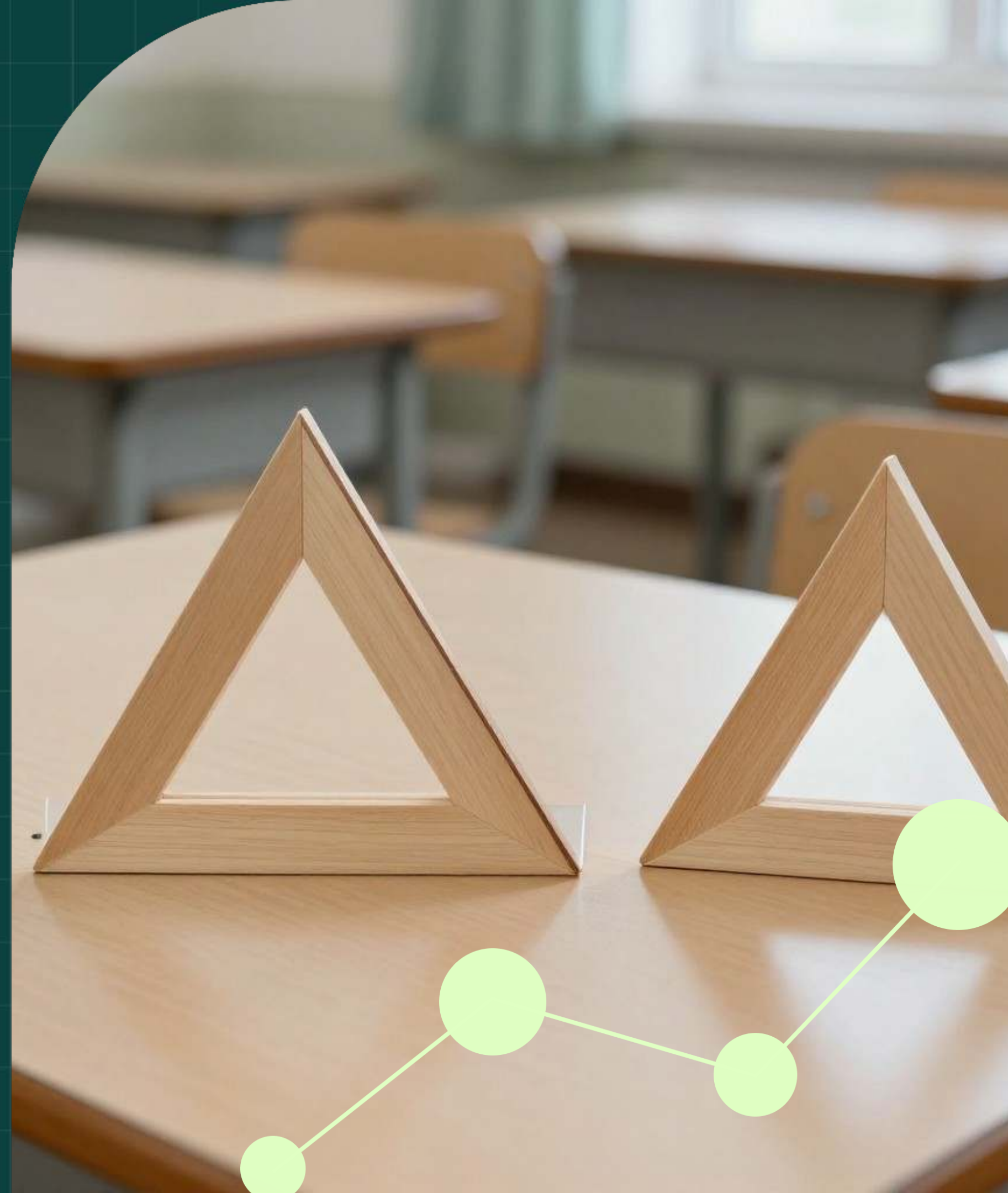




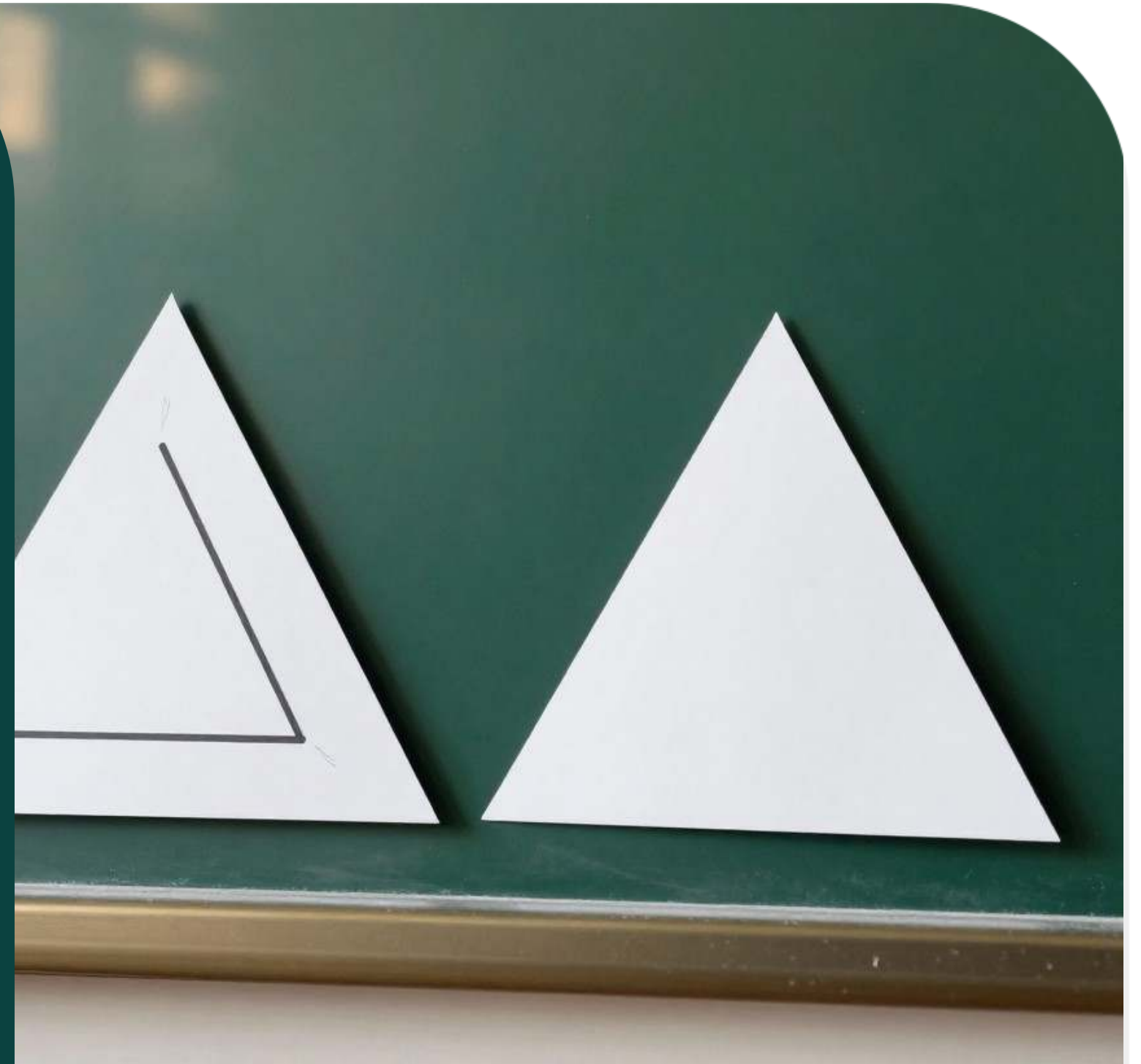
Признак равенства треугольников по стороне и двум прилежащим углам

Одна сторона и два угла,
и треугольник уже определён.



Почему этот признак важен в геометрии

Этот признак помогает быстро доказывать равенство треугольников, находить неизвестные элементы и решать задачи без лишних измерений. В 7 классе он особенно полезен на чертежах с параллельными прямыми, биссектрисами, высотами и равнобедренными треугольниками.

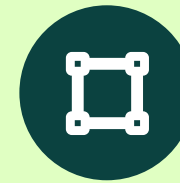


Что такое прилежащие углы



Общий конец стороны

Прилежащие к стороне углы имеют эту сторону общей. В треугольнике ABC к стороне AB относятся углы A и B, потому что они расположены у её концов.



Сторона между ними

Для признака важна именно сторона, которая находится между двумя углами. Она связывает их в одно условие и позволяет сравнивать треугольники по одному общему элементу.



Почему это важно

Если углы относятся к разным сторонам, признак не работает. Нужно, чтобы оба угла были прилежащими к одной и той же стороне и соответствовали друг другу.

Как выглядит признак на чертеже

4

● Одинаковые штрихи

Равные стороны на чертеже обычно отмечают одинаковым числом штрихов. Это сразу показывает, какая сторона в одном треугольнике соответствует стороне в другом.

● Подписи вершин

Буквы у вершин помогают понять, какие части фигур сравниваются между собой. По ним удобно определить соответствующие стороны и углы двух треугольников.

● Одинаковые дуги

Равные углы обозначают одинаковым числом дуг. Если у двух углов совпадает количество дуг, значит, они должны быть сопоставлены как равные элементы.

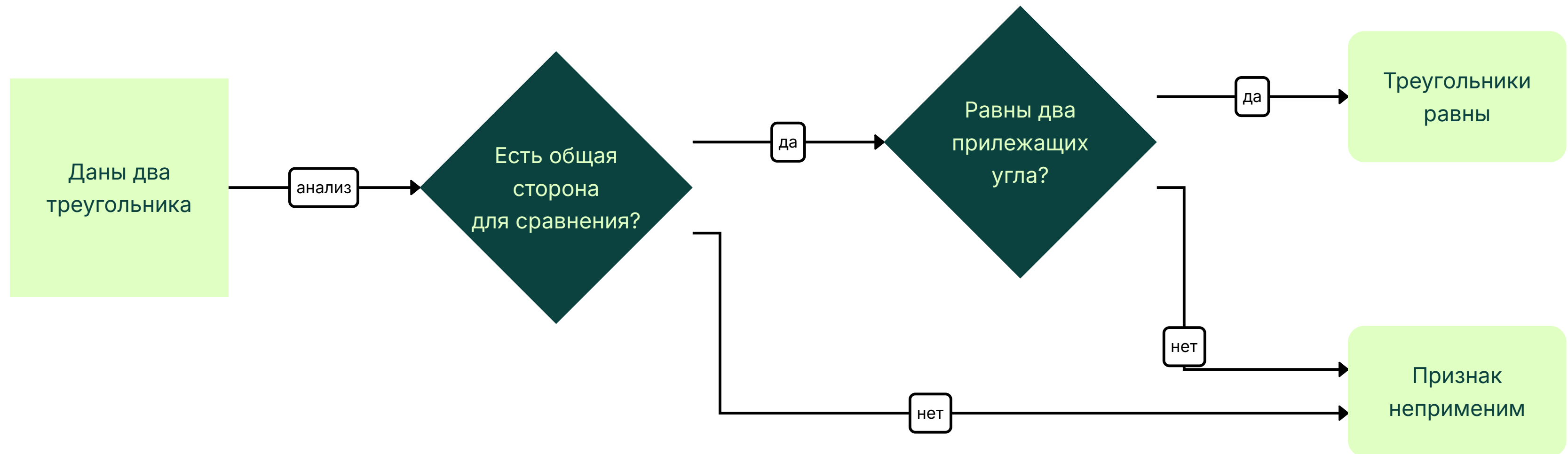
● Наглядное совпадение

Когда на рисунке видны одинаковые отметки на стороне и двух углах, легко увидеть, что треугольники заданы одинаковыми данными и можно применять признак.



Как проверить, можно ли применить признак

Пошаговая проверка данных на чертеже и вывод о равенстве треугольников



Что должно совпасть в двух треугольниках

Условие	Что совпадает	Смысл
Сторона	Соответствующие отрезки	Один размер
1-й угол	Углы у конца	Одинаковый наклон
2-й угол	Углы у второго конца	Та же форма

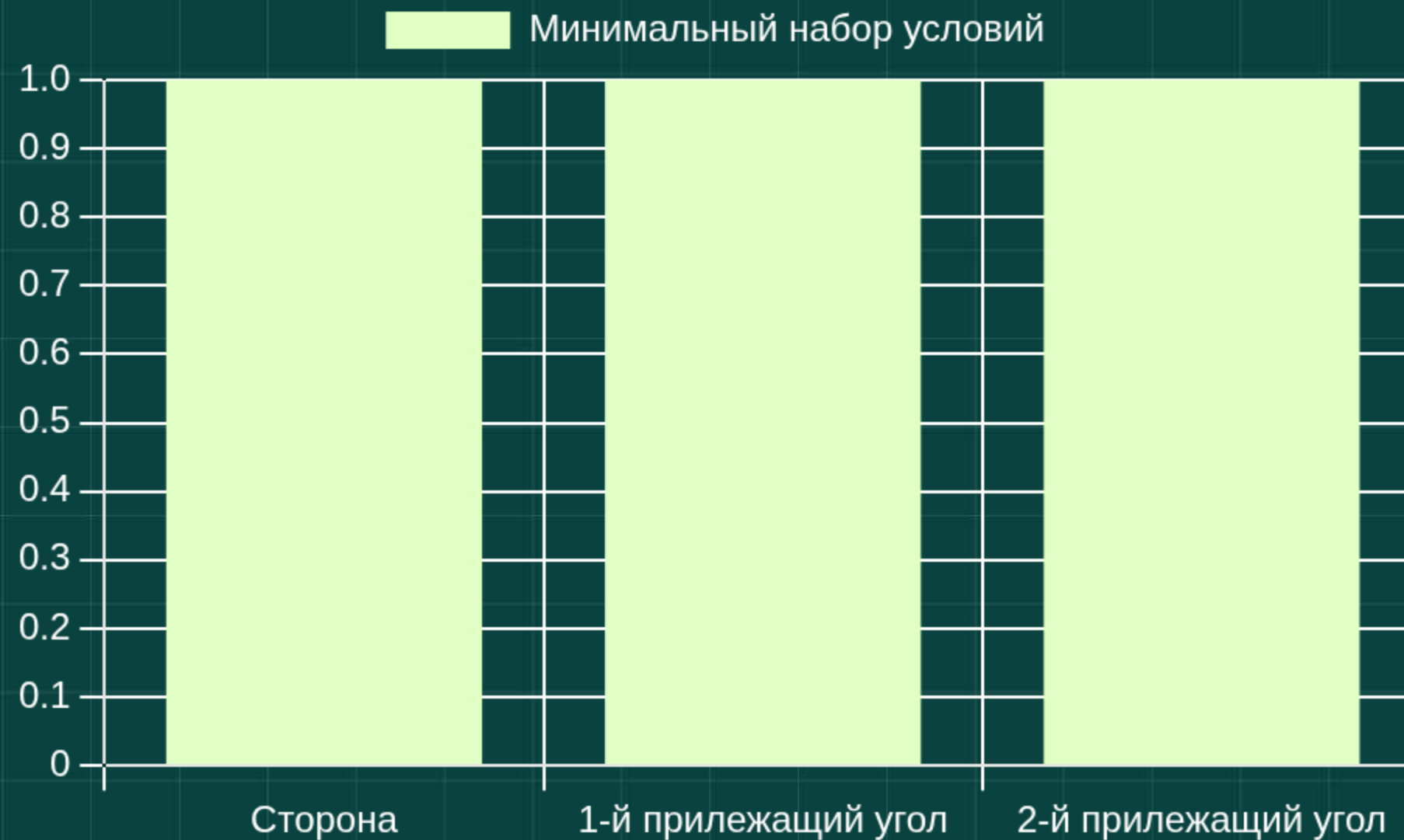
Для применения признака нужно проверить три элемента, относящиеся к одной стороне.

Если совпадают сторона и оба прилежащих угла, треугольники полностью совпадают по форме и размеру.



Признак равенства треугольников по стороне и двум прилежащим к ней углам, геометрия 7 класса

Какие данные нужны для вывода о равенстве



На диаграмме видно, что для вывода достаточно трёх условий, связанных с одной стороной. Этого меньше, чем проверять все элементы фигуры.

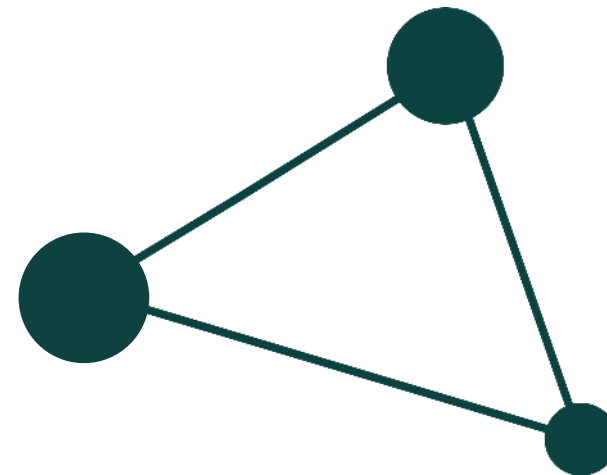
Три совпадения вокруг одной стороны однозначно задают треугольник и позволяют сделать строгий вывод о равенстве.

Формулировка признака равенства

1

Одна сторона

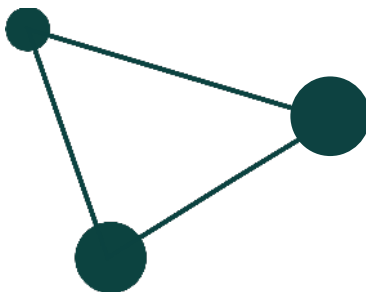
Если в двух треугольниках одна сторона равна соответствующей стороне другого треугольника, это задаёт общий размер между двумя углами и создаёт основу для сравнения фигур.



2

Два прилежащих угла

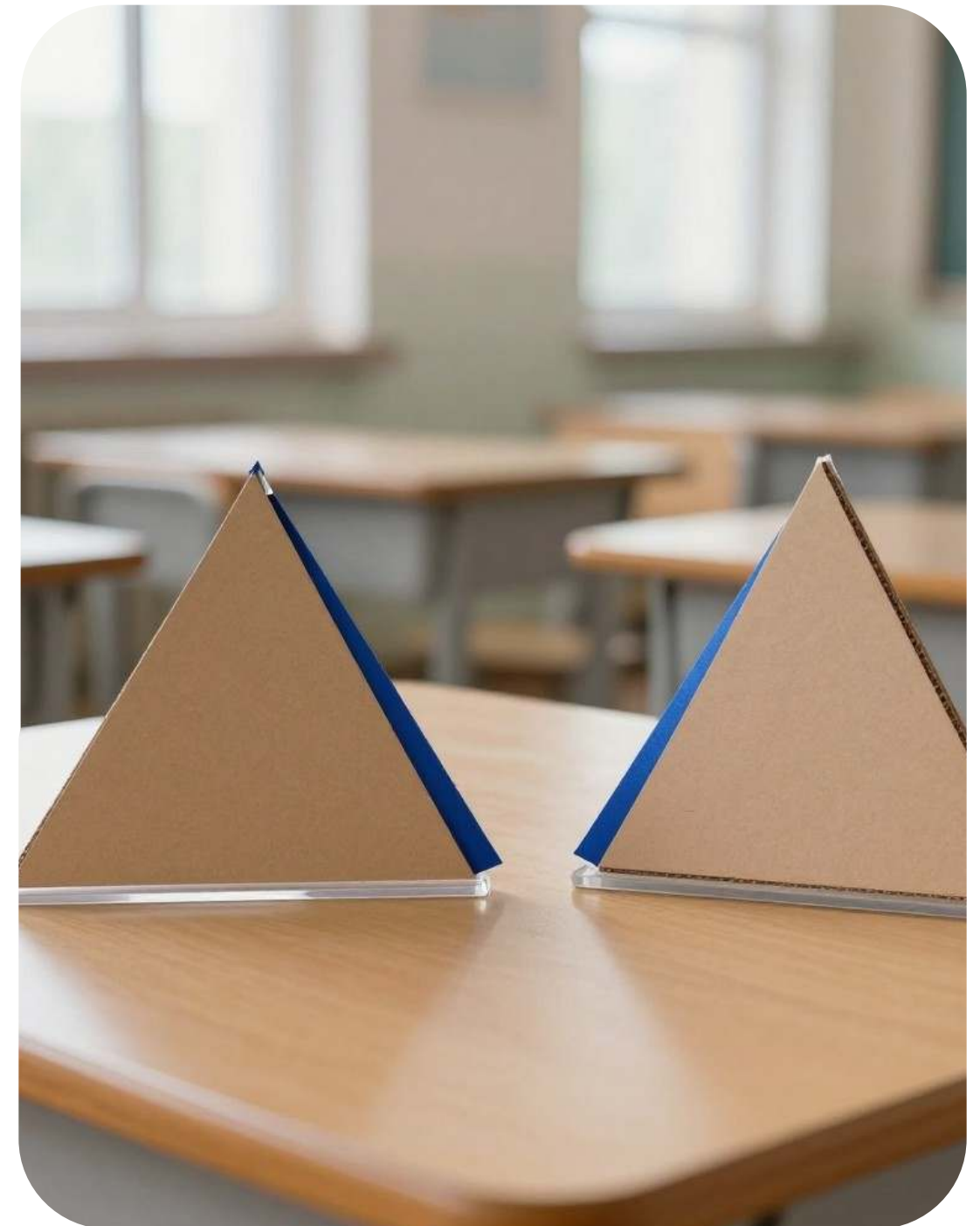
Если к этой стороне равны ещё и два угла у её концов, форма треугольников становится одинаковой по обе стороны от выбранной стороны.



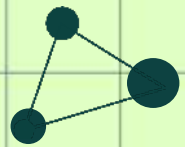
3

Вывод о равенстве

При выполнении всех трёх условий треугольники равны. Значит, совпадают не только заданные элементы, но и все остальные соответствующие стороны и углы.

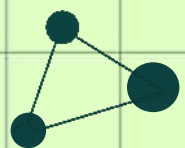


Почему этого набора данных достаточно



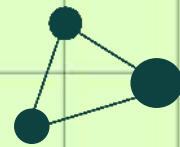
Форма задаётся углами

Два угла определяют, как будут расположены стороны треугольника относительно выбранной стороны. Поэтому одинаковые углы делают форму фигур одинаковой.



Единственный результат

Когда совпадают и форма, и размер, остаётся только один возможный треугольник. Именно поэтому такое сочетание данных достаточно для доказательства равенства.



Размер задаётся стороной

Сторона между этими углами определяет масштаб треугольника. Если она совпадает, фигуры не могут отличаться по размеру при одинаковых углах.



Связь признака с построением треугольника

10

1

Построение основы

Сначала проводят отрезок, который будет выбранной стороной треугольника. Он становится опорой для дальнейшего построения и задаёт исходный размер фигуры.

3

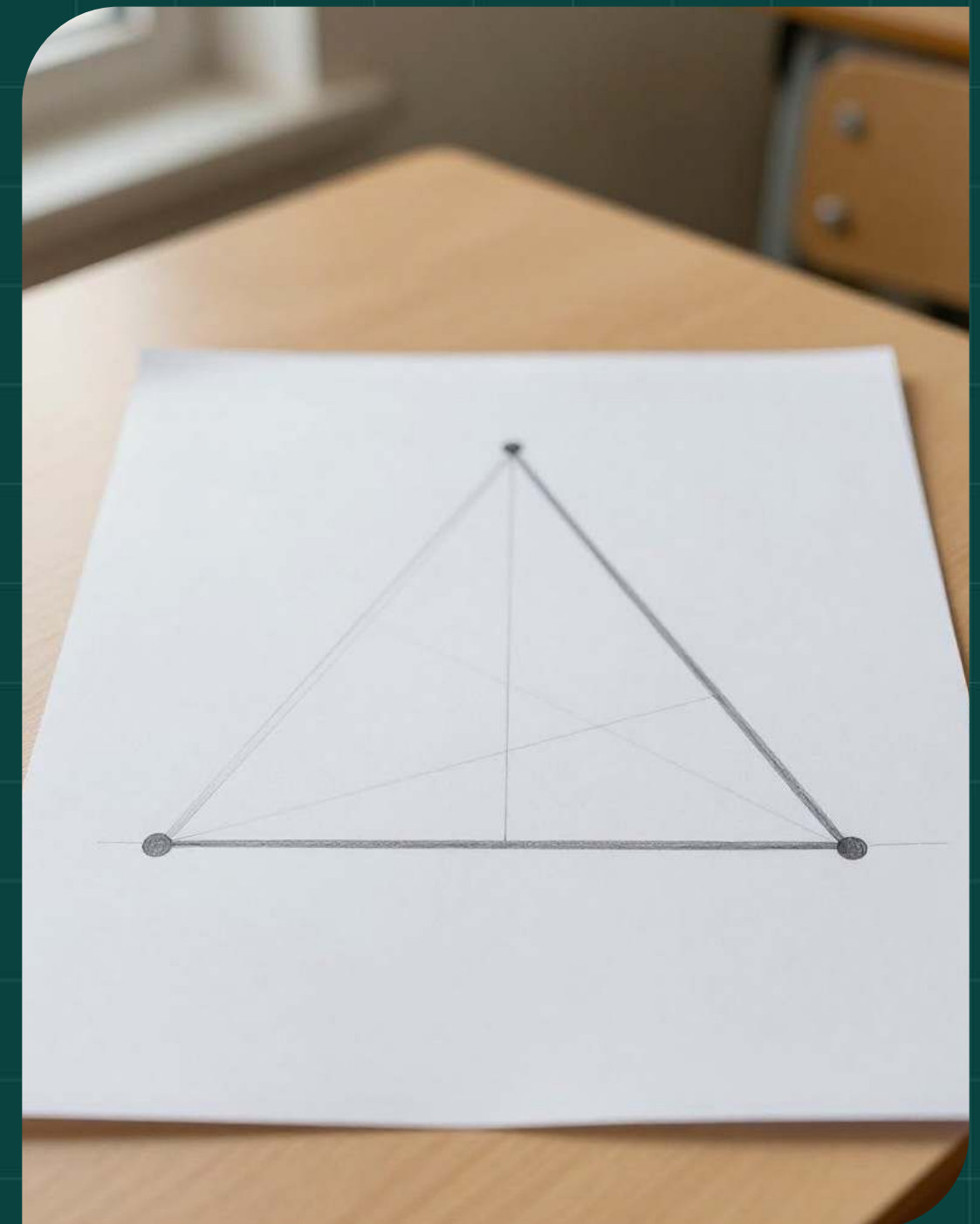
Пересечение лучей

Точка пересечения лучей определяет третью вершину. Если по тем же данным можно построить только один треугольник, то любые два таких треугольника равны.

2

Отложение углов

Затем по концам отрезка откладывают два нужных угла. Лучи, проведённые из концов стороны, показывают направление будущих сторон треугольника.



Сравнение трех признаков равенства треугольников

Признак	Что сравнивают	Смысл
2 стороны и угол	Две стороны, угол между ними	Задают форму и размер
Сторона и 2 угла	Одна сторона и прилежащие углы	Задают фигуру у стороны
3 стороны	Три стороны	Полностью определяют треугольник

Все три признака дают набор данных, который однозначно задает треугольник и позволяет делать строгий вывод о его равенстве другому.

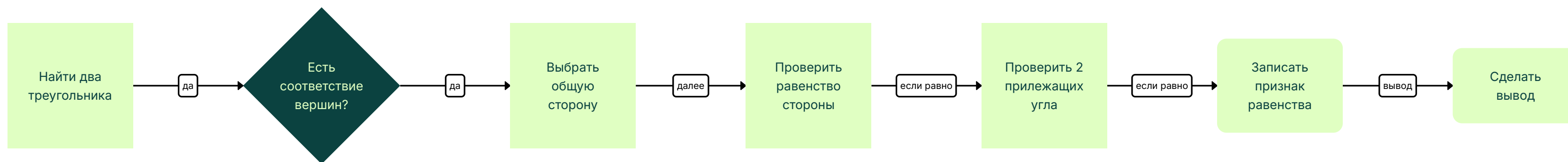
Во всех случаях достаточно минимального, но полного набора данных; различается только то, какие элементы треугольника используются для сравнения.



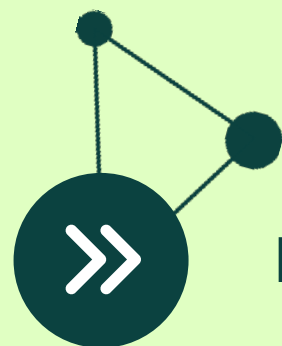
Свойства признаков равенства треугольников, изучаемые в 7 классе

Алгоритм применения признака

Последовательность проверки равенства треугольников по стороне и двум прилежащим углам

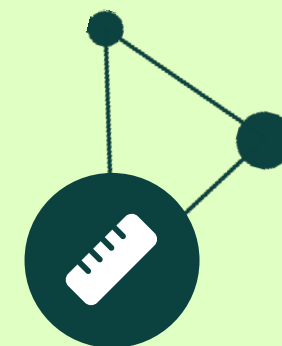


Типичные ошибки при применении признака



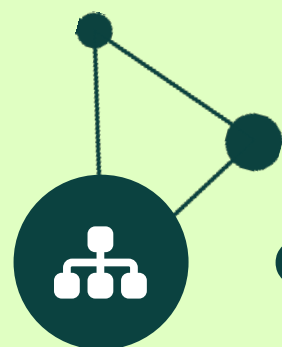
Неверные углы

Иногда выбирают два угла, которые не прилежат к одной стороне. В таком случае условие признака не выполняется, даже если на чертеже есть похожие отметки и равные углы.



Не та сторона

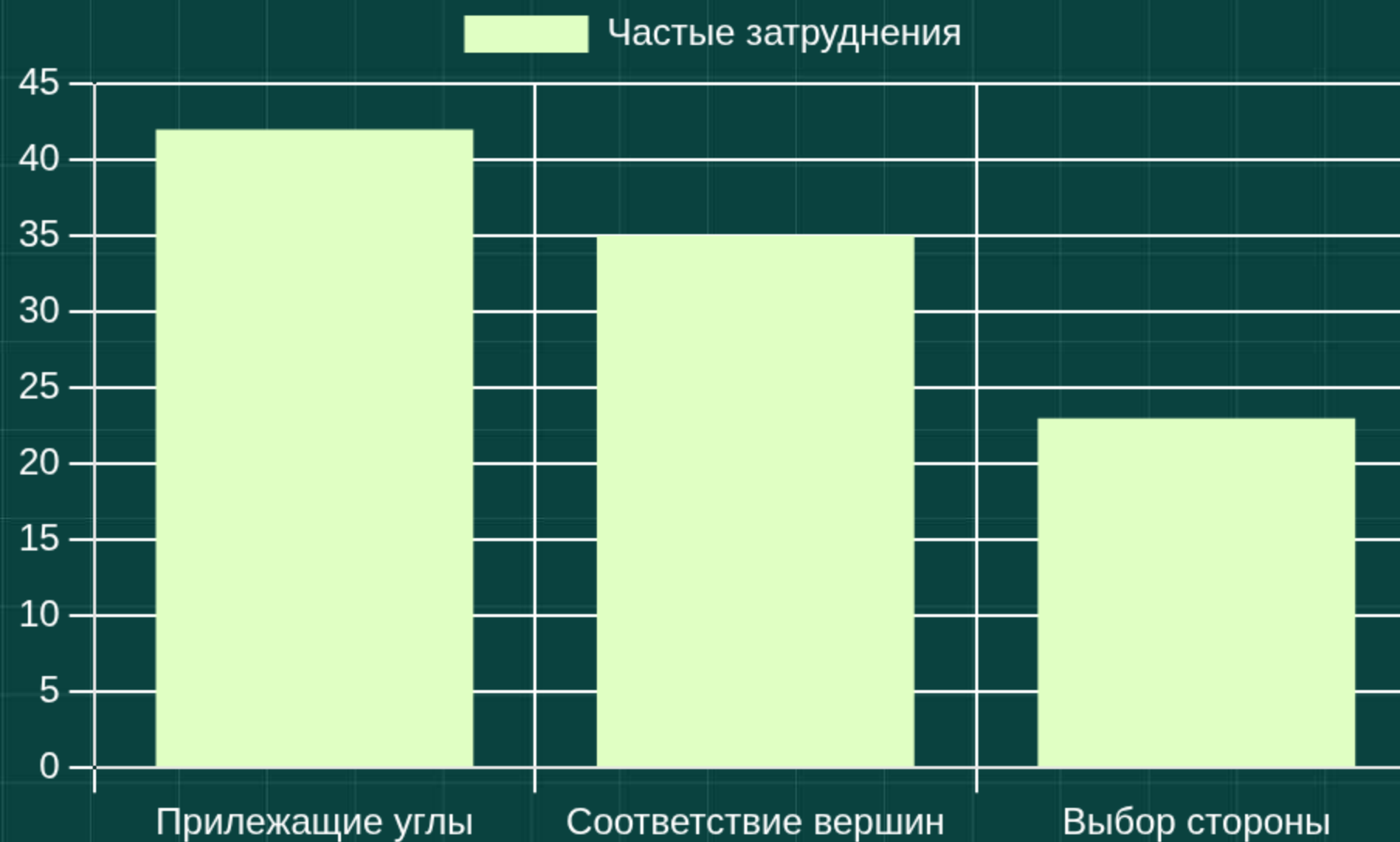
Ошибка возникает, когда сравнивают сторону, не лежащую между выбранными углами. Тогда сравнение становится неполным, и сделать вывод о равенстве треугольников нельзя.



Сбившееся соответствие

Школьники часто путают, какие вершины и стороны должны соответствовать друг другу. Чтобы избежать ошибки, нужно заранее выписать пары элементов в одинаковом порядке.

Что чаще всего путают школьники



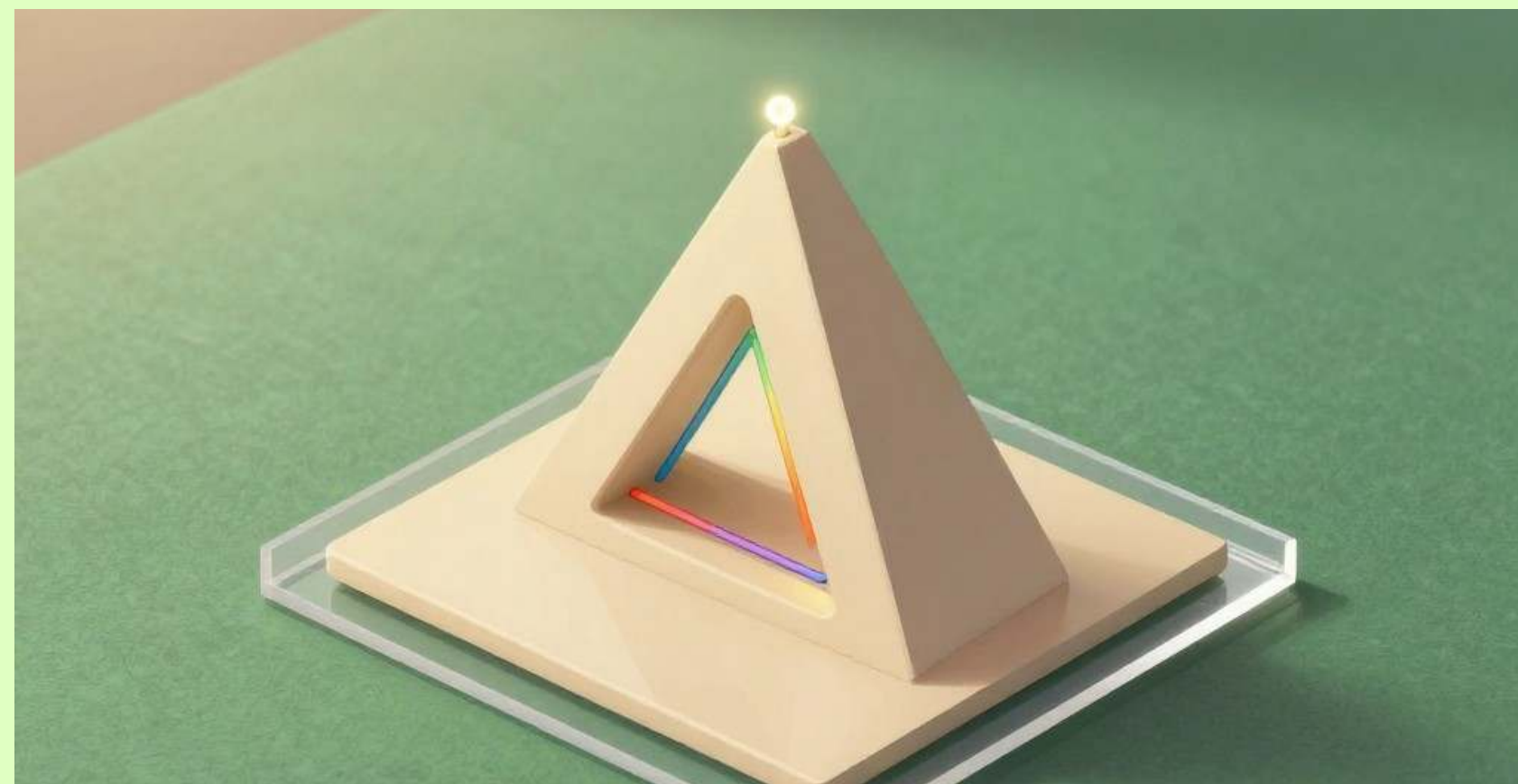
На чертеже ошибки заметнее всего, когда много одинаковых штрихов и дуг. Тогда особенно важно читать обозначения по порядку.

Чаще всего трудности связаны с углами, затем с соответствием вершин. Значит, при разборе задачи нужно сначала установить пары элементов, а потом сравнивать их.



Учебный анализ типичных ошибок при работе с признаками равенства треугольников

Пример применения признака на конкретном чертеже



Первый треугольник и его пара

В треугольнике ABC известны сторона AB и углы при ее концах. Если в треугольнике $A_1B_1C_1$ совпадают $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то фигуры совпадают по признаку. После этого можно сразу сравнивать все соответствующие элементы.

Что дает доказанное равенство

Как только треугольники признаны равными, из чертежа становятся доступны новые выводы. Например, можно записать $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle C = \angle C_1$. Один строгий шаг в доказательстве помогает получить сразу несколько результатов.

Что можно узнать после доказательства равенства

Что известно	Пример	Что это дает
Стороны	$AC = A_1C_1$	Находить длины
Углы	$\angle C = \angle C_1$	Сравнивать форму
Периметр	Периметры равны	Проверять размеры
Площадь	Площади равны	Сверять ответ

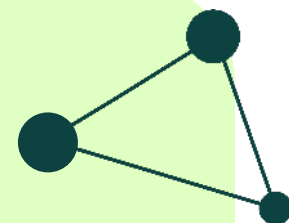
После установления равенства треугольников открываются все соответствующие равенства сторон, углов и связанных с ними величин.

Равенство треугольников распространяется на все соответствующие элементы, поэтому один доказанный факт позволяет сделать несколько точных выводов.

Где этот признак встречается чаще всего

17

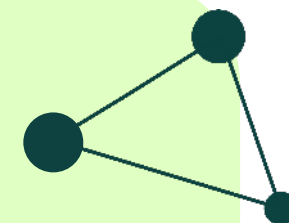
1



Параллельные прямые

В задачах с параллельными прямыми часто появляются накрест лежащие или соответственные углы. Это удобно: можно быстро собрать нужную пару треугольников и доказать их равенство без лишних измерений.

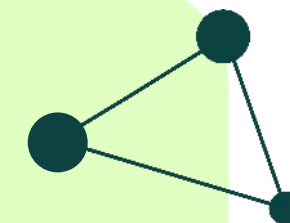
2



Равнобедренные треугольники

В таких задачах часто известны углы при основании, а одна сторона уже задана. Тогда признак помогает сравнивать две части чертежа и получать равные отрезки или углы.

3

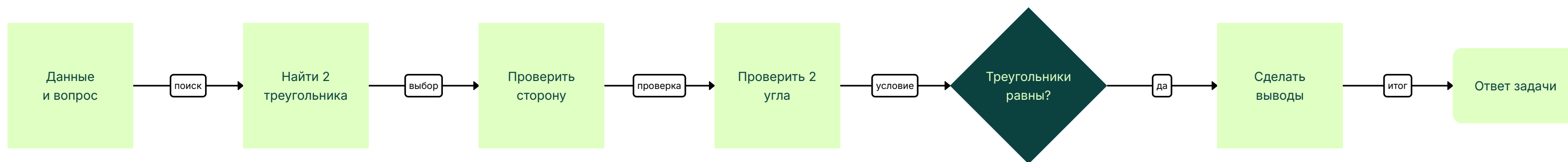


Биссектриса и высота

Если на рисунке есть биссектриса или высота, нередко нужно доказать, что две части фигуры одинаковы. Здесь признак особенно полезен, потому что позволяет опираться на уже отмеченные равные углы и сторону.

Как из признака получить ответ в задаче

Логика решения геометрической задачи через установление равенства треугольников



Этот набор данных делает признак удобным для доказательств и построений: по нему можно быстро установить равенство фигур и найти неизвестные элементы.

Признаки равенства треугольников, курс геометрии 7 класса



3

элемента — одна сторона и два прилежащих угла — достаточно, чтобы однозначно задать треугольник



Итог урока

Признак по стороне и двум прилежащим углам позволяет точно сравнивать треугольники, не измеряя все их элементы. Он помогает доказывать равенство, решать задачи и уверенно читать чертеж.