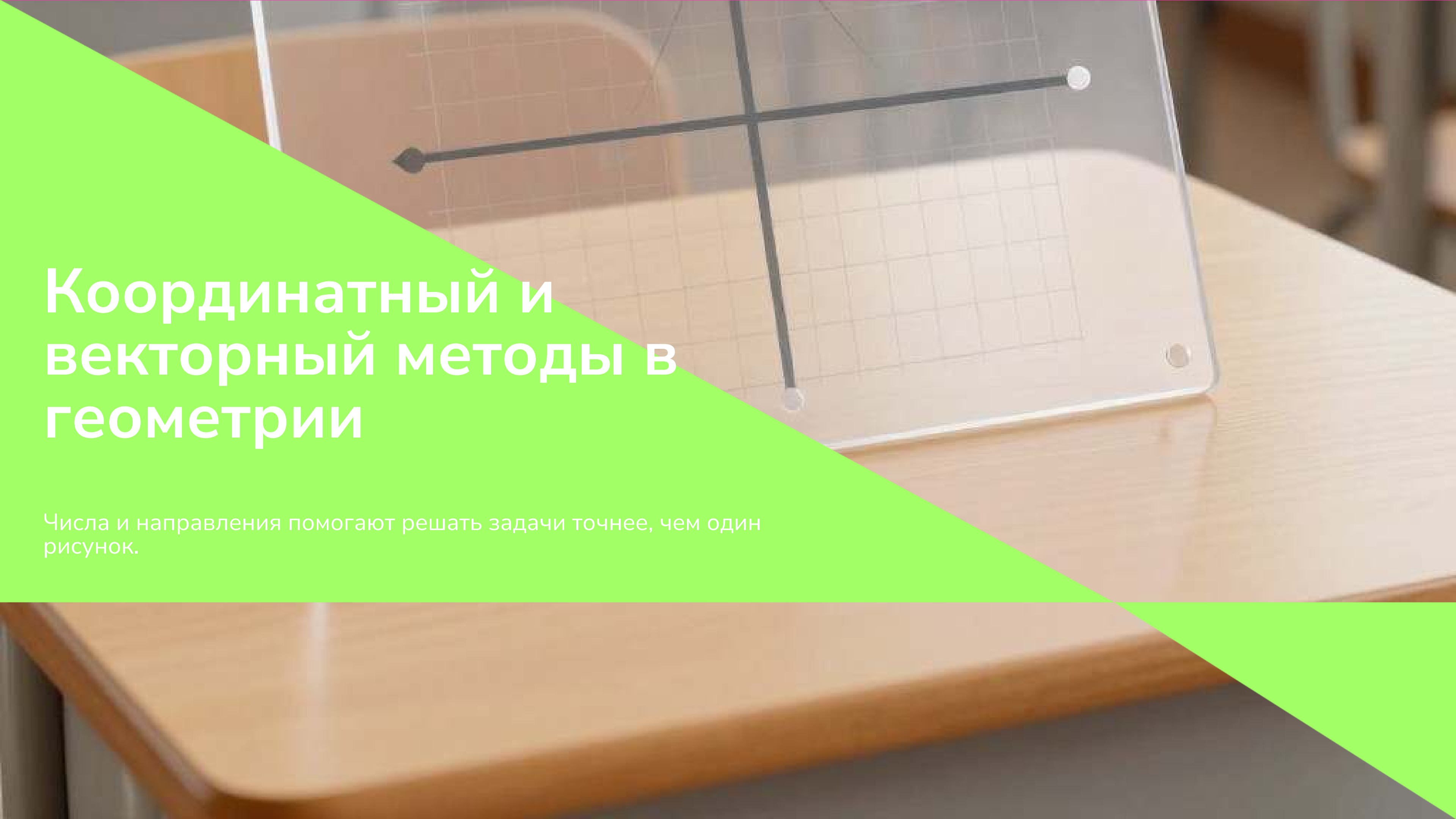




Координатный и векторный методы в геометрии

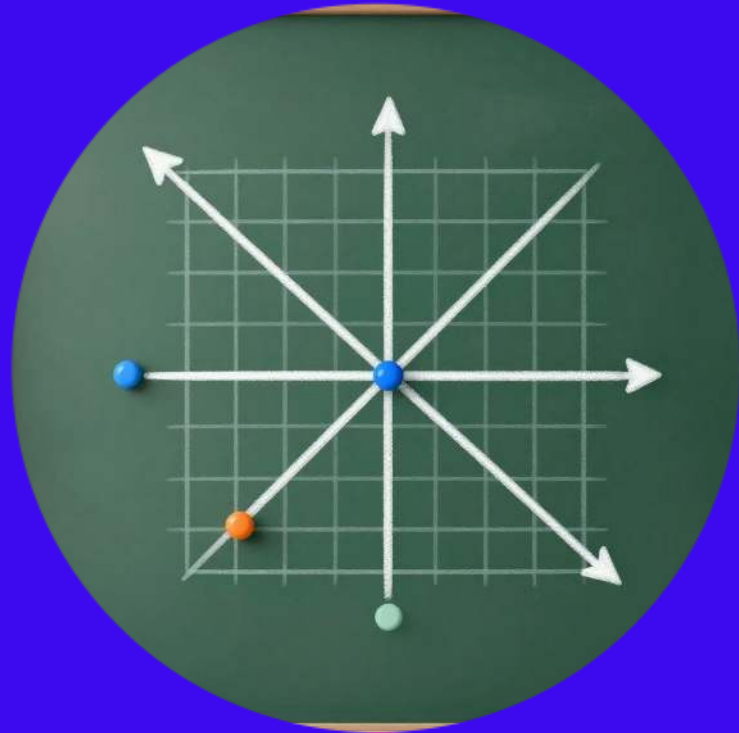
Числа и направления помогают решать задачи точнее, чем один рисунок.

Почему это изучают именно в 7 классе

В 7 классе геометрию учатся не только «видеть», но и записывать. Координаты превращают точку в пару чисел, а векторы — в движение с направлением. Это удобно на клетках, в планах и подводит к вычислениям в алгебре.



Координатная плоскость и обозначение точек



Как задать точку числами

Точка на плоскости задаётся парой чисел $(x; y)$. Число x показывает, насколько далеко точка расположена по горизонтали, а число y — по вертикали. Так можно описывать вершины фигур точно.



Оси Ox и Oy : что означают направления

Начало координат отмечают точкой $(0; 0)$. Ось Ox направлена вправо, а ось Oy — вверх. На координатной плоскости удобно отмечать точки и затем строить треугольники, прямоугольники и другие фигуры.

Что такое вектор

➤ Вектор — это направленный отрезок: у него есть начало и конец. С вектором связывают длину и направление, поэтому он «передаёт» не только расстояние, но и куда именно направлено перемещение.

➤ Особый случай — нулевой вектор. У него начало и конец совпадают в одной точке, а длина равна нулю. Такой вектор показывает «отсутствие перемещения».

➤ Вектор обозначают стрелкой над буквами, например $\vec{AB}$, или над парой букв. Важно, что равные векторы имеют одинаковую длину и одинаковое направление, даже если лежат в разных местах рисунка.

Координатный и векторный методы: краткое сравнение

Сопоставьте признаки и поймите, когда удобнее считать числами, а когда — рассматривать направления.

Оба подхода описывают одну и ту же геометрию разными «языками»: координаты дают точные величины, векторы — информацию о движении.

Сравнение по темам учебника 7 класса

Признак	Координатный метод	Векторный метод
Что записывают	Координаты точек	Направленные отрезки
Что находят	Расстояния, середины	Направления, перемещения
Где полезен	Задачи на точность по клеткам	Задачи на движение и сравнение
Вывод	Числа для положения	Направление для перемещений

Расстояние между двумя точками

01

Расстояние между точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ находят по формуле, которая опирается на теорему Пифагора. Нужно взять корень из суммы квадратов разностей координат: $(x_2 - x_1)^2$ и $(y_2 - y_1)^2$.

02

Если точки лежат на одной горизонтали или на одной вертикали, формула упрощается. Тогда достаточно вычесть значения одной координаты и взять модуль результата, ведь второй вклад равен нулю.

03

На координатной сетке такой способ становится наглядным: по сути, длина отрезка получается из «шагов» по x и по y . Поэтому легко проверить себя по рисунку.

Середина отрезка

01

Координаты середины отрезка получают как средние арифметические координат его концов. Если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то середина обозначается точкой M с координатами $((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$.

02

Эта формула помогает находить центр отрезка и проверять, делит ли заданная точка его пополам. Если подставить координаты и они совпадут с ответом, значит деление выполнено верно.

03

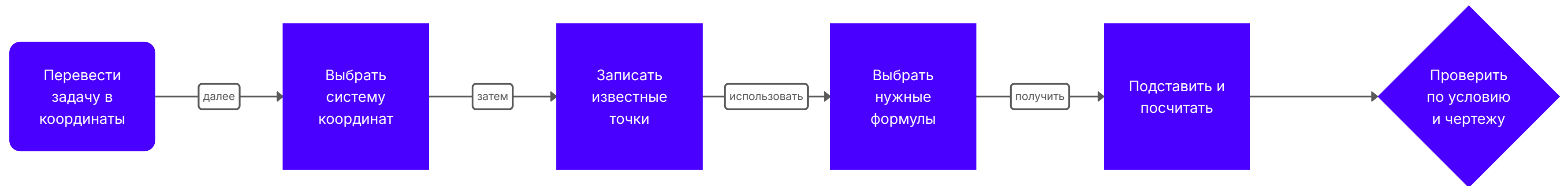
Середина часто встречается в задачах с диагоналями фигур. Например, когда рассматривают прямоугольник или параллелограмм, она позволяет быстро связать диагонали и точки пересечения с вычислениями.

04

В 7 классе формула особенно удобна на клетчатой бумаге: по координатам видно, как именно середина «оказывается между» концами. Так рассуждение опирается на числа, а не только на чертёж.

План решения координатным методом

Алгоритм переводит геометрию в вычисления и помогает проверить ответ



Сложение и вычитание векторов

- Сложение векторов понимают как последовательное перемещение: сначала выполняют один вектор, затем второй. Итоговая «связка» даёт общий результат от начальной точки к конечной.
- Если один вектор направлен в сторону, противоположную другому, его называют противоположным. Противоположный вектор можно воспринимать как перемещение «назад» по тому же направлению.
- Вычитание векторов удобно трактовать через сложение: вычесть вектор — значит прибавить противоположный. Так легче решать задачи на путь, движение по клеткам и построение ломаных.

Координаты вектора



Если вектор $\vec{AB}$ начинается в точке $A(x_1; y_1)$ и заканчивается в точке $B(x_2; y_2)$, то его координаты равны $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Это показывает, как изменяются координаты при перемещении.



Координаты помогают сравнивать векторы. Если у двух векторов совпадают координаты, они равны по длине и направлению; если знаки отличаются, направление различается.



Первая координата отражает изменение по оси Ox , а вторая — по оси Oy . По этим значениям можно понять, куда направлен вектор: вправо или влево, вверх или вниз.



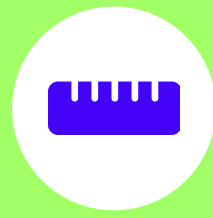
Такой способ связывает геометрию с привычными вычислениями. Вместо рассуждений «на глаз» вы получаете точные числа для проверок в задачах.

Длина вектора: что важно и как вычислять



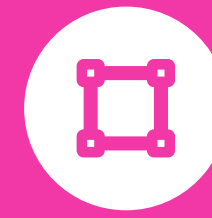
Независимость от места на чертеже

Длина вектора — это длина соответствующего направленного отрезка. Она не меняется, даже если сдвинуть вектор по плоскости: значение определяется только начальной и конечной точками.



Горизонтальные и вертикальные случаи

Если вектор направлен строго вправо-влево или вверх-вниз, его длина находится по модулю разности соответствующих координат по одной оси. Так вычисления становятся короче и понятнее.



Общий случай через расстояние

В любом положении длину вектора находят так же, как расстояние между точками его начала и конца. Берут координаты концов и подставляют их в формулу расстояния по теореме Пифагора.

Параллельные и коллинеарные векторы

↗ Коллинеарные векторы лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Поэтому они «смотрят» вдоль одного направления линии: одинакового или противоположного.

↗ Такой признак особенно полезен для распознавания сторон фигур. Например, у параллелограмма противоположные стороны имеют коллинеарные векторы, а у прямоугольника проявляется взаимная параллельность сторон.

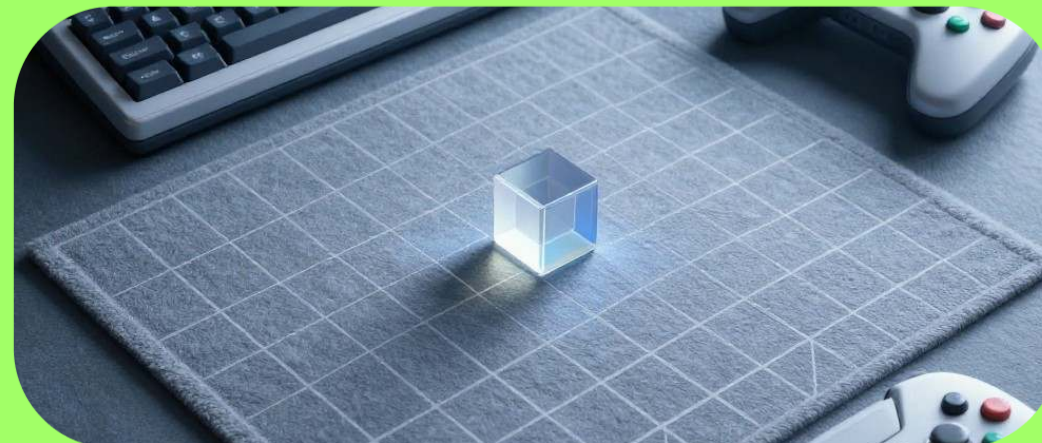
↗ Если два вектора можно связать с координатной записью, то их компоненты оказываются пропорциональны: одно изменение по оси получается в той же кратности, что и другое. Это помогает находить параллельность.

Где координаты и векторы встречаются в жизни



Навигатор: маршрут как последовательность перемещений

На карте маршрут часто представляют как набор действий: «сначала поверни, потом двигайся прямо». Каждое движение можно описать направлением и величиной, то есть вектором. Координаты помогают точно определить положение точки на местности.



Компьютерные игры: шаги по клеткам

В играх персонаж движется дискретно: например, на клетчатой сетке уровня. Тогда перемещения удобно записывать как векторы «вправо-влево» и «вверх-вниз». Координаты вершин и объектов позволяют быстро проверять взаимодействия.



План местности: точки, расстояния и центр

При построении плана территории точки задают координатами, а размеры участков — расстояниями. Если нужно найти центр отрезка или диагонали, используют правило средних координат. Так геометрия превращается в практические расчёты.

Какие задачи чаще решают с помощью ЭТИХ методов

➤ Больше всего времени обычно уходит на расстояния и параллельность: именно здесь координаты и векторы дают самые быстрые вычисления.

➤ Данные показывают: чем сильнее задача опирается на числа и направления, тем чаще применяют координатный и векторный подходы. Более общие свойства фигур требуют позже изучаемых идей.

Условная диаграмма по структуре типовых заданий 7 класса; точных статистических данных в учебниках не фиксируется.

Типичные ошибки семиклассников

01

Часто путают оси: записывают x по вертикали и y по горизонтали. Из-за этого почти все последующие вычисления смещаются, а полученный ответ перестаёт совпадать с чертежом.

02

Ещё одна распространённая ошибка — забыть знак минус при вычислении разности координат. Векторы «направлены», поэтому даже правильная величина может потерять направление и дать неверное равенство.

03

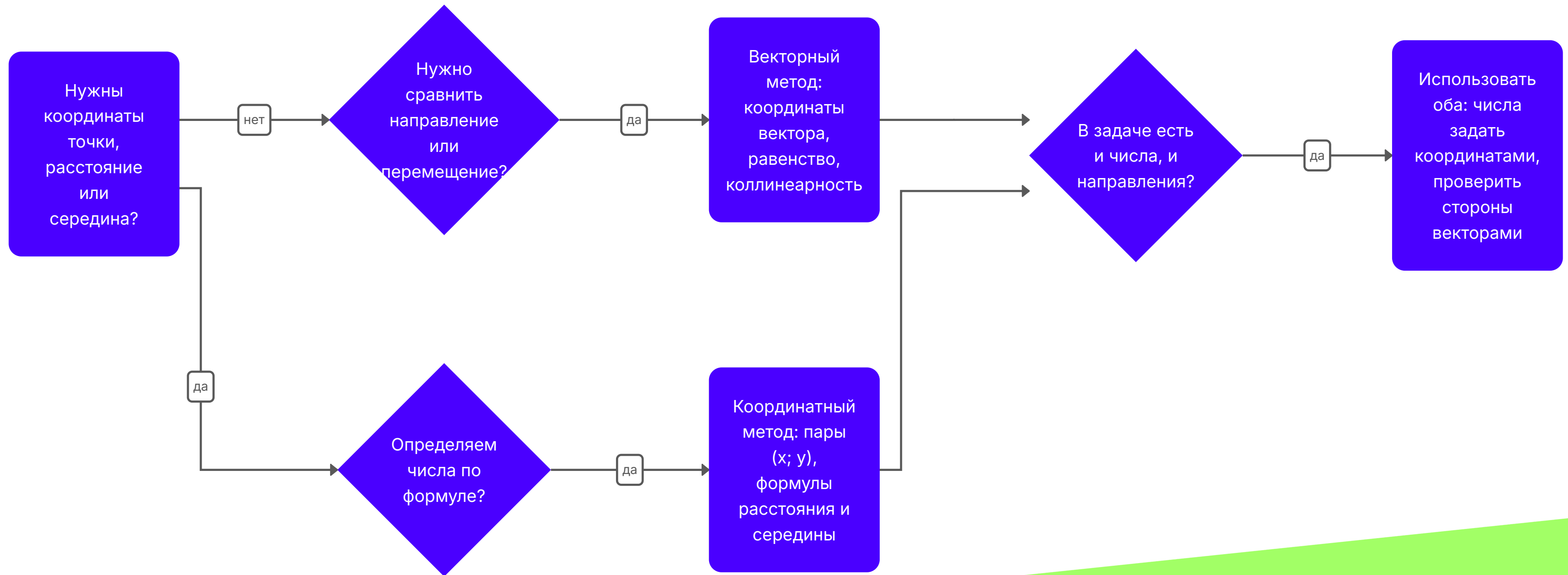
При работе с векторами нельзя менять местами начало и конец. Тогда меняются компоненты вектора, а значит, и его направление; вместо требуемого перемещения получается противоположное.

04

В задачах на расстояние путают длину отрезка и координаты его концов. Полезно сначала найти, какие именно величины нужны по условию, а затем проверять формулу на простых числах.

Как выбрать подходящий метод

Подсказка по выбору: координаты — для чисел, векторы — для направлений.



Как два метода работают вместе

01

Координатный и векторный подходы дополняют друг друга: координаты дают точные числа, а векторы помогают «считать» направления и перемещения. Поэтому решение становится не только правильным, но и удобным для проверки.

02

Например, вершины треугольника можно задать координатами, чтобы найти стороны и середины. Затем по векторным координатам удобно проверить, параллельны ли некоторые стороны или совпадают ли направления перемещений.

03

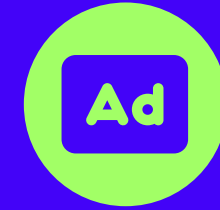
Когда обе части решения сходятся, результат легче контролировать. По чертежу можно быстро увидеть логику, а формулы подтверждают её вычислениями — так меньше шансов на ошибку.

Примеры фигур и задач в 7 классе



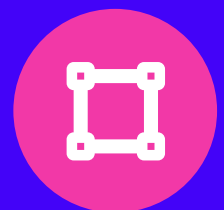
Треугольники и отрезки

Для треугольников находят расстояния между вершинами, координаты точек на сторонах и середины отрезков. После вычислений можно сопоставить результат с рисунком и проверить, что вершины действительно стоят на нужных местах.



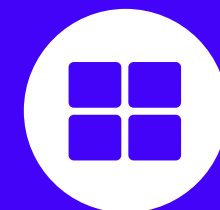
Прямоугольники и параллелограммы

В прямоугольниках и параллелограммах часто проверяют параллельность сторон. Для этого сравнивают направляющие векторы: коллинеарность помогает быстро выявить структуру фигуры и её характерные свойства.



Диагонали и их середины

Координатный метод особенно удобен для диагоналей: середина диагонали находится через средние арифметические координат концов. Так можно находить центр и проверять деление отрезка пополам.



Задания на клетчатой бумаге

На клетчатой бумаге перемещения выглядят как шаги вправо-влево и вверх-вниз. Это упрощает работу с координатами и векторами, а также позволяет проверять ответ по клеткам без лишних сложных преобразований.

Почему эти методы важны дальше

- Эти методы связывают геометрию и алгебру: рисунок переводится в числа, а затем числа проверяются формулами. Так легче понимать, откуда берутся вычисления и как они связаны с фигурой.
- В 8–9 классах навыки координат и векторов расширяются. Появляются более сложные задачи на плоскости и в пространстве, где важно уметь работать с закономерностями, а не только с чертежом.
- Кроме математики, координаты и векторы полезны в физике и информатике. Например, при чтении графиков и схем или описании движения, когда есть направление и величина перемещения.

Итоги урока

Координатный метод описывает геометрические объекты числами на плоскости, а векторный — направлениями и величинами перемещений. Оба подхода дают точные способы находить расстояния и середины, проверять параллельность и сравнивать фигуры.