

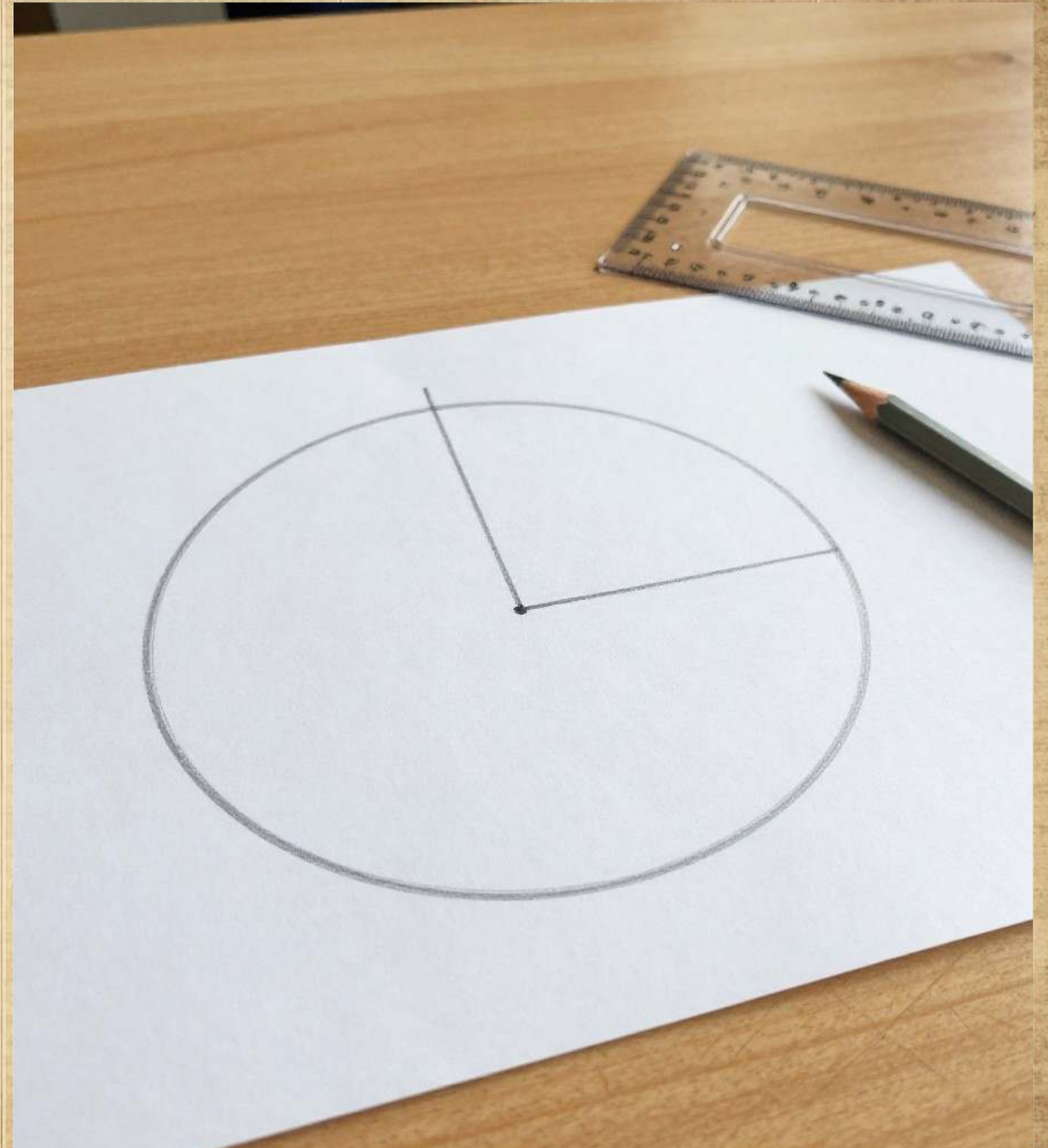
Касательная к окружности: основа темы в геометрии 9 класса

Одна прямая — много важных свойств окружности.



Касательная и окружность: ключевая связь

Тема помогает понять, как прямая касается окружности в одной точке, и как это свойство используется в вычислениях, построениях и доказательствах.



Announcement

Office

Office of the Secretary of the Department of Education, State of New York, Albany, New York.

Notice is hereby given that the following persons have been appointed to the office of the Secretary of the Department of Education, State of New York, Albany, New York.

The following persons have been appointed to the office of the Secretary of the Department of Education, State of New York, Albany, New York.

The following persons have been appointed to the office of the Secretary of the Department of Education, State of New York, Albany, New York.

Making Ace

Making Ace is a new and exciting game that can be played by anyone. It is a game of chance and skill, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Making Ace is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Making Ace is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Making A

Making A is a new and exciting game that can be played by anyone. It is a game of chance and skill, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Making A is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Making A is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

1 общая точка — главный признак касательной в школьной геометрии.

Школьный курс геометрии, раздел
«Окружность»

THE PLAN

The Plan is a new and exciting game that can be played by anyone. It is a game of chance and skill, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

The Plan is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

The Plan is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Если прямая имеет
с окружностью только одну
общую точку, её считают
касательной. Именно это
свойство отличает
её от секущей и внешней
прямой.

Bus

Trade Rev

They

They are the people who are the most important in the world. They are the people who are the most important in the world.

They are the people who are the most important in the world. They are the people who are the most important in the world.

They are the people who are the most important in the world. They are the people who are the most important in the world.

Issue

Issue is a new and exciting game that can be played by anyone. It is a game of chance and skill, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Issue is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Issue is a game that is easy to learn and play. It is a game that can be played by anyone, and it is a game that can be played anywhere and at any time.

Точка касания и радиус, проведённый к ней

Точка касания

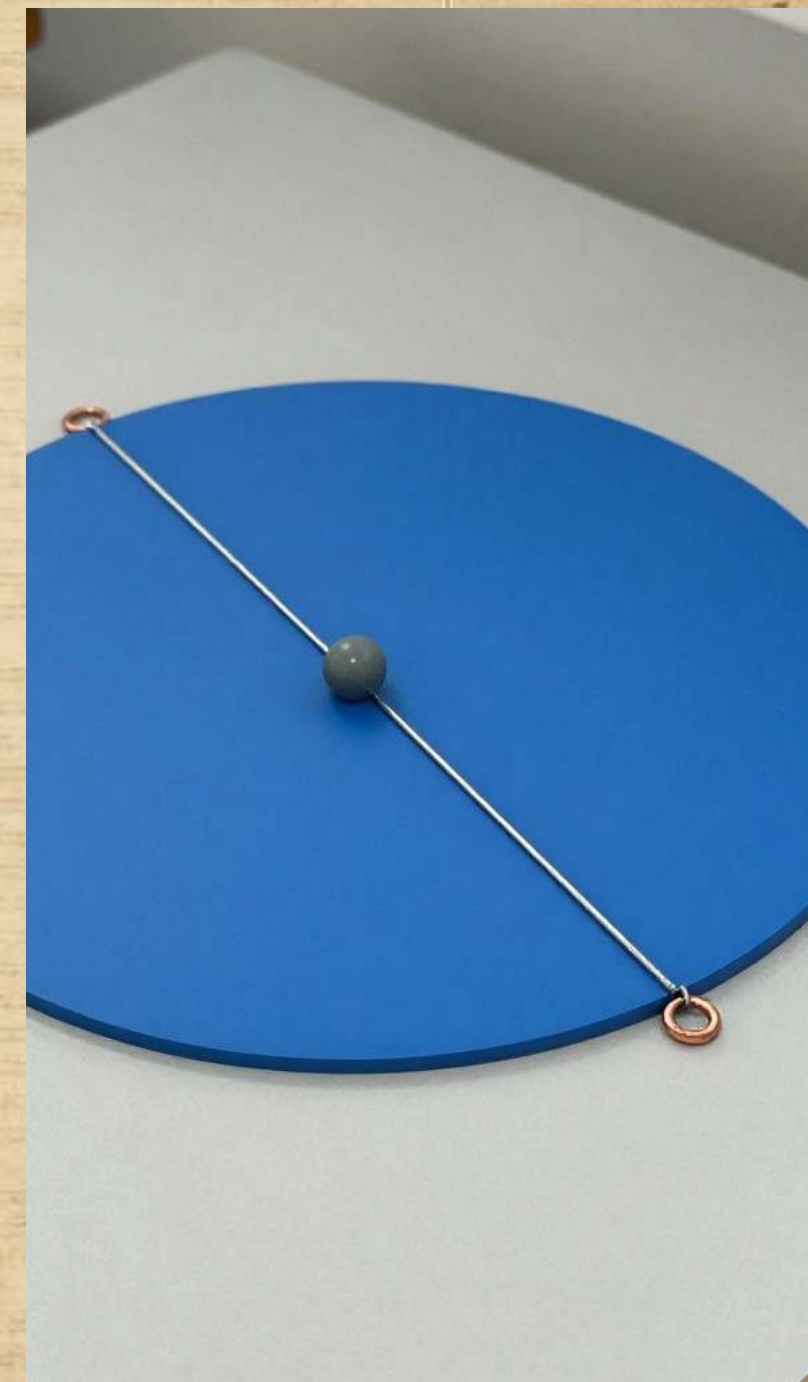
Это единственная общая точка прямой и окружности. Именно она показывает, где линия лишь соприкасается с окружностью, не проходя через неё.

Радиус и прямой угол

Если соединить центр окружности с точкой касания, получится радиус, перпендикулярный касательной. Этот факт часто становится основой для доказательств и построений.

Как выглядит чертёж

На схеме обычно отмечают центр, радиус, точку касания и значок прямого угла. Такая запись помогает быстро увидеть, почему прямая является касательной.



Основное свойство касательной

1

Касательная в точке A

Если прямая касается окружности в точке A , то радиус OA обязательно перпендикулярен этой прямой. Это свойство используют сразу, как только видят точку касания.

2

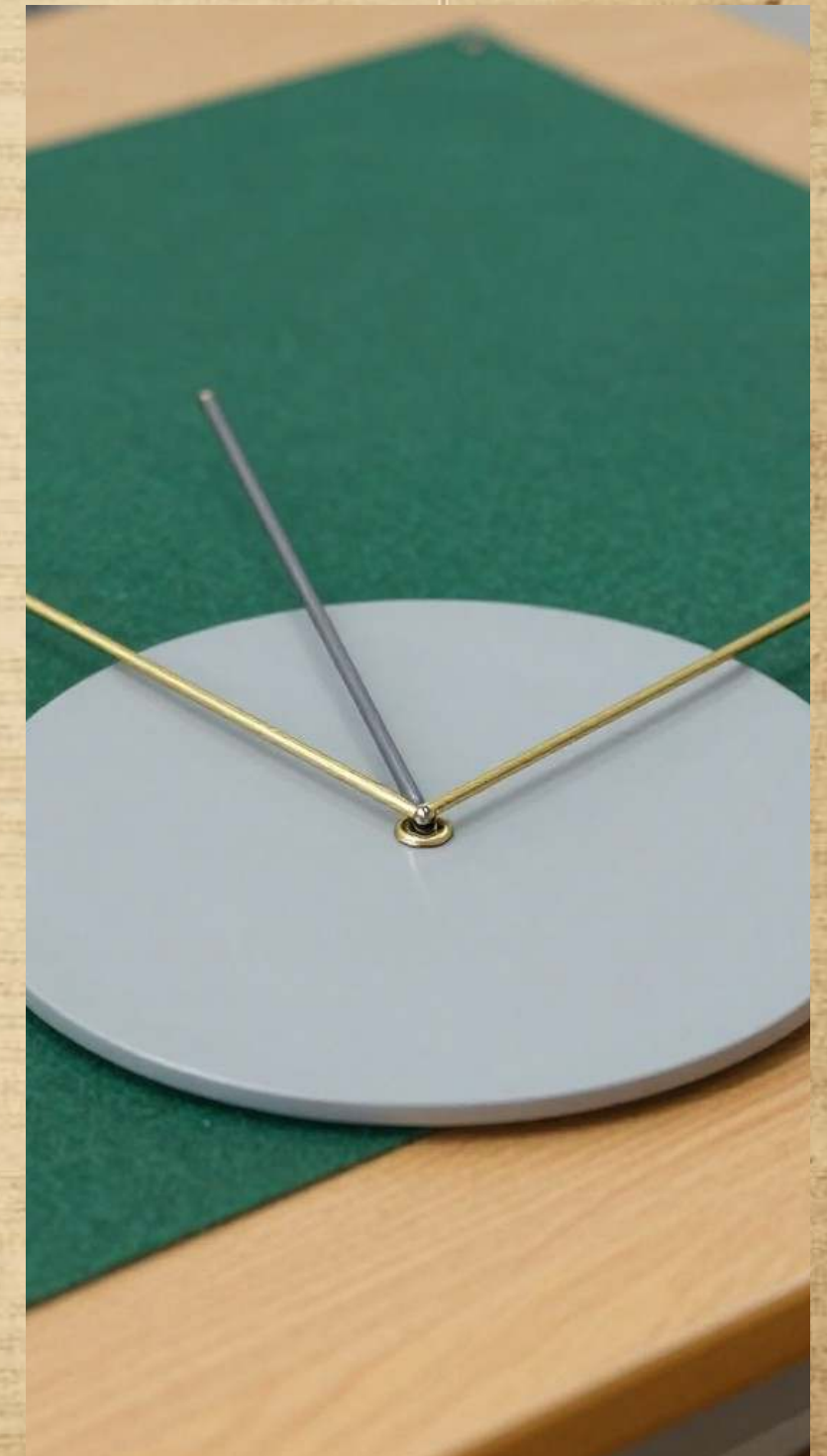
Обратное утверждение

Если прямая проходит через точку A окружности и перпендикулярна радиусу OA , то она тоже является касательной. Так удобно проверять готовый чертёж.

3

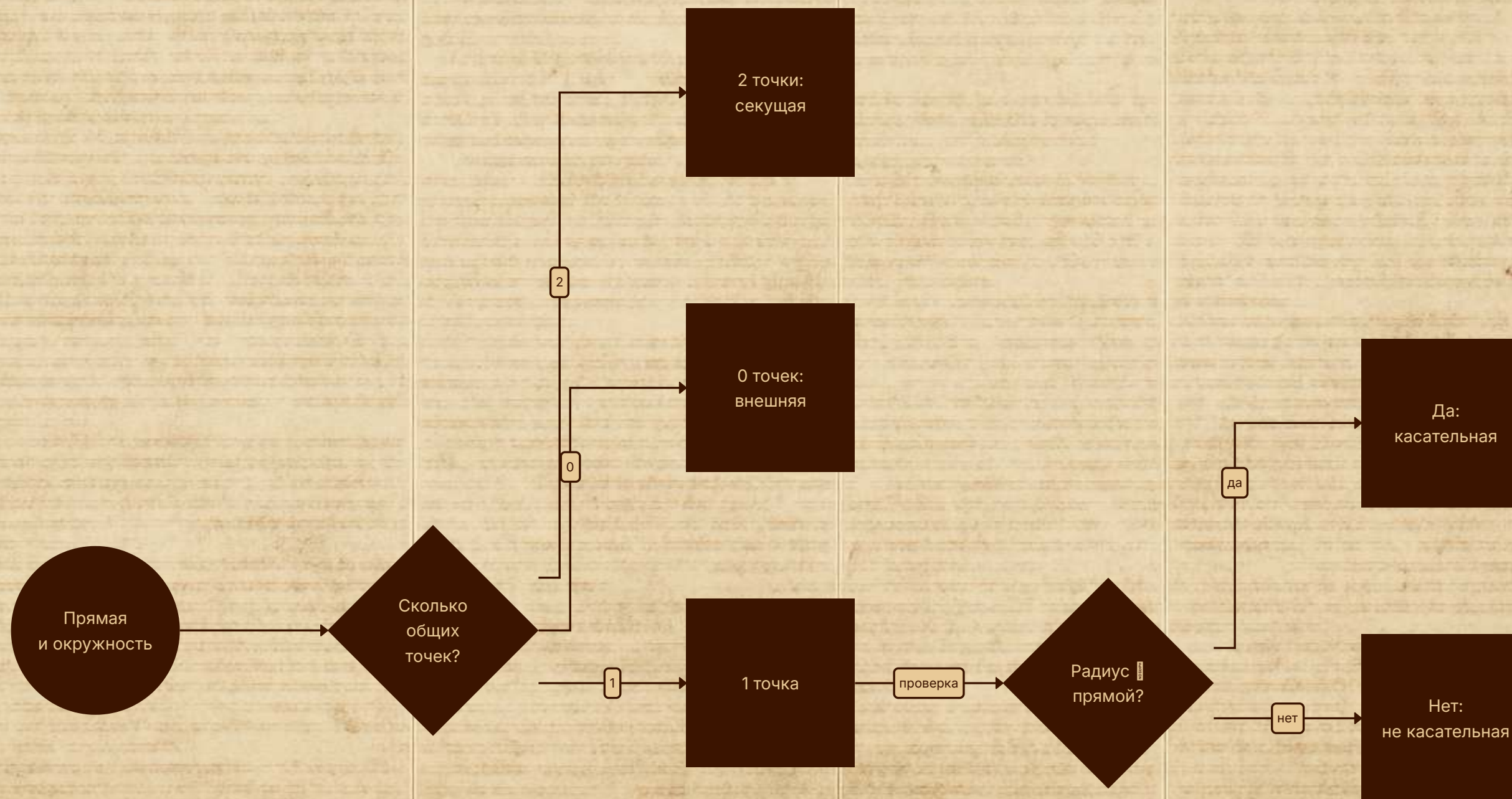
Критерий распознавания

Оба утверждения вместе образуют полный признак касательной: либо доказываем перпендикулярность радиуса, либо по ней узнаём саму касательную.



Как определить касательную

Последовательность проверки по числу общих точек и перпендикулярности радиуса.



Сравнение касательной, секущей и внешней прямой

Три вида прямых удобно различать по числу общих точек и по положению относительно окружности.

Вид	Общие точки	Признак
Касательная	1	Радиус 
Секущая	2	Пересекает
Внешняя	0	Не пересекает

Число общих точек сразу показывает вид прямой, а для касательной дополнительно проверяют перпендикулярность радиуса.

Две касательные, проведённые из одной точки

Внешняя точка

Если точка лежит вне окружности, из неё можно провести ровно две касательные. Это важный случай, который часто встречается в задачах на длины и построения.

1

Равные отрезки

От внешней точки до точек касания получаются отрезки одинаковой длины. Поэтому, зная длину одной касательной, можно сразу найти вторую без дополнительных вычислений.

2

Почему это полезно

Свойство равенства касательных позволяет быстро доказывать равенство отрезков и строить решения, где нужно связать внешнюю точку с двумя точками на окружности.

3



Сколько касательных можно провести из разных точек

Зависимость легко
запомнить: чем дальше
точка от центра
относительно
окружности, тем больше
возможностей
для касания.
Положение точки
полностью определяет
число касательных:
внутри — нельзя,
на окружности — одна,
вне окружности — две.

Школьный курс геометрии

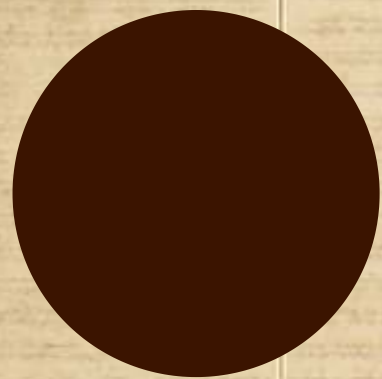
THE PLAN

Почему касательные из одной точки равны



Одна внешняя точка

Касательные PA и PB выходят из одной точки P . Именно общее начало позволяет сравнивать их в одной геометрической конфигурации и искать равенство отрезков.



Радиусы к точкам касания

Радиусы OA и OB проведены в точки касания, поэтому каждый из них перпендикулярен своей касательной. Это создаёт два прямоугольных треугольника с общими элементами.



Равные касательные

Треугольники OAP и OBP равны, значит $PA = PB$. Это одно из самых полезных утверждений темы, потому что оно часто превращает сложную задачу в простое сравнение.

Построение касательной в точке на окружности

1

Провести радиус

Сначала отмечают центр окружности O и точку A на её линии. Затем проводят радиус OA : он задаёт опорный отрезок, относительно которого будет строиться касательная и проверяться прямой угол.

2

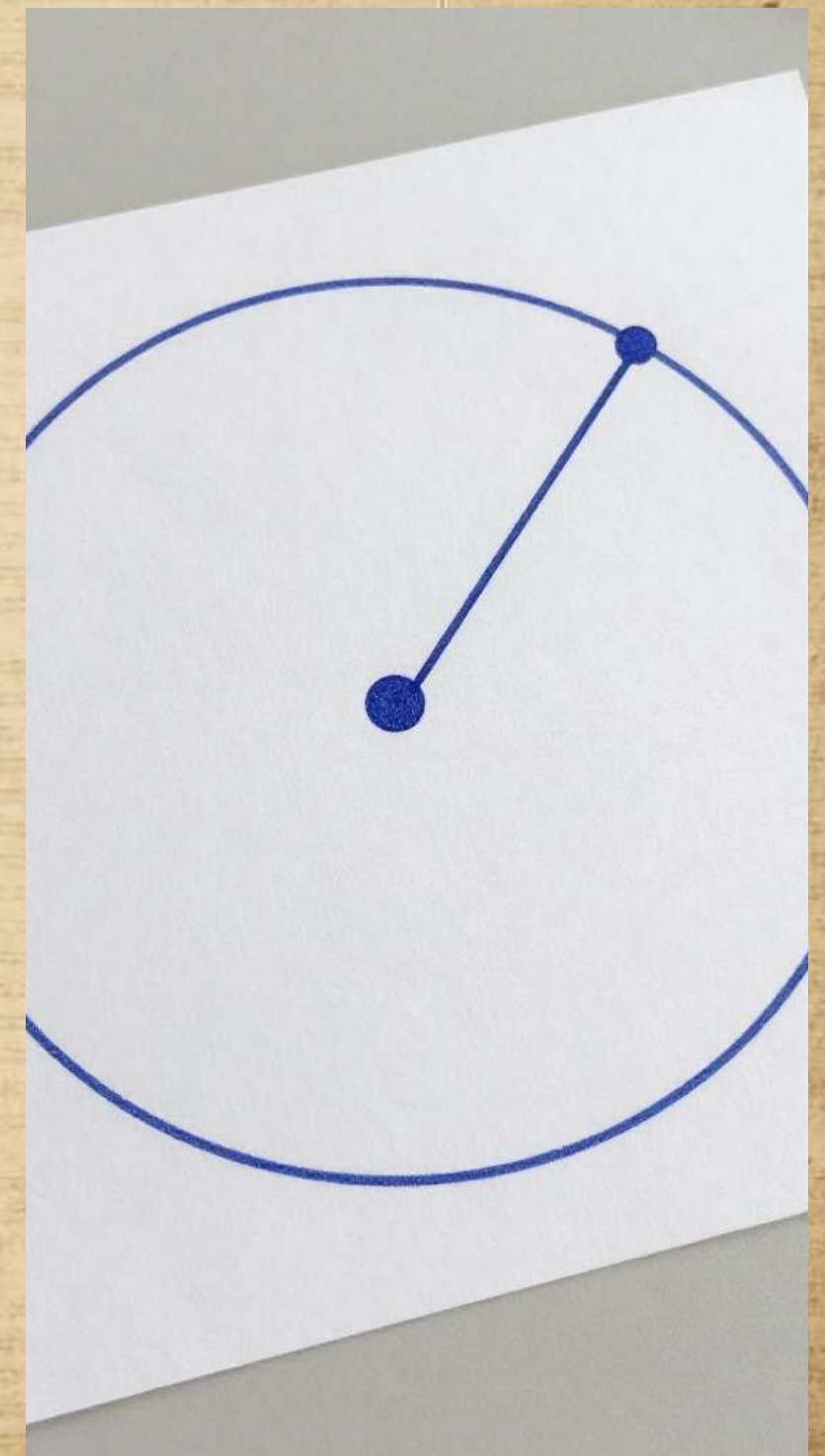
Построить перпендикуляр

Через точку A проводят прямую, перпендикулярную радиусу OA . Именно эта прямая и будет касательной, потому что касается окружности только в одной точке и не пересекает её.

3

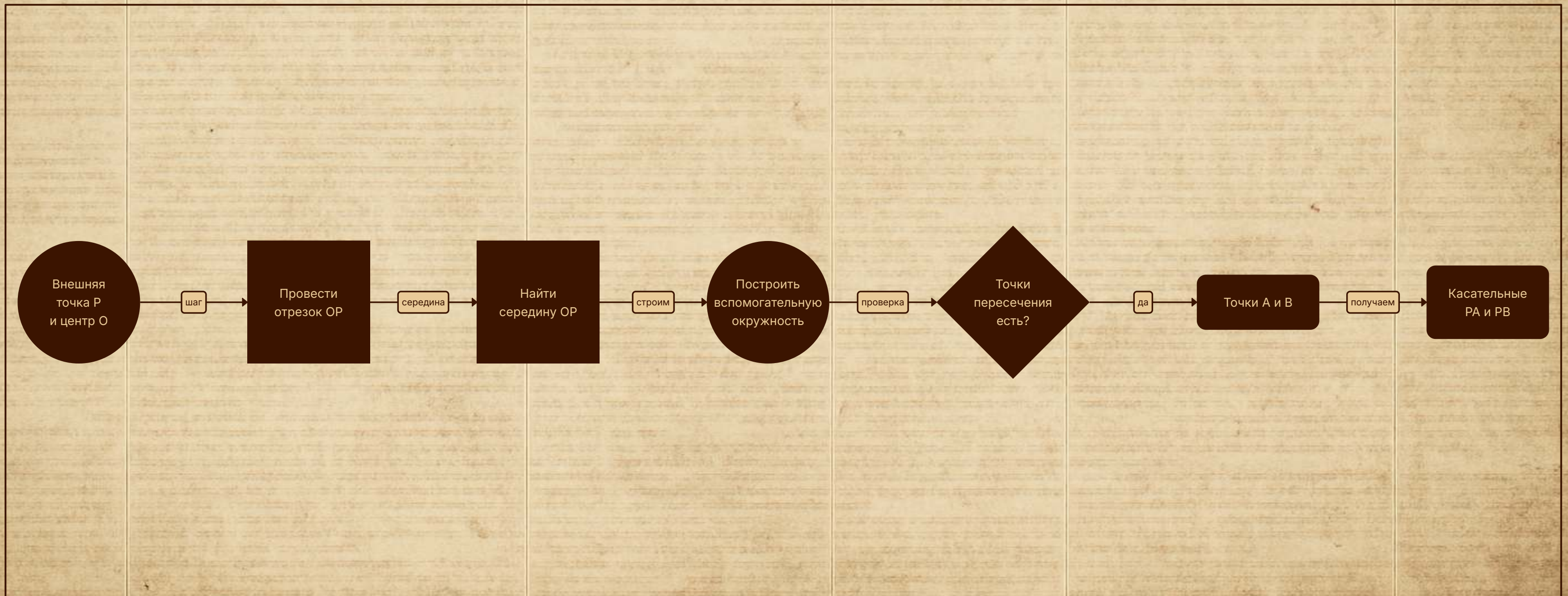
Обозначить элементы

На чертеже полезно выделить центр, радиус, точку касания и значок прямого угла. Такая разметка помогает сразу увидеть, почему построенная прямая соответствует определению касательной.



Алгоритм построения двух касательных

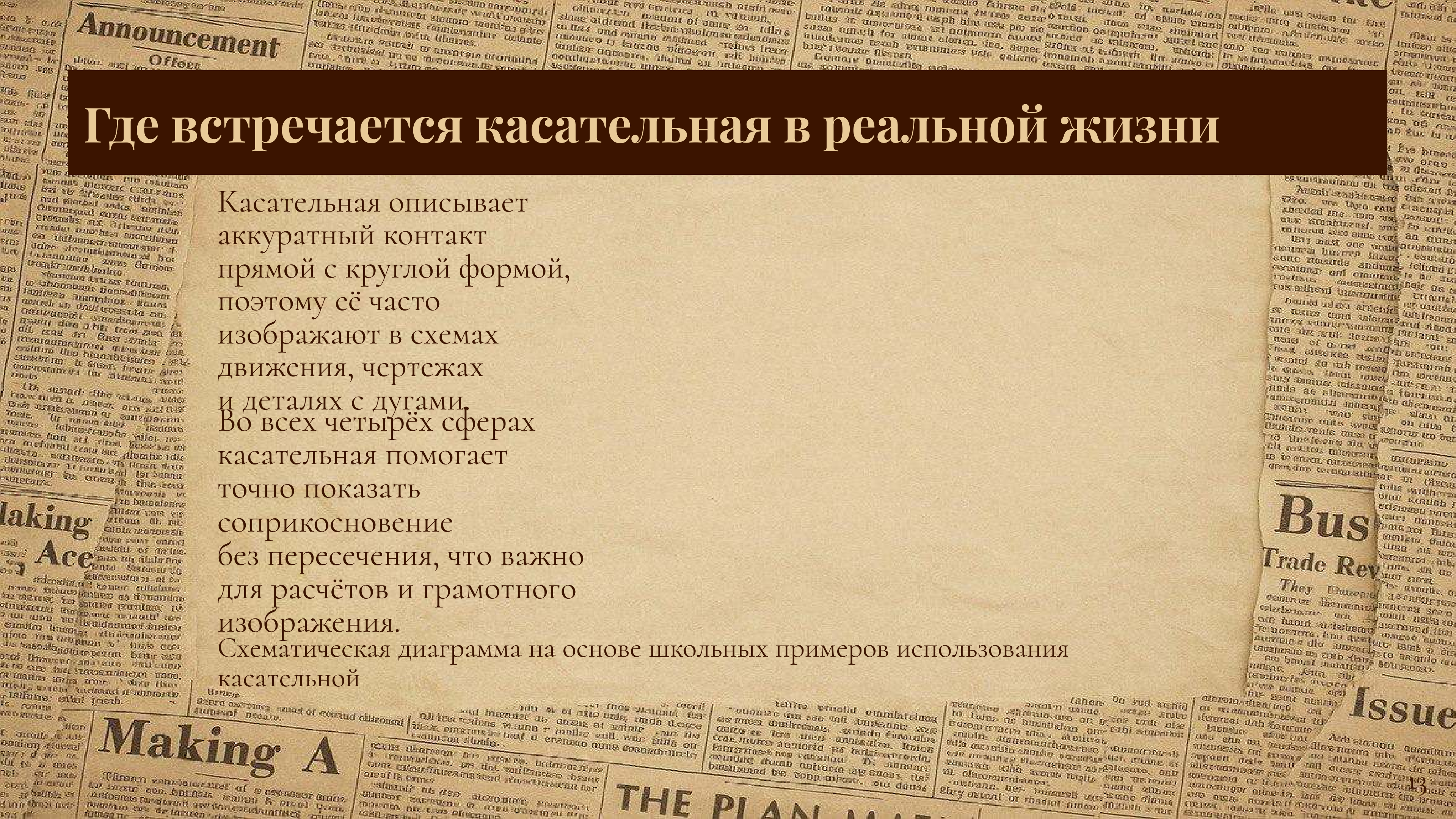
Построение выполняют по положению внешней точки P относительно окружности с центром O .



Где встречается касательная в реальной жизни

Касательная описывает
аккуратный контакт
прямой с круглой формой,
поэтому её часто
изображают в схемах
движения, чертежах
и деталях с дугами.
Во всех четырёх сферах
касательная помогает
точно показать
соприкосновение
без пересечения, что важно
для расчётов и грамотного
изображения.

Схематическая диаграмма на основе школьных примеров использования касательной



Угол между касательной и хордой

Главное правило

Если касательная и хорда выходят из одной точки окружности, то угол между ними равен половине дуги, на которую он опирается. Это позволяет находить неизвестные углы без длинных вычислений.

1

Связь с дугой

Свойство показывает, что касательная связана не только с радиусом, но и с дугами окружности. Поэтому при решении задач важно уметь читать чертёж и определять соответствующую дугу.

2

Применение в задачах

Такой угол часто встречается в доказательствах и вычислениях, где есть касательная, хорда и дополнительные отрезки. Правильное использование правила помогает быстро перейти от дуги к углу.

3



Какие данные чаще всего встречаются в задачах

Дано	Найти
Центр, радиус	Длина, угол
Точка касания	Тип прямой
Внешняя точка	Равенство отрезков
Хорда, угол	Число касательных

В таблице показано, какие величины обычно даны в условии и что чаще всего требуется найти.

По набору данных легко выбрать нужное свойство: перпендикулярность, равенство касательных или связь угла с дугой.

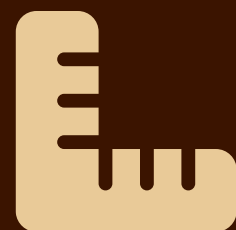
Обобщение типовых задач по теме «Касательная к окружности»

Типичные ошибки при работе с касательной



Неверный выбор прямой

Часто касательной считают любую прямую, проходящую рядом с окружностью. На самом деле касательная должна иметь с окружностью ровно одну общую точку, иначе это уже другой вид прямой.



Перпендикуляр не везде

Важно помнить, что радиус перпендикулярен касательной только в точке касания. Если перенести этот вывод в другое место чертежа, доказательство станет неверным.



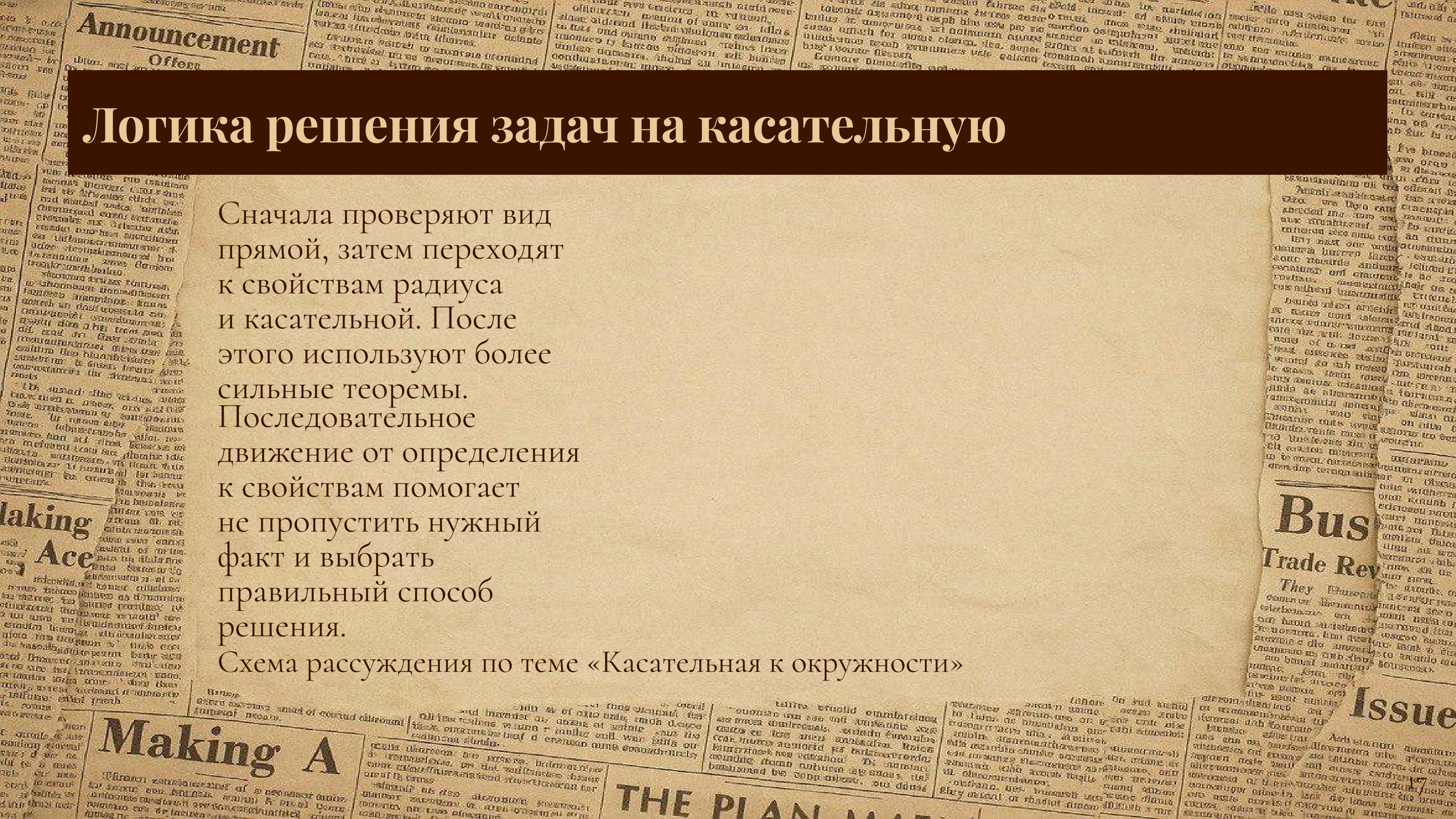
Путаница с хордой

Хорда соединяет две точки окружности, а касательная лишь касается её в одной точке. Эти линии выглядят по-разному и используются в задачах для разных целей.

Логика решения задач на касательную

Сначала проверяют вид прямой, затем переходят к свойствам радиуса и касательной. После этого используют более сильные теоремы. Последовательное движение от определения к свойствам помогает не пропустить нужный факт и выбрать правильный способ решения.

Схема рассуждения по теме «Касательная к окружности»



Задача на вычисление длины касательной

1

**Найти
прямоугольный
треугольник**

Если из точки P проведены касательные PA и PB , то радиус OA перпендикулярен PA . Значит, треугольник OAP прямоугольный, и в нём можно использовать свойства прямоугольных треугольников.

2

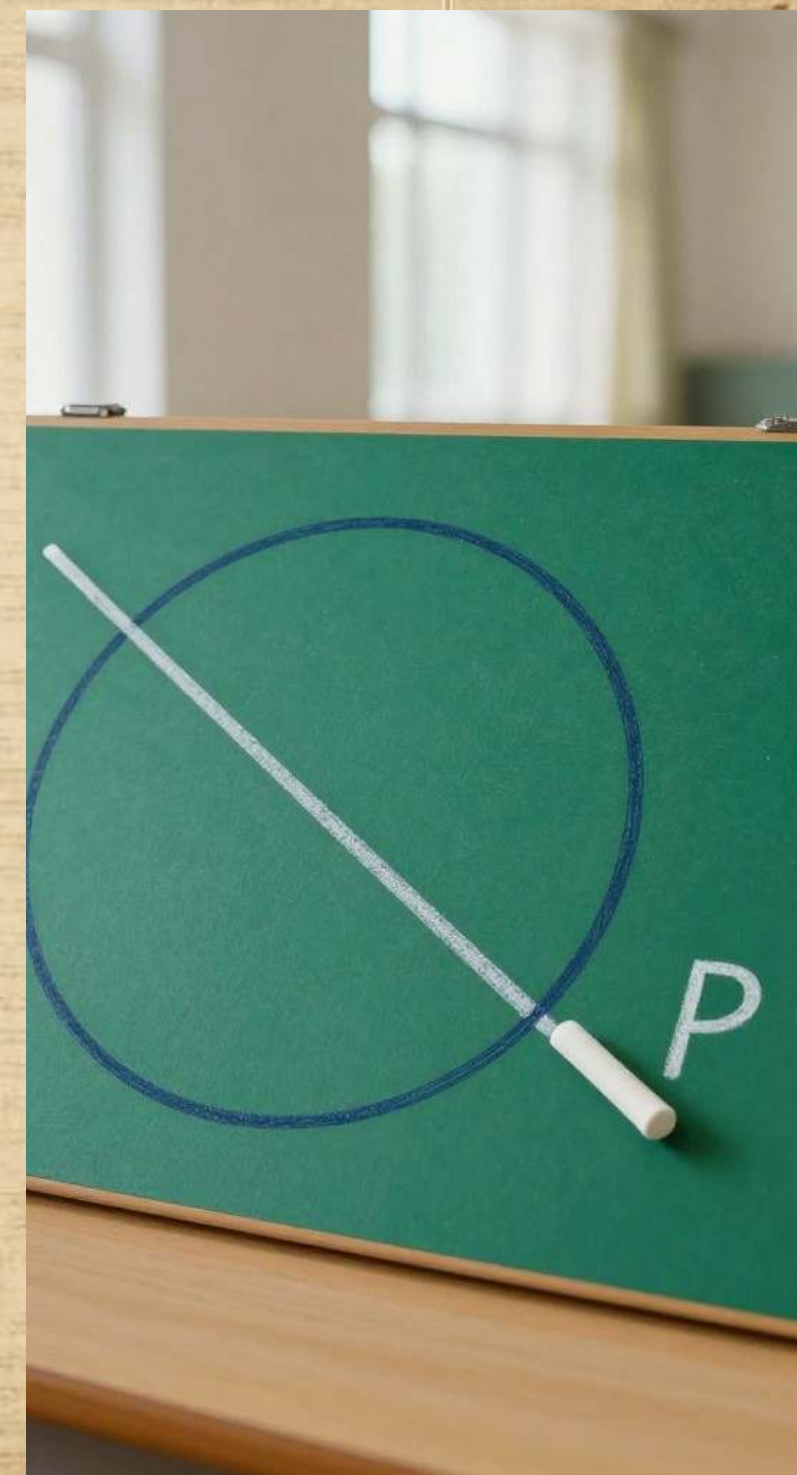
**Использовать
равенство
касательных**

Из одной внешней точки касательные равны: $PA = PB$. Это удобно, когда в задаче дана одна длина касательной, а требуется найти другую или проверить правильность построения.

3

**Применить теорему
Пифагора**

Если известны OP и OA , то длину PA находят по теореме Пифагора. Такой способ особенно полезен в вычислительных задачах, где нужно найти неизвестный отрезок по двум данным.



Ключевые факты, которые нужно помнить по теме

Одна общая точка
Касательная соприкасается с окружностью только в одной точке. Именно это отличает её от секущей и позволяет быстро узнавать её на чертеже.

Перпендикулярность радиуса
Радиус, проведённый в точку касания, образует с касательной прямой угол. Это основа большинства доказательств и построений в теме.

Две касательные из точки
Из внешней точки можно провести ровно две касательные к окружности, и их отрезки до точек касания равны. Это свойство часто используют для вычислений.

Угол и дуга
Угол между касательной и хордой равен половине соответствующей дуги. Благодаря этому правилу можно находить углы даже в сложных конфигурациях.

Касательная к окружности: коротко о главном

Касательная помогает соединить окружность, прямые, углы и отрезки в одной задаче. Зная её признаки и свойства, можно уверенно строить, доказывать и вычислять в геометрии 9 класса.

THE PLAN