известна, симметричную ей легко найти по равному расстоянию от оси.



Три основные формы квадратичной функции



Сравнение показывает, как формула помогает сразу определить вершину, ось симметрии и тип изменения графика.

Коэффициент a определяет форму параболы, n сдвигает её по вертикали, а m — по горизонтали.

Формула	Вершина	Ось
$y = ax^2$	$(0; 0)$	$x = 0$
$y = ax^2 + n$	$(0; n)$	$x = 0$
$y = a(x - m)^2$	$(m; 0)$	$x = m$



Обобщение свойств квадратичной функции по школьному курсу математики.

Как не перепутать знак в формуле



Сдвиг вправо

Запись $x - m$ означает, что парабола смещается вправо на m клеток. Ошибка часто возникает, если читать выражение буквально, не учитывая знак внутри скобок.



Сдвиг влево

Если в формуле стоит $x + m$, график сдвигается влево. Удобно помнить правило: знак перед числом в скобках работает наоборот относительно направления движения.



Проверка по n

Число n вне скобок меняет положение по вертикали: плюс поднимает график, минус опускает. При этом форма параболы и её ось симметрии не меняются.



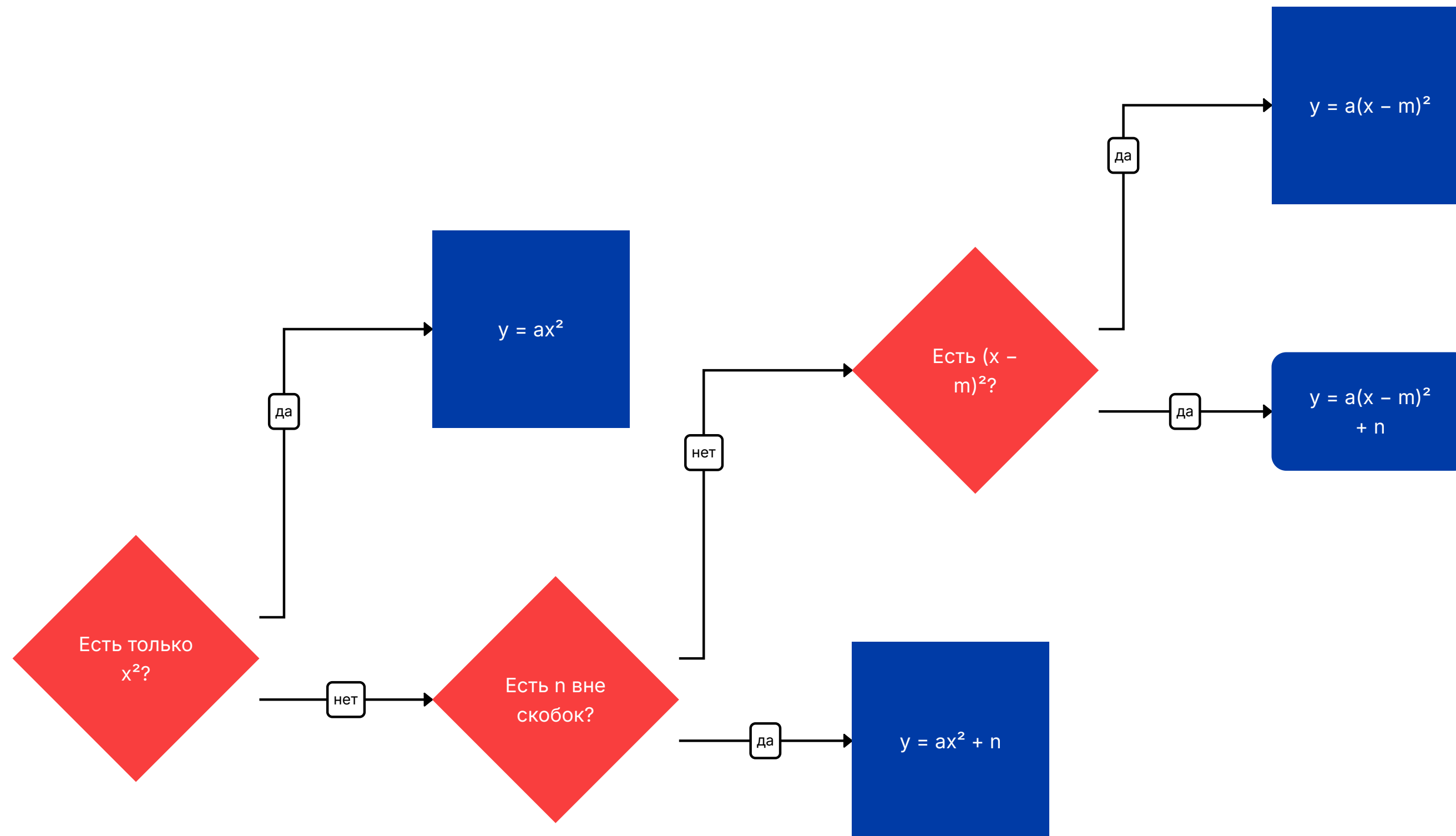
Контроль ответа

После построения полезно сверить вершину и ось симметрии. Если они не совпадают с формулой, значит, знак в записи был прочитан неверно.

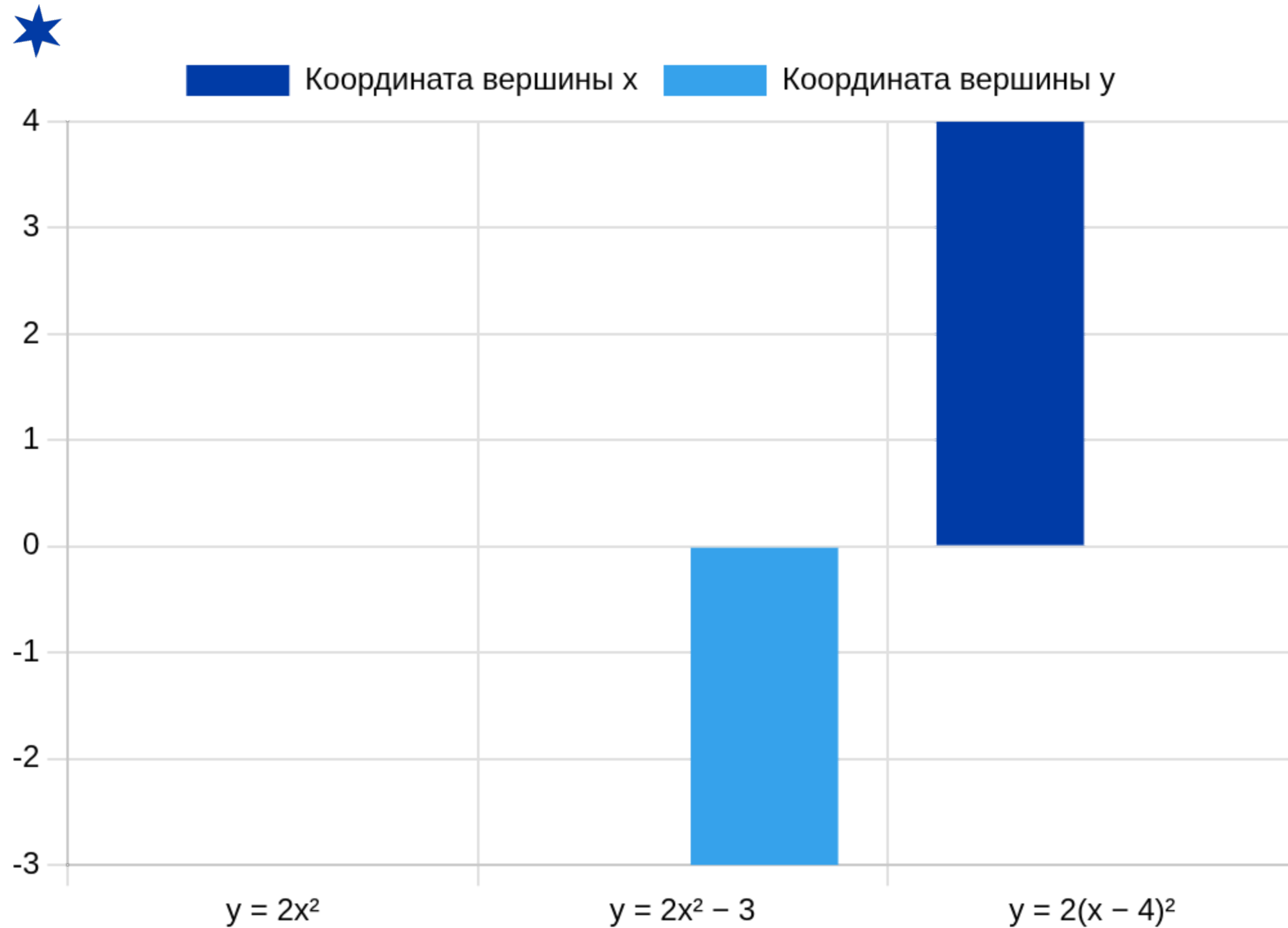


Как распознать вид квадратичной функции

Последовательность помогает определить формулу по виду записи и сразу проверить вершину, ось симметрии и направление ветвей.



Координаты вершины в трёх примерах



Составлено по формулам $y = 2x^2$, $y = 2x^2 - 3$ и $y = 2(x - 4)^2$; дата не требуется.

Одинаковый коэффициент $a = 2$ сохраняет одинаковую «крутизну» парабол, поэтому различие видно только в положении вершин.

Формула напрямую задаёт координаты вершины: без n меняется x , с n меняется y , а форма остаётся той же.

Где используются параболические графики



Движение мяча

Парабола помогает описывать траекторию тела, брошенного под углом. По графику удобно понимать, когда мяч поднимается, а когда начинает опускаться.



Прожекторы и антенны

Параболические формы используют в прожекторах и антеннах, потому что они помогают направлять свет или сигнал в нужную сторону более точно.



Мосты и арки

В некоторых мостах и арочных конструкциях вид параболы помогает сделать форму прочной и устойчивой. Поэтому график полезен не только в математике, но и в архитектуре.



Школьные задачи

В учебных примерах парабола нужна для поиска максимума, минимума, вершины, оси симметрии и точек пересечения с осями координат.

Типичные ошибки при работе с параболой

1. Путают знак у m

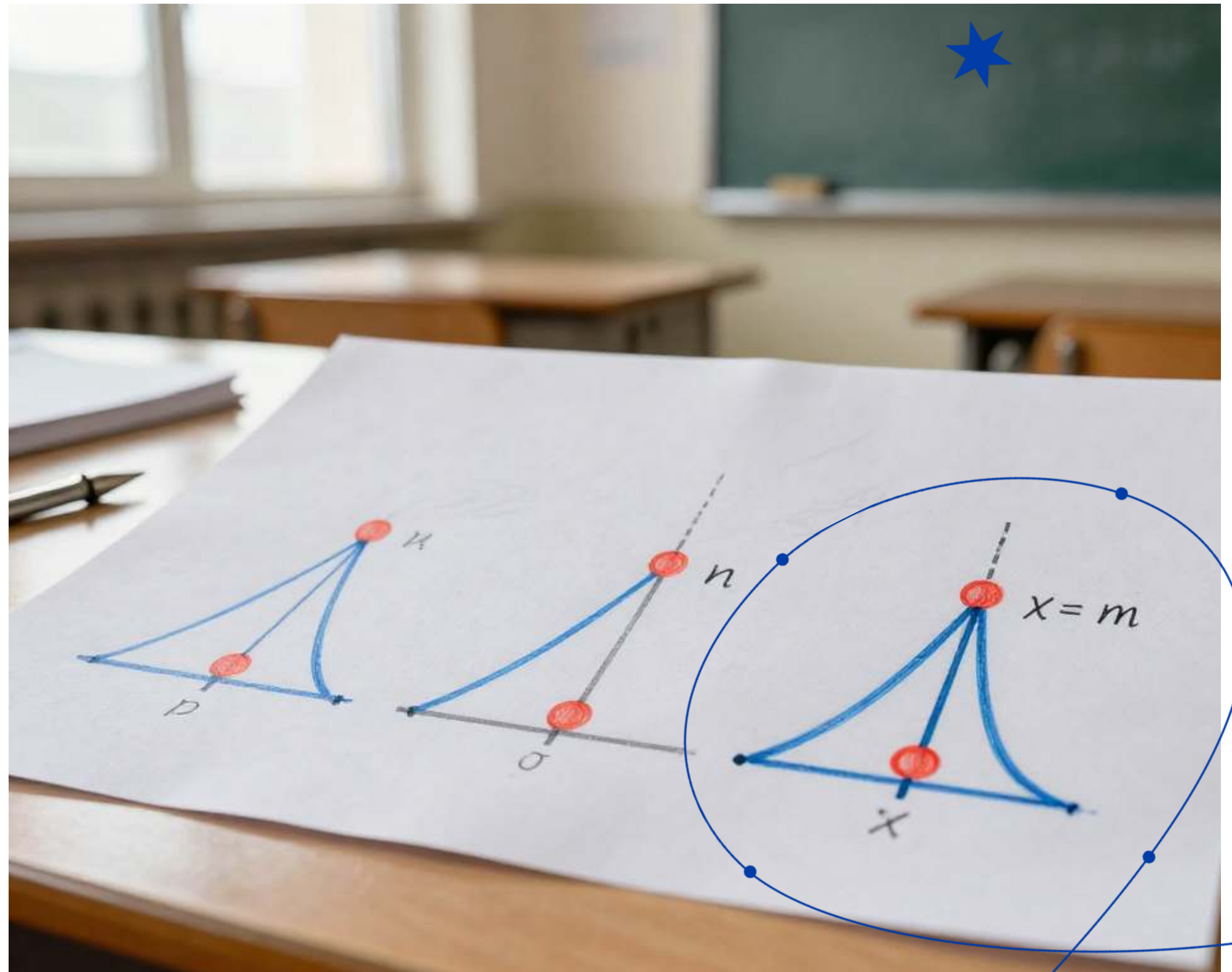
Частая ошибка — считать, что $x - m$ означает сдвиг влево. На самом деле график смещается вправо, а $x + m$ — влево. Полезно сразу отмечать вершину.

2. Смешивают n и m

Число n отвечает за вертикальный сдвиг, а m — за горизонтальный. Если перепутать их, вершина окажется не в той точке и график будет построен неверно.

3. Не проверяют симметрию

У параболы точки, равноудалённые от оси симметрии, имеют одинаковые значения y . Если это не так, значит, при построении допущена ошибка.



Краткая сводка формул и свойств



Эта таблица помогает быстро сравнить основные виды квадратичной функции и не перепутать роль каждого параметра.

Формула сразу подсказывает вершину, ось симметрии и тип сдвига, поэтому график можно строить быстрее и точнее.



Формула	Вершина	Что меняется
$y = ax^2$	(0; 0)	форма
$y = ax^2 + n$	(0; n)	сдвиг по y
$y = a(x - m)^2$	(m; 0)	сдвиг по x
$y = a(x - m)^2 + n$	(m; n)	оба сдвига



Обобщение правил построения графиков квадратичной функции по школьному курсу математики.

Что важно запомнить о параболе

Квадратичная функция легко читается по формуле: a задаёт форму параболы, p сдвигает её по вертикали, а m — по горизонтали. Вершина и ось симметрии помогают быстро строить и проверять график.

