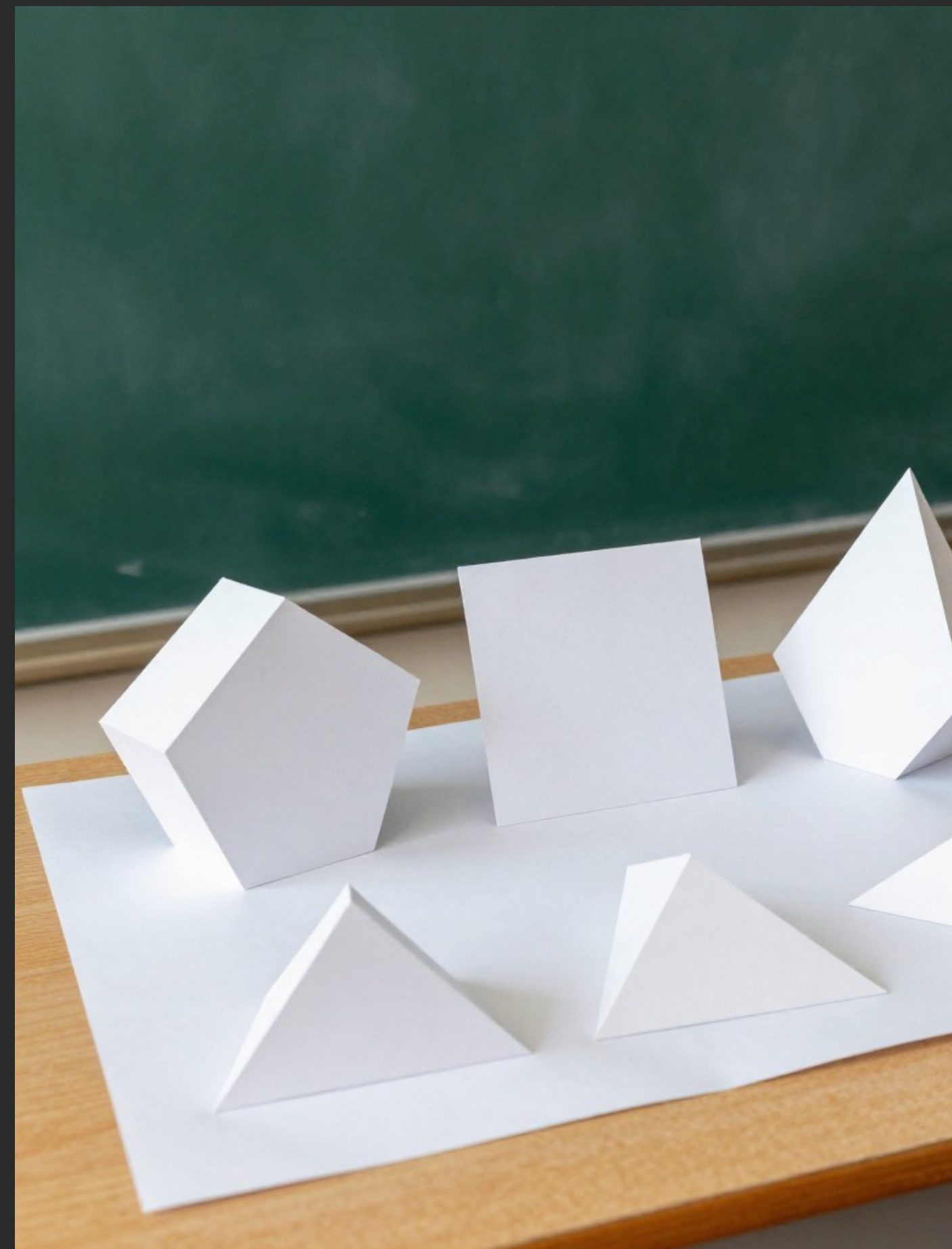


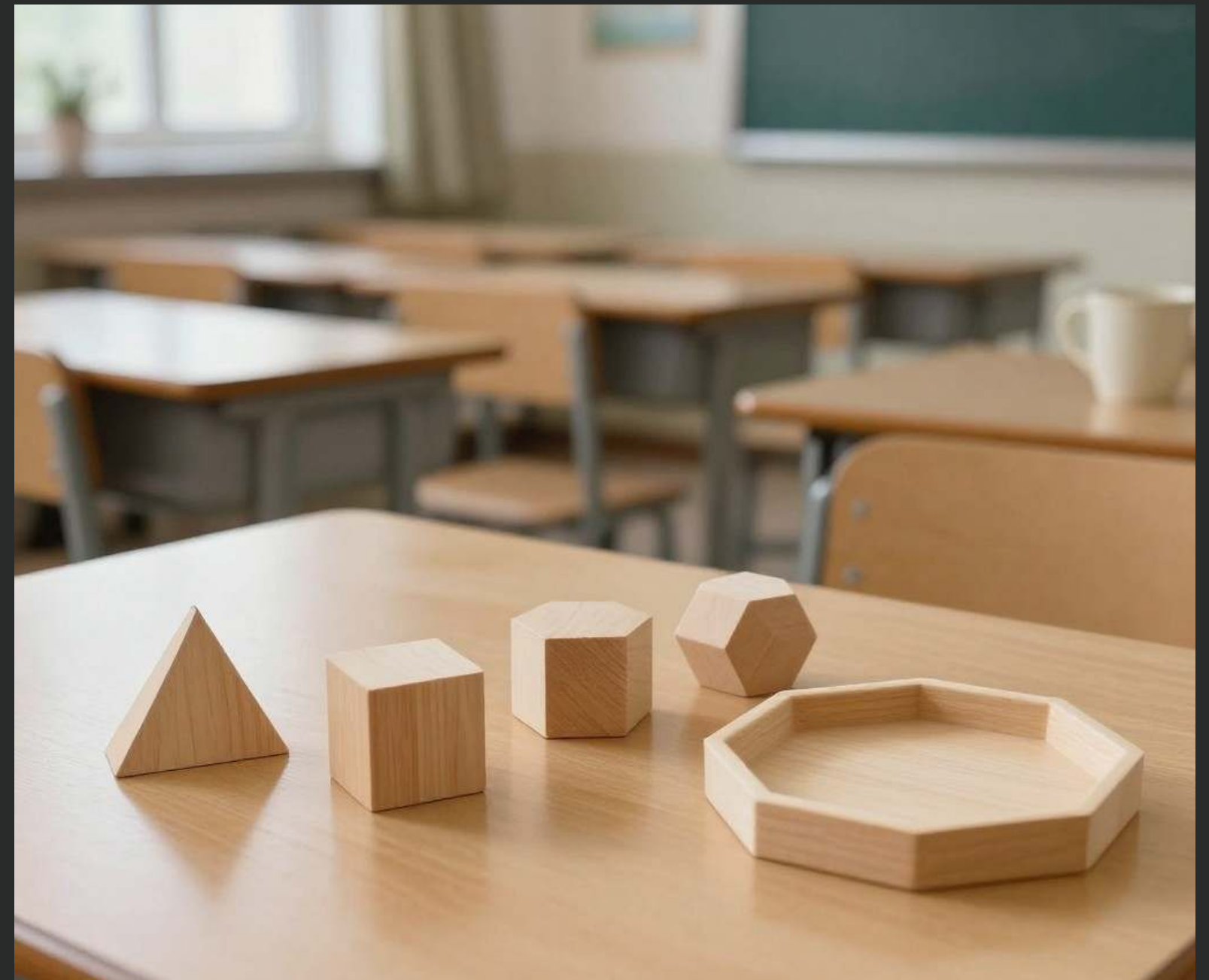
Выпуклые многоугольники: основные свойства и примеры

Разберём, что значит «выпуклый», как отличить его от невыпуклого, и научимся считать углы и диагонали.



Где в школе и вокруг нас встречаются выпуклые многоугольники

Выпуклые многоугольники появляются в чертежах, плитке, знаках и узорах. В 8 классе они связываются с повторением углов, отрезков и построений, а признаки помогают находить углы, диагонали и площади.



Определение выпуклого многоугольника

Выпуклый многоугольник — это фигура, где любой отрезок, соединяющий две точки внутри (или на сторонах), целиком лежит внутри многоугольника.

1

У такой фигуры нет ни одной внутренней «впадины»: контур нигде не «заворачивает внутрь», а все внутренние углы остаются меньше 180° .

2

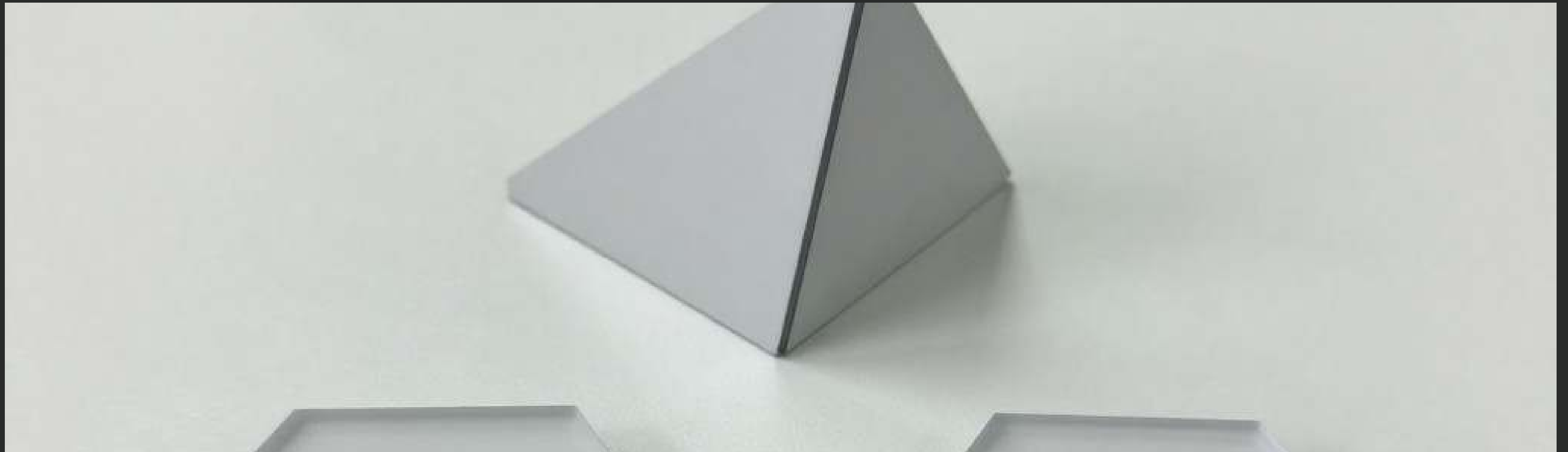
Классические примеры выпуклых многоугольников: треугольник, квадрат, прямоугольник, правильный пятиугольник и правильный шестиугольник.

3

Как выглядит выпуклая и невыпуклая фигура

На рисунке сравниваются выпуклый четырёхугольник и выпуклый пятиугольник с невыпуклым многоугольником, у которого есть выраженная впадина. У выпуклых фигур контур не «ломается» внутрь.

Невыпуклая фигура распознаётся по тому, что одна из вершин образует угол больше 180° . Тогда часть отрезков между внутренними точками выходит наружу.



Сравнение выпуклых и невыпуклых многоугольников

Признак	Выпуклый	Невыпуклый
Впадины	Отсутствуют	Есть хотя бы одна
Внутренние углы	Все $< 180^\circ$	Может быть $> 180^\circ$
Диагонали	Лежат внутри	Часть может выходить наружу

Основные свойства многоугольников (школьный курс)

Сопоставьте признаки и сделайте вывод по каждому пункту проверки.

Если обнаружена впадина, фигура точно невыпуклая; остальные признаки лишь подтверждают это.

Внутренние и внешние углы многоугольника

Сумма внутренних углов любого n -угольника считается по формуле $(n-2) \cdot 180^\circ$. Например, для четырёхугольника она равна 360° , для пятиугольника — 540° .

1

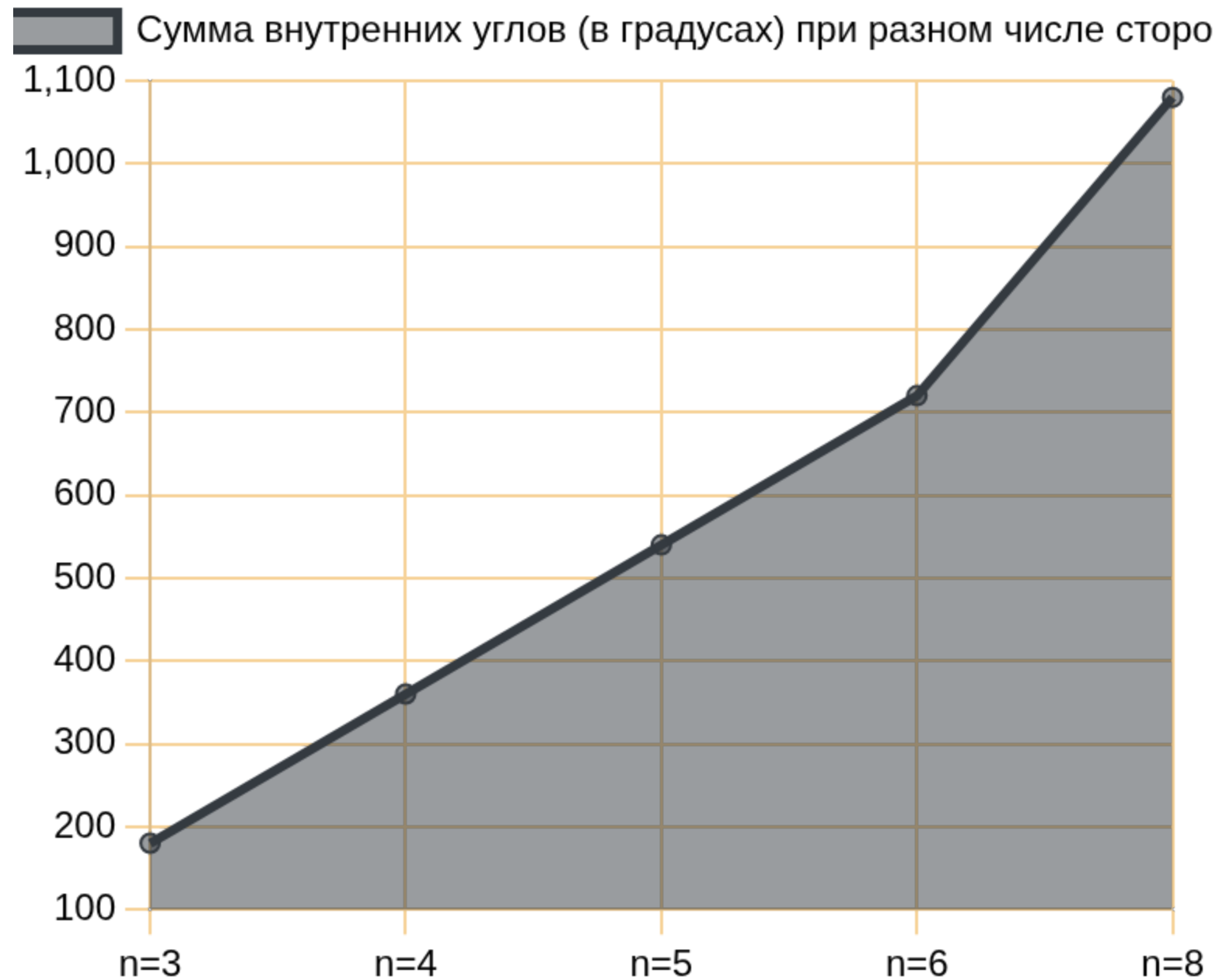
Для шестиугольника сумма внутренних углов составляет 720° , то есть растёт по мере увеличения числа сторон. Это помогает быстро проверять ответы в задачах на углы.

2

Сумма внешних углов любого многоугольника равна 360° . У выпуклого многоугольника каждый внешний угол положителен, а каждый внутренний меньше 180° .

3

Сумма внутренних углов в зависимости от числа сторон



Каждая новая сторона после треугольника добавляет 180° к сумме внутренних углов.

График показывает общий закономерный рост суммы углов и подводит к формуле $(n-2) \cdot 180^\circ$.

Школьные формулы для n-угольников,
базовый курс геометрии

По формуле $n(n-3)/2$ видно, что диагоналей становится всё больше с ростом числа сторон, поэтому подсчёт удобно делать автоматически.

20

Для восьмиугольника диагоналей получается ровно 20.

Формула для числа диагоналей выпуклого n -угольника (школьный курс геометрии)

Правильные и просто выпуклые многоугольники

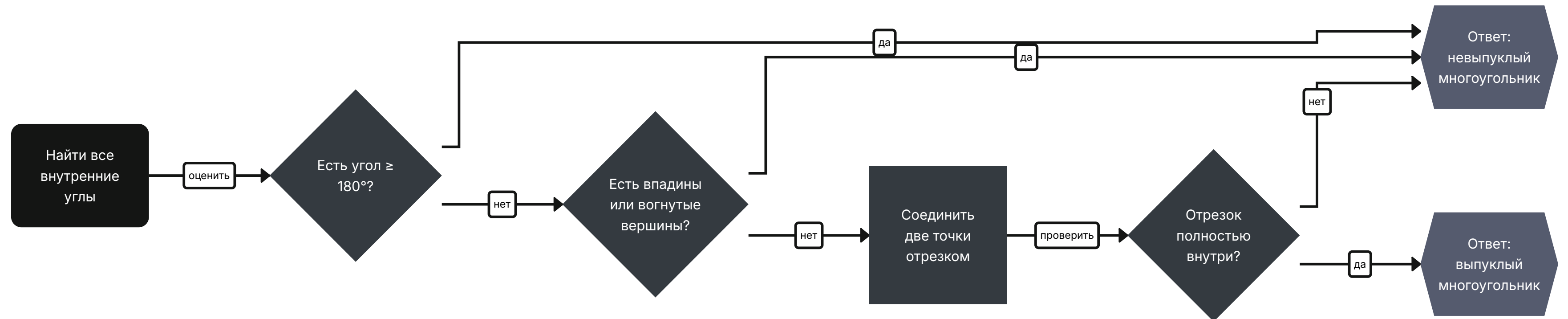
Правильный многоугольник — это фигура, у которой все стороны равны и все углы равны. Самые известные примеры: квадрат, правильный треугольник и правильный шестиугольник.

Любой правильный многоугольник является выпуклым, потому что его стороны и углы не создают «впадин» и не приводят к углам больше 180° .

Но обратное неверно: не каждый выпуклый многоугольник правильный. Например, прямоугольник и равнобедренная трапеция могут быть выпуклыми, хотя их стороны не все равны.

Как проверить, является ли многоугольник выпуклым

Пошаговая логика проверки по свойствам углов, впадин и отрезков между точками фигуры.



Треугольник как частный случай

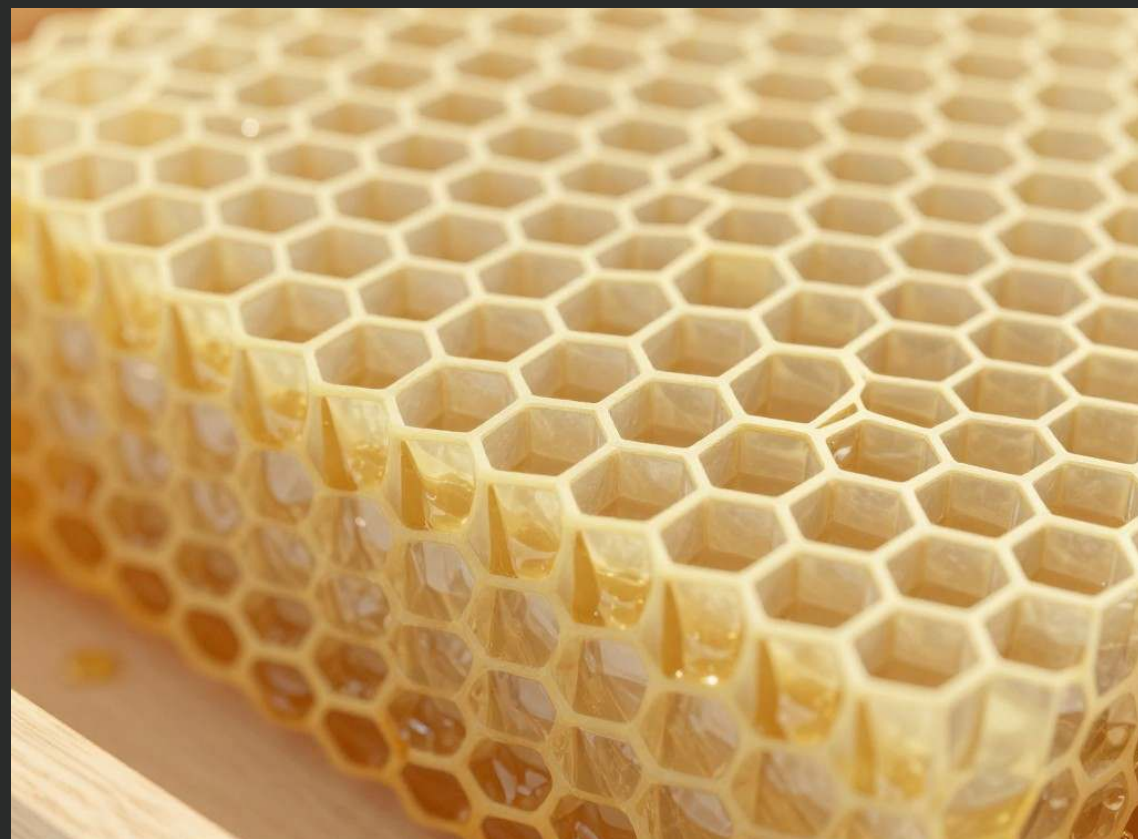
1 Любой треугольник — это выпуклый многоугольник. У него нет впадин: контур всегда «нажимает» наружу, а любой отрезок между точками фигуры остаётся внутри.

2 Каждый внутренний угол треугольника меньше 180° . Именно поэтому треугольник легко использовать как базовую модель: по нему изучают стороны, вершины и углы многоугольников.

3 Диагоналей у треугольника нет, потому что диагональ соединяет две несоседние вершины. У треугольника у каждой вершины есть только две соседние, третьей «несоседней» не остаётся.

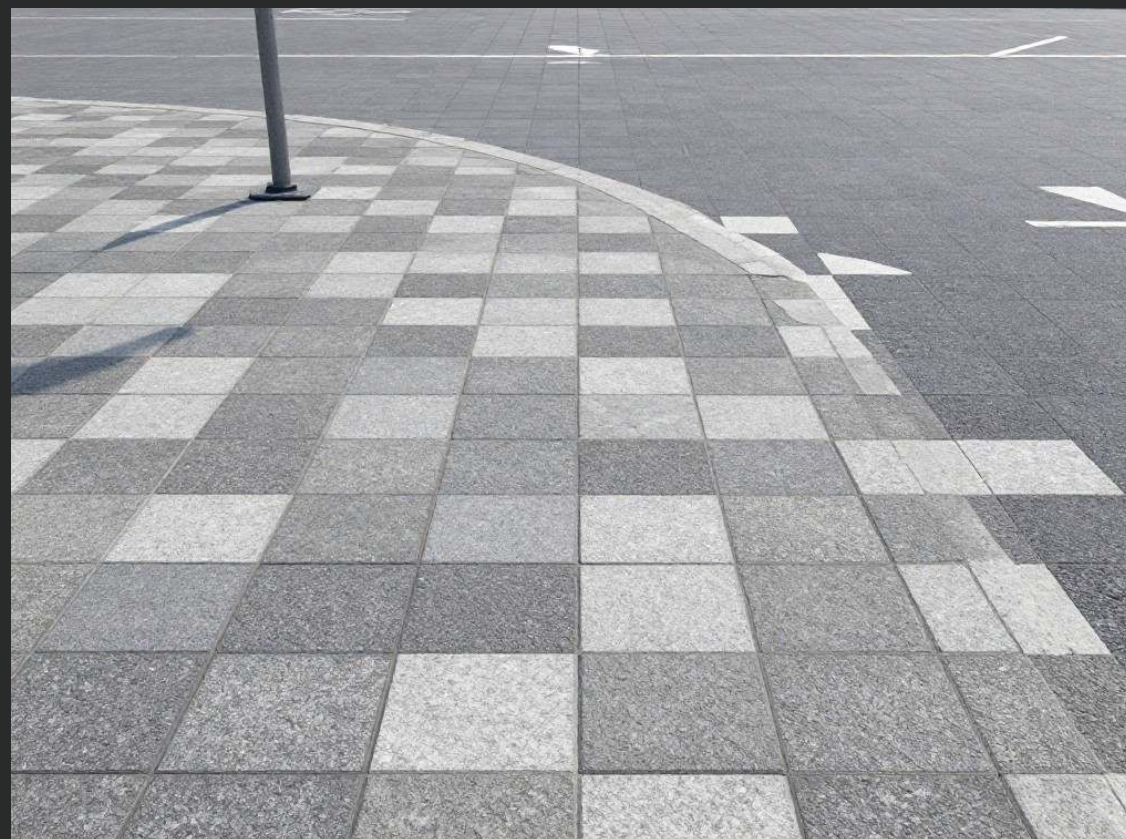
4 Важно помнить: отсутствие диагоналей и впадин — не случайность. Это следствие самой формы треугольника и его трёх вершин, из-за чего он является простейшим примером выпуклого многоугольника.

Выпуклые многоугольники в окружающем мире



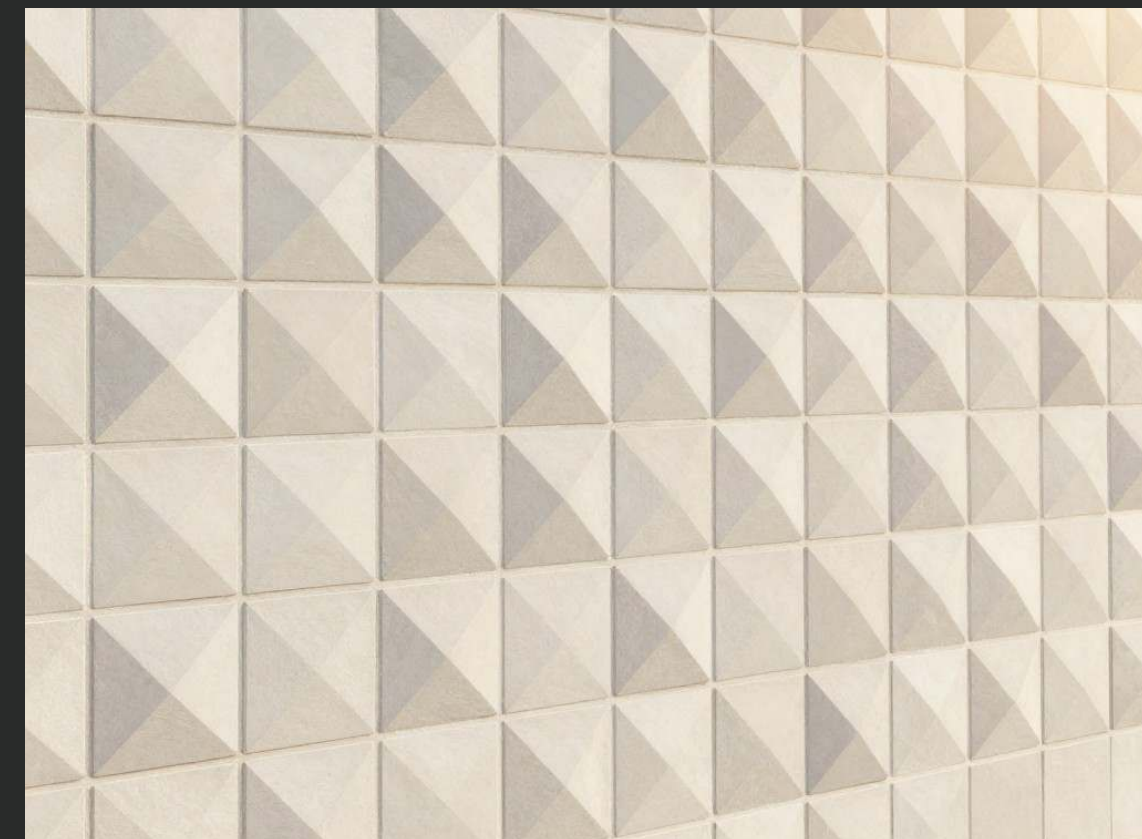
Соты: прочность и экономия пространства

Шестиугольная геометрия в сотах помогает распределять нагрузку и эффективно заполнять место без больших зазоров. Пчёлы получают устойчивую «ячейку» одинаковой формы, а каждая стенка служит сразу нескольким соседним секциям.



Дорожные знаки и плитка: узнаваемость формы

Квадраты, прямоугольники и треугольники часто выбирают для знаков и орнаментов, потому что их контуры хорошо читаются на расстоянии. Такие формы удобно чертить, измерять и повторять в узорах, сохраняя одинаковые размеры элементов.

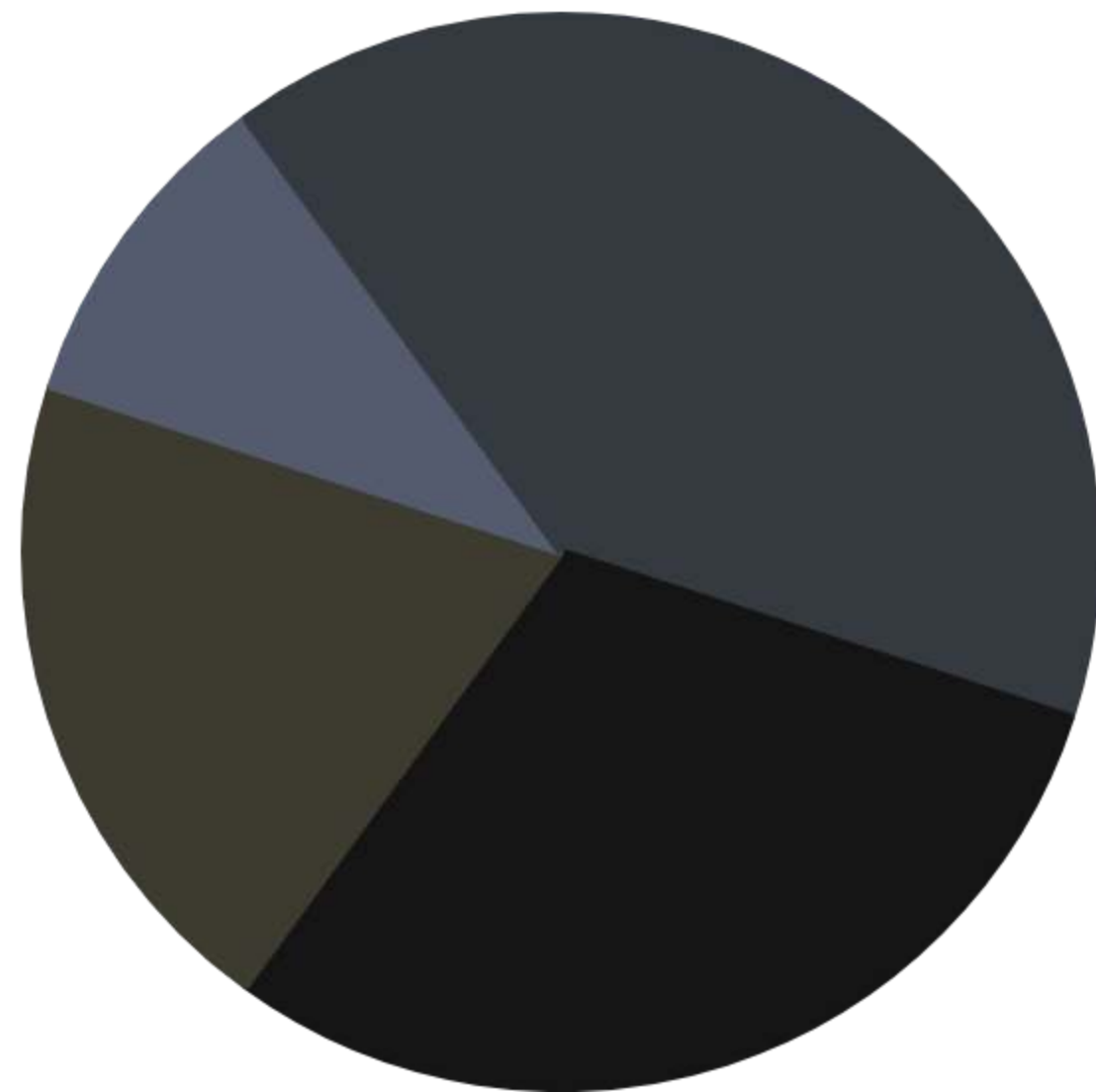


Мозаики и фасады: ровные линии и удобные построения

Геометрические узоры на фасадах и в интерьерах опираются на выпуклые многоугольники — треугольники, квадраты и шестиугольники. При разбиении на элементы легче добиться симметрии и ровного заполнения плоскости.

Какие выпуклые формы встречаются чаще всего

Квадрат Прямоугольник Треугольник
Пятиугольник Шестиугольник



Чаще всего попадают фигуры с удобной «плоской» разметкой: квадрат и прямоугольник легко повторять в сетках и раскладках.

Диаграмма показывает приоритет геометрий, которые проще строить и стыковать друг с другом: поэтому лидируют квадрат и прямоугольник.

Схематичная иллюстрация (без точных статистических долей), качественная оценка распространённости в типовых школьных и бытовых примерах.

Периметр и площадь выпуклых многоугольников

Периметр выпуклого многоугольника — это сумма длин всех его сторон. Его находят, когда нужно понять, сколько материала уйдёт на «обводку» фигуры: раму, бордюр или ограждение.

1

Площадь можно вычислять разными способами: разбивать многоугольник на треугольники, пользоваться формулами для прямоугольника и квадрата или применять формулы для правильных многоугольников.

2

В задачах 8 класса особенно ценны приёмы разбиения: сначала делят сложную фигуру на простые части, находят площади каждой и затем складывают результаты.

3

Разбиение выпуклого многоугольника на треугольники

Шаг 1: Выберите вершину

Возьмите любую вершину выпуклого n -угольника и проведите из неё диагонали к остальным несоседним вершинам. Так фигура начнёт распадаться на части без выхода за контур.

Шаг 2: Получите треугольники

После проведения нужных диагоналей внутри получатся $n-2$ треугольника. Например, для пятиугольника — 3 треугольника, для шестиугольника — 4.

Шаг 3: Используйте площади

Теперь площадь многоугольника равна сумме площадей полученных треугольников. Этот же подход объясняет связь суммы внутренних углов с числом сторон.

Основные формулы для выпуклых многоугольников

n	Сумма внутренних углов	Число диагоналей
3	180°	0
4	360°	2
5	540°	5
6	720°	9
8	1080°	20

Таблица помогает быстро находить сумму внутренних углов и число диагоналей по числу сторон.

Число диагоналей растёт быстрее, чем число сторон: больше сторон — больше соединений без повторов. Сумма внутренних углов линейно увеличивается с добавлением каждой новой стороны.

Формулы школьного курса геометрии (математика, 8 класс).

Типичные ошибки при распознавании выпуклости

Частая ошибка — судить о выпуклости только «по виду». Но угол можно заметить не сразу: нужно проверять величины внутренних углов и наличие вогнутых участков.

1

Одна вогнутая вершина уже означает, что многоугольник невыпуклый. Даже если остальная часть контура кажется ровной, именно эта вершина нарушает условие «всё внутри».

2

Путаница бывает и с диагоналями: диагональ соединяет две несоседние вершины, а сторона — соседние. При ошибке в определении элементов легко сделать неверный вывод о фигуре.

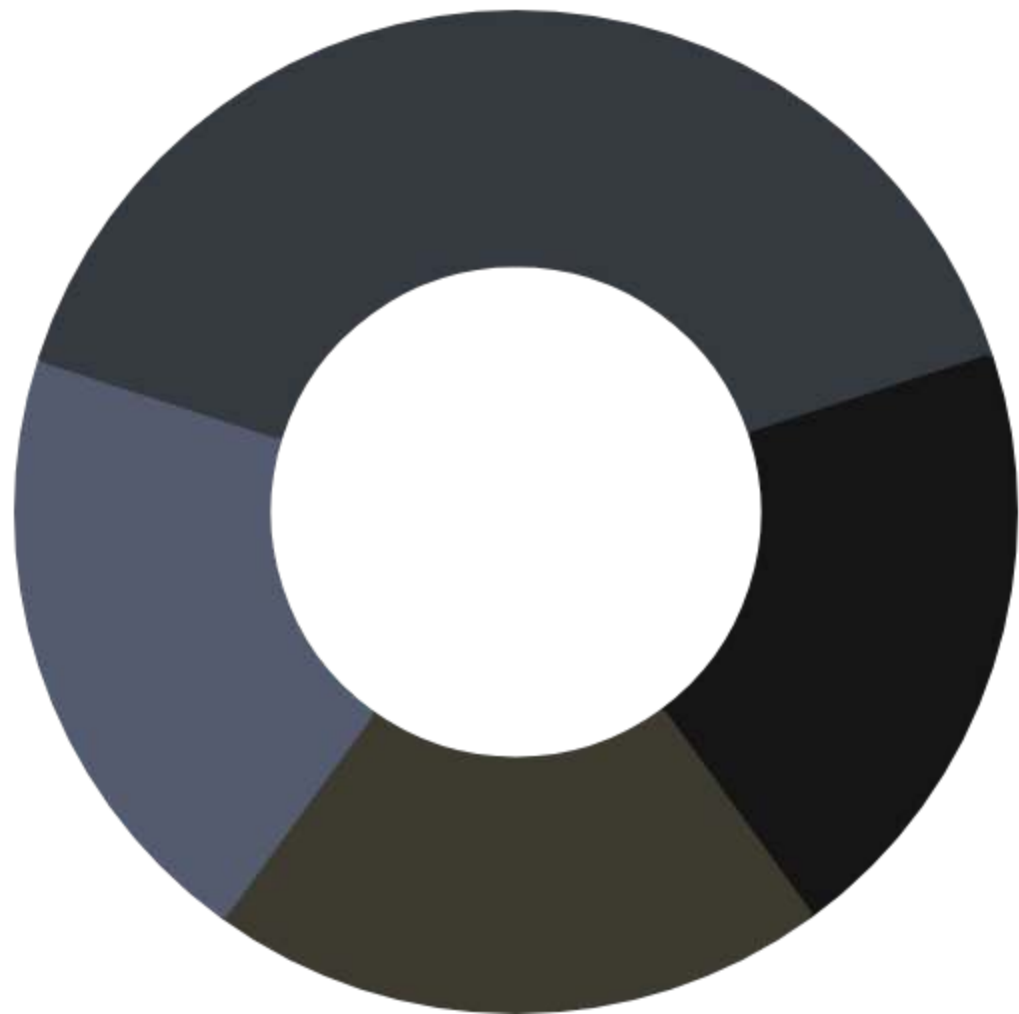
3

Нельзя смешивать угол 180° с «обычными» острыми и тупыми углами. Для выпуклого многоугольника важно именно неравенство: каждый внутренний угол строго меньше 180° .

4

Свойства, которые выполняются у выпуклого многоугольника

- Нет впадин
- Внутренние углы $< 180^\circ$
- Диагонали внутри
- Сумма внешних углов $= 360^\circ$
- Любой отрезок внутри



Общее условие выпуклости проверяется сразу несколькими признаками: достаточно, чтобы «сбой» обнаружился хотя бы в одном месте.

Когда все перечисленные свойства выполняются одновременно, фигура ведёт себя «как целое»: диагонали и отрезки не выходят за границу, а расчёты становятся надёжными.

Сводный перечень свойств выпуклых многоугольников по школьному курсу геометрии (качественное сравнение признаков).

Примеры задач по теме

В учебных заданиях часто предлагают определить: является ли изображённый пятиугольник выпуклым. Обычно проверяют величины внутренних углов и отсутствие впадин.

1

Другая группа задач связана с формулами: например, найти сумму внутренних углов семиугольника по $(n-2) \cdot 180^\circ$. После подстановки $n = 7$ получается конкретное значение в градусах.

2

Ещё один тип вопросов — число диагоналей. Например, для девятиугольника вычисляют $n(n-3)/2$, а затем используют ответ в подсчётах элементов рисунка.

3

Выпуклые многоугольники: когда геометрия «держит форму»

Выпуклый многоугольник без впадин имеет внутренние углы меньше 180° и диагонали, лежащие внутри. Для него работают формулы суммы углов и числа диагоналей, а также разбиение на треугольники.