



Решение систем линейных уравнений: как находить пару чисел

Находим одну пару, которая
подходит двум уравнениям
сразу.



Системы вокруг нас

Системы линейных уравнений помогают находить цену покупок, количество билетов, возраст, расстояние и другие неизвестные величины по двум условиям. В этой теме алгебра становится удобным инструментом для точного ответа, а не только набором вычислений.



Что называют системой линейных уравнений

.01

Один вид записи

Линейное уравнение с двумя неизвестными записывают как $ax + by = c$, где a , b и c — числа. В такой записи обе переменные входят только в первой степени.

.02

Два уравнения вместе

Система объединяет два линейных уравнения, которые нужно рассматривать одновременно. Они описывают две связи между одними и теми же неизвестными x и y .

.03

Что считается решением

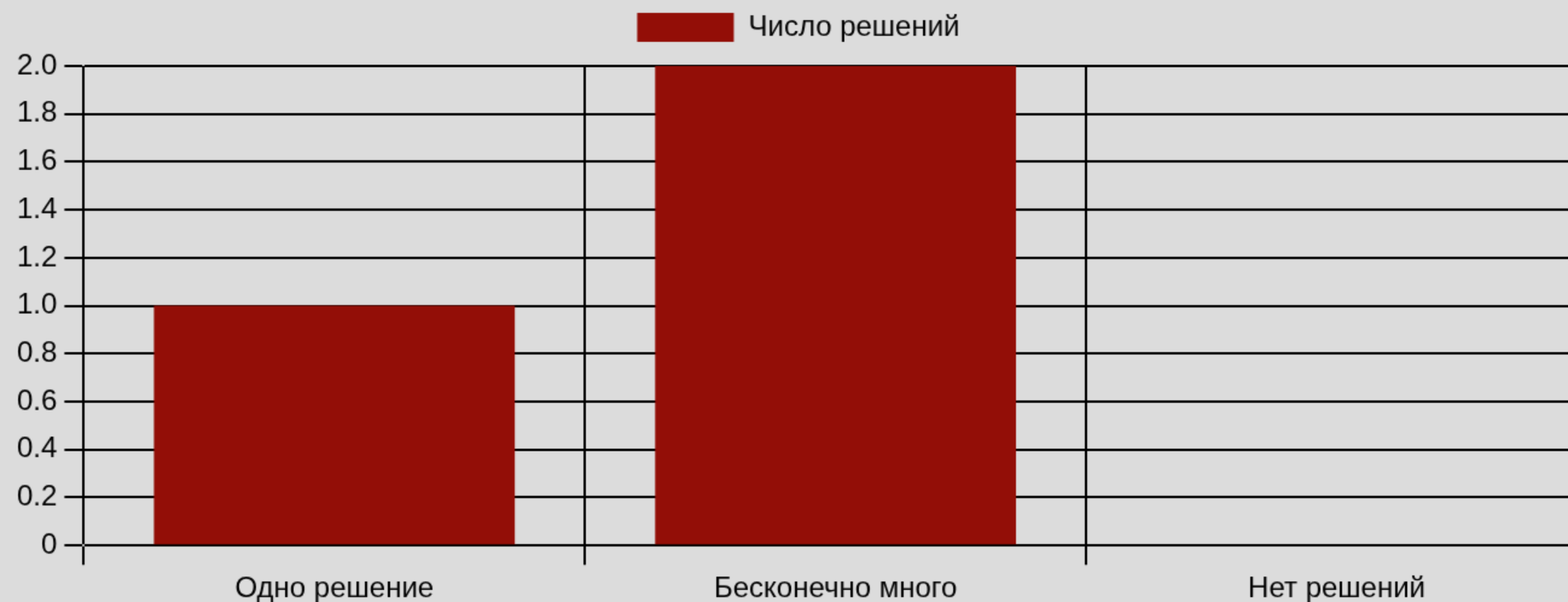
Решением системы является пара чисел, при которой оба уравнения становятся верными. Если подходит только одно уравнение, ответ ещё не найден.

.04

Проверка обязательна

Чтобы ответ был полным, найденные значения подставляют в каждое исходное уравнение. Только пара, удовлетворяющая обоим условиям, считается решением системы.

Сколько решений может иметь система



Число решений связано с тем, как расположены две прямые на координатной плоскости.

Пересечение в одной точке даёт одно решение, совпадение прямых — бесконечно много, а параллельность — отсутствие решений.

Схема по определению числа решений системы линейных уравнений, 7 класс

Графический смысл системы на координатной плоскости



Каждое уравнение — прямая

Линейное уравнение с двумя неизвестными задаёт прямую на координатной плоскости. Каждая точка этой прямой соответствует парам чисел, которые делают уравнение верным.



Общая точка важна

Если две прямые пересекаются, их общая точка подходит сразу обоим уравнениям. Именно её координаты и являются решением системы.



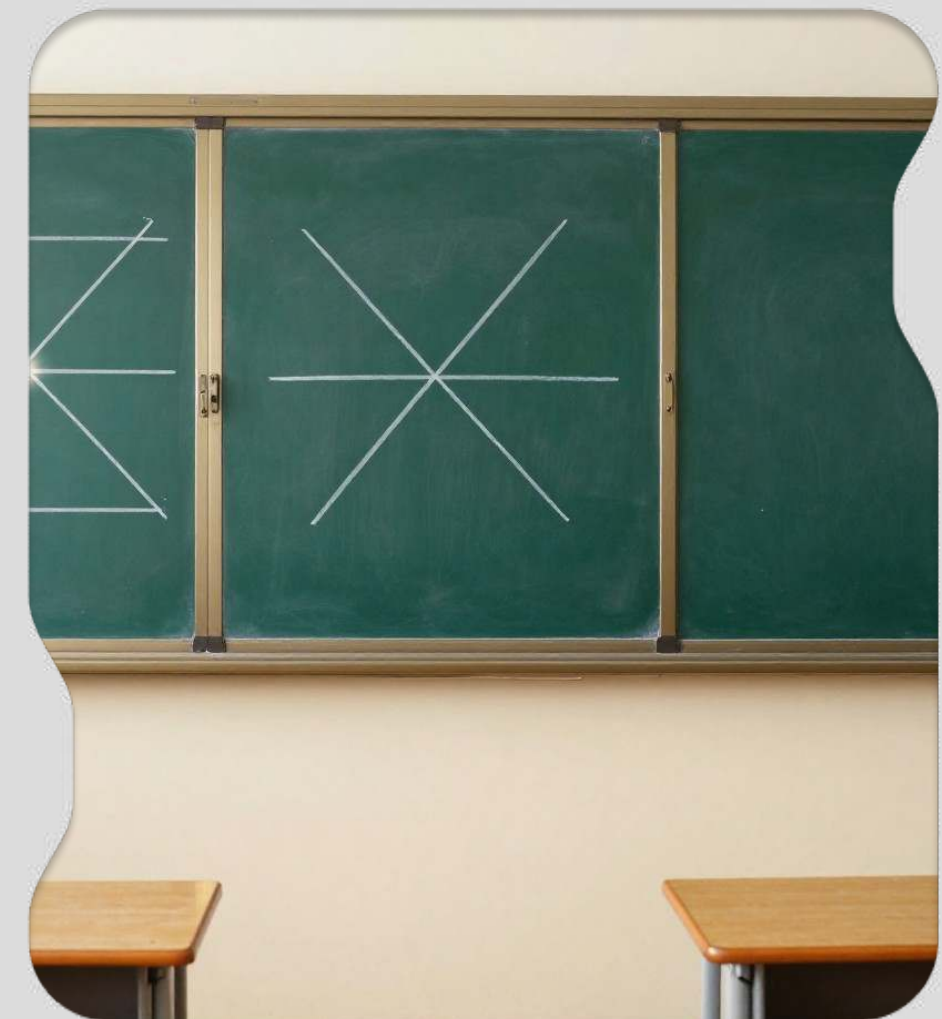
Разные случаи расположения

Совпадающие прямые дают бесконечно много решений, потому что все их точки общие. Параллельные прямые не имеют общих точек, значит, решений нет.



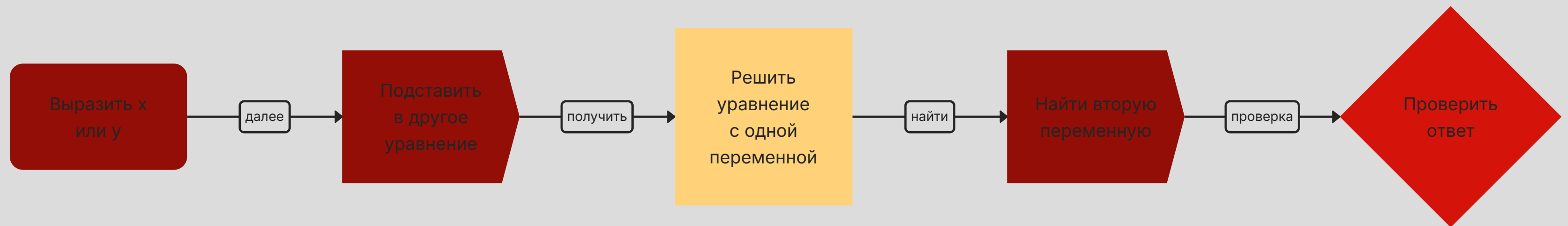
Почему это удобно

График помогает увидеть ответ ещё до вычислений: пересекаются ли прямые, совпадают ли они или идут параллельно. Это делает смысл системы наглядным.



Подстановка: пошаговый алгоритм

Последовательность действий при решении системы методом подстановки



Три основных способа решения и их признаки

Таблица помогает выбрать удобный способ решения по виду системы.

Подстановка и сложение лучше подходят для точного ответа, а графический способ — для наглядного понимания и быстрой проверки числа решений.

Способ	Когда удобен	Главное действие	Пример
Подстановка	Легко выразить переменную	Заменить выражение	$x = 3 - y$
Сложение	Коеф. противоположны	Сложить уравнения	$2x$ и $-2x$
Графический	Нужно увидеть пересечение	Построить две прямые	Точка на плоскости

Учебная классификация способов решения систем линейных уравнений

Способ подстановки: ключевые шаги

.01

Выразить переменную

Начинают с более простого уравнения, где удобно выразить x или y через другое неизвестное. Получается короткая формула, которую можно подставить дальше.

.02

Заменить во втором

Выражение подставляют во второе уравнение вместо выбранной переменной. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной, которое уже легко решить.

.03

Найти первое число

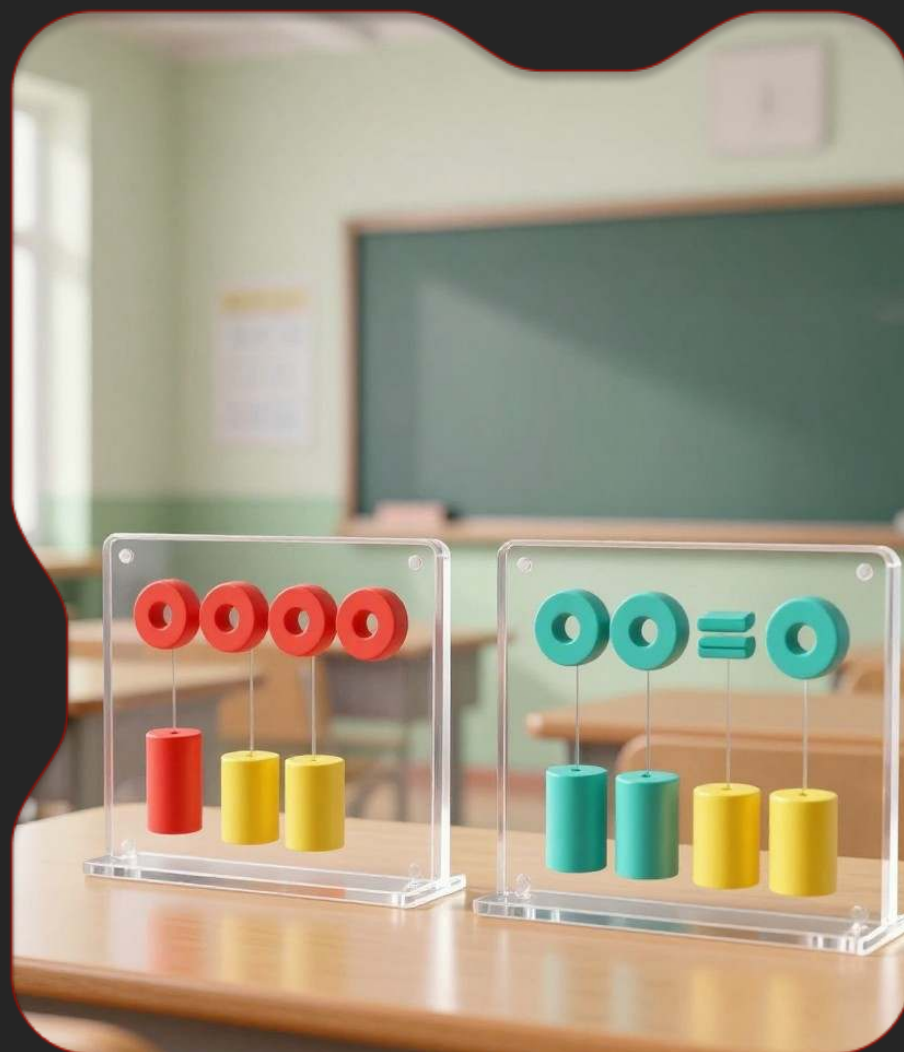
После подстановки получают обычное линейное уравнение. Его решают по известным правилам и находят значение одной переменной, не путая знаки и действия.

.04

Вернуться к системе

Оставшееся неизвестное находят подстановкой найденного значения в любое исходное уравнение. Затем обязательно проверяют, подходят ли оба числа сразу обоим уравнениям.

Способ сложения: как исчезает одна переменная



Уравнять коэффициенты

Сначала уравнения при необходимости умножают на числа так, чтобы коэффициенты перед одной переменной стали противоположными. Это готовит их к сложению.



Сложить уравнения

После сложения одинаковые по модулю, но противоположные коэффициенты взаимно уничтожаются. В результате одна переменная исчезает, и остаётся более простое уравнение.



Найти вторую переменную

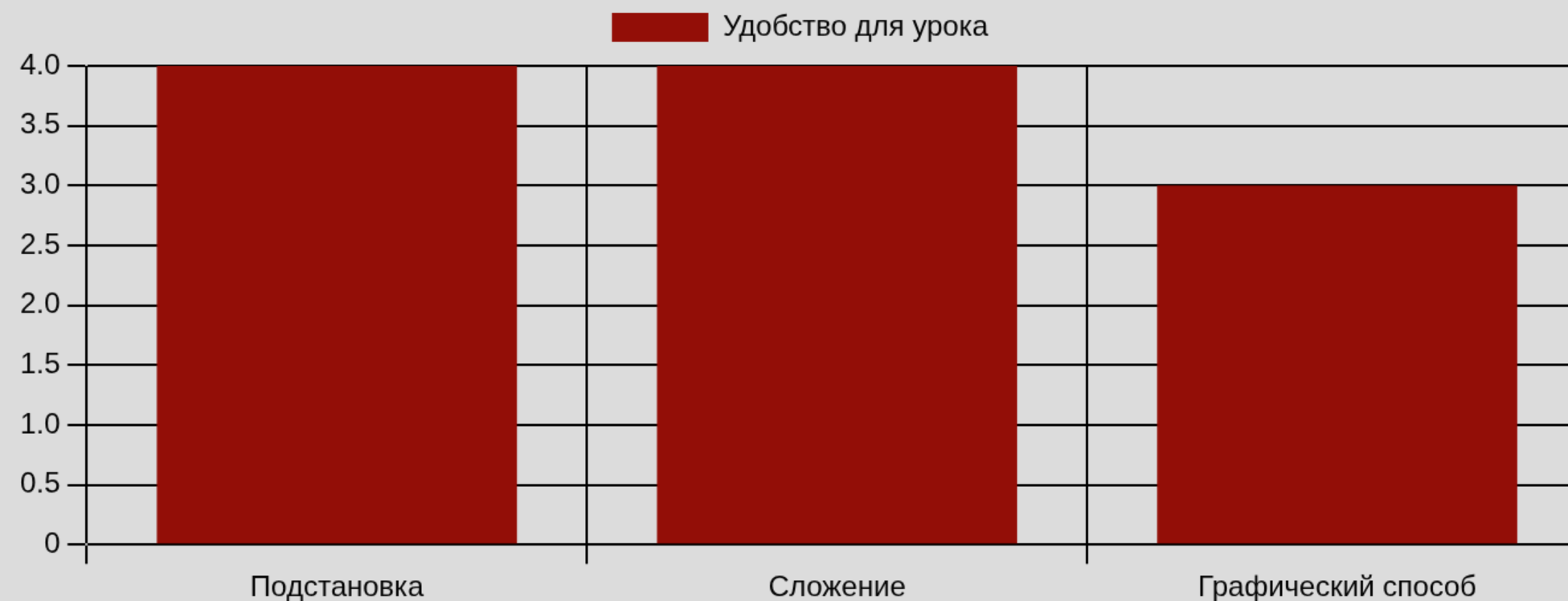
Решив уравнение с одной неизвестной, получают значение одной переменной. Затем его подставляют в одно из исходных уравнений и находят вторую.



Когда метод удобен

Способ особенно хорош, если коэффициент легко сделать противоположным, например $2x$ и $-2x$ или $3y$ и $-3y$. Тогда вычисления становятся короче.

Сравнение методов по удобству



Сравнительная оценка учебных свойств методов решения систем линейных уравнений

У каждого способа своя сильная сторона: точность вычислений или наглядность. Выбор зависит от записи системы и цели решения.

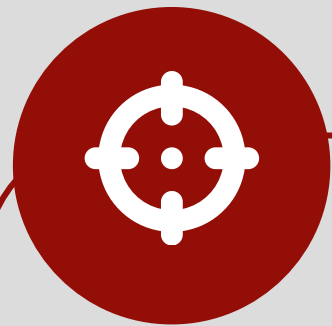
Для точного ответа чаще выбирают подстановку или сложение, а графический способ лучше подходит для понимания связи между уравнениями и их пересечением.

Графический метод и его ограничения



Две прямые

Каждое уравнение системы изображается прямой на координатной плоскости. По рисунку видно, пересекаются ли линии, совпадают ли они или идут параллельно, поэтому смысл решения становится очень наглядным.



Точка пересечения

Если прямые пересекаются, их общая точка и есть решение системы. Координаты этой точки нужно определить по рисунку, но при чтении с графика возможна небольшая неточность.



Не всегда точно

Графический способ удобен для понимания, однако он редко даёт абсолютно точный ответ. Ошибка может появиться уже при построении прямой или при считывании координат на клетчатой сетке.



Хорош для проверки

В школьной практике графический метод часто используют как средство проверки. Он помогает увидеть, почему у системы одно решение, бесконечно много решений или вообще нет ответа.

Пример системы и проверка решения

Уравнение	Подстановка	Результат
$2x + y = 11$	$2 \cdot 4 + 3$	$11 = 11$
$x - y = 1$	$4 - 3$	$1 = 1$

Показано, как найденная пара чисел проверяется в обоих уравнениях системы.

Пара $x = 4, y = 3$ удовлетворяет обоим уравнениям, значит это правильное решение системы.

Составлено по условию примера из презентации.

Типичные ошибки при решении систем



Скобки и знаки

Часто ошибка появляется при раскрытии скобок или переносе слагаемых. Особенно важно не потерять знак минус, иначе после всех вычислений получится неверное уравнение и неправильный ответ.



Проверка только в одном уравнении

Некоторые ученики подставляют найденные числа лишь в одно уравнение. Но решение системы должно подходить сразу обоим уравнениям, иначе пара чисел не считается верной.



Неверное умножение

Если уравнение умножают на число, нужно изменить каждый его член, а не только часть записи. Пропуск одного слагаемого ломает равенство и делает дальнейшее решение ошибочным.

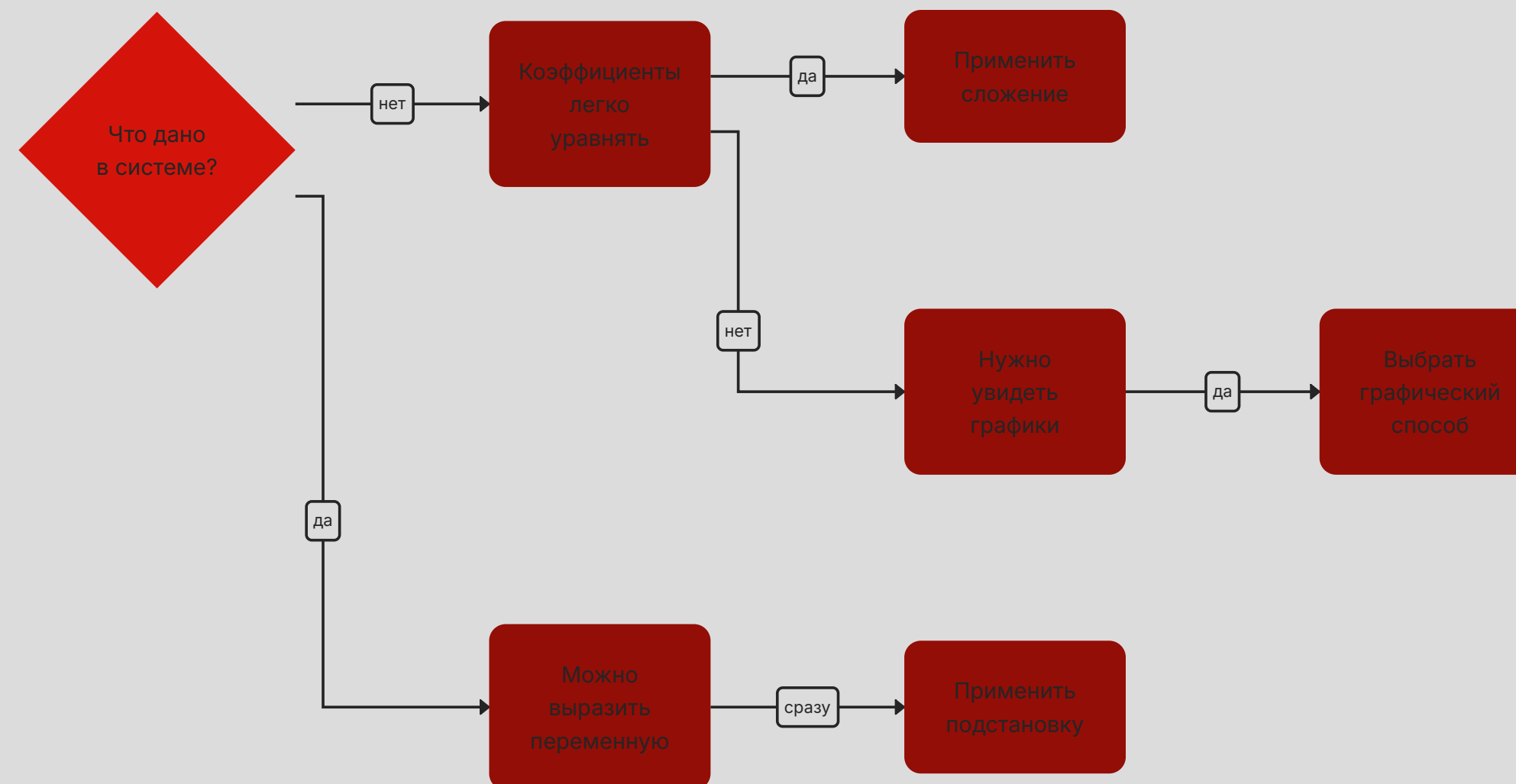


Ответ без проверки

Даже при аккуратных вычислениях полезно перепроверить результат. Проверка помогает заметить случайную ошибку, если верным оказалось только одно число или в записи была допущена неточность.

Как выбрать способ решения

Схема помогает выбрать метод по виду записи системы и цели решения.



Задача из жизни: покупки в магазине



Две покупки — одна цена

В первой кассе ученик купил две одинаковые булочки и один сок. Во второй — одну булочку и два сока. По двум чекам можно составить систему и найти стоимость каждого товара отдельно. Такой сюжет делает неизвестные вполне осязаемыми и понятными.



Сколько стоит каждый товар?

Если обозначить цену булочки и цену сока разными буквами, из условия получится два равенства. Решая систему, можно узнать, какой товар дороже и как складывается общая сумма. На иллюстрации удобно показать продукты рядом с их уравнениями.

Как меняется наклон прямой



Учебная схема по линейным уравнениям, без числовых измерений.

Чем больше по модулю коэффициент при x , тем сильнее прямая отклоняется от горизонтали и тем заметнее её наклон на координатной плоскости.

Изменение одного коэффициента уже меняет вид графика, поэтому по уравнению можно предсказать положение прямой.

Проверка ответа как обязательный шаг

.01

Подставь значения

Найденные x и y нужно отдельно подставить в первое и второе уравнение. Так можно проверить, действительно ли пара чисел подходит обеим частям системы.

.02

Сравни равенства

Если после подстановки получается верное равенство, уравнение выполнено. Если хотя бы одно не выполняется, значит в вычислениях есть ошибка или решение выбрано неверно.

.03

Сделай вывод

Только пара чисел, которая подходит обоим уравнениям одновременно, считается решением системы. Проверка помогает не пропустить невнимательность и завершить задачу уверенно.

Мини-справка по терминам

Краткие определения помогают быстрее читать запись системы и не путать основные элементы.

Зная термины, проще понимать запись уравнений, объяснять шаги решения и проверять ответ без путаницы.

Термин	Что значит
Неизвестное	буква вместо числа
Коэффициент	число перед буквой
Свободный член	число без буквы
Решение	подходящая пара чисел
Система	два уравнения вместе
График	линия на плоскости

Основные понятия школьной алгебры.

Что дают системы линейных уравнений



Точные вычисления

Системы учат находить конкретные значения неизвестных по двум условиям сразу. Это развивает аккуратность в вычислениях и умение доводить решение до точного результата, а не до приближённого ответа.



Связь с графиками

Тема показывает, как алгебраическая запись превращается в линии на плоскости. Ученик видит, что уравнение и график описывают одну и ту же зависимость разными способами.



Мышление по двум шагам

При решении системы нужно сравнивать две величины одновременно и выбирать удобный путь решения. Это тренирует умение рассуждать последовательно и видеть связь между условиями задачи.



Основа для следующих тем

Системы линейных уравнений встречаются позже в физике, экономике и информатике. В 7 классе они становятся важным шагом к более сложным задачам и новым способам моделирования.

Одна система — несколько путей к ответу

Системы линейных уравнений показывают, как два условия могут привести к одной общей паре чисел. Подстановка, сложение и графический способ ведут к тому же ответу, если считать аккуратно и обязательно проверять результат.