



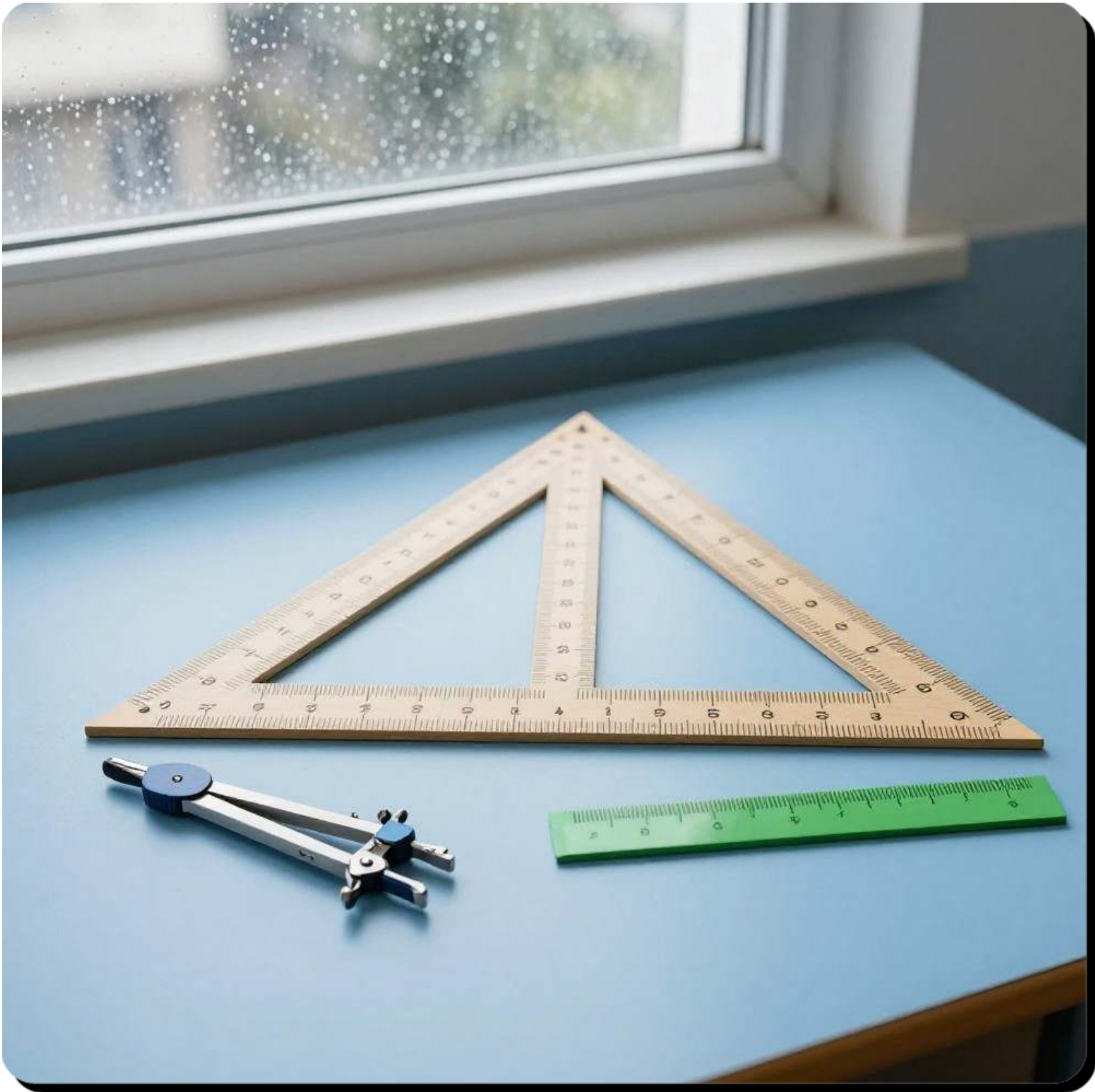
Построение треугольника по трём элементам

Как восстановить треугольник по трём
данным и проверить, что решение
единственно?



Что уже известно?

Чтобы строить треугольник, нужно точно понимать, что дано: стороны, углы и их расположение. Для этого пригодятся отрезок, луч, угол, биссектриса и окружность.



Что значит «по трём элементам»

01

Достаточно ли данных

Когда треугольник задан по трём элементам, этих данных должно хватить для полного восстановления фигуры. Тогда можно построить не просто похожий, а именно нужный треугольник.

03

Зачем нужна проверка

Три правильно выбранных элемента позволяют проверить, существует ли треугольник, и будет ли он единственным. Поэтому важны не только сами данные, но и их сочетание.

02

Почему одной или двух мало

Если известна только одна величина, информации слишком мало: многие треугольники могут ей соответствовать. Две величины иногда помогают, но без третьего условия решение часто остаётся неединственным.

Общий алгоритм работы

1. Анализ данных

Сначала определяют, какие элементы заданы, и проверяют, подходит ли один из признаков равенства треугольников.

3. Построение

После этого выполняют построение циркулем и линейкой, получая все вершины треугольника.

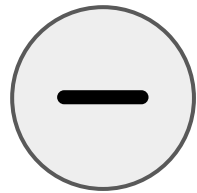
2. Выбор метода

Затем выбирают способ построения: с окружностями, углом или двумя лучами, в зависимости от набора элементов.

4. Проверка

В конце сверяют стороны и углы, чтобы убедиться: решение существует, а построение выполнено без ошибок.

Мини-словарь для построений



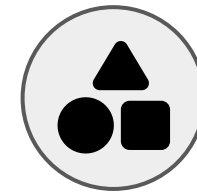
Отрезок

Отрезок имеет два конца и задаёт измеряемую часть прямой. Именно отрезок часто берут за основу при построении стороны треугольника.



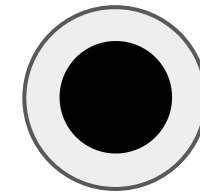
Луч

Луч начинается в одной точке и продолжается только в одном направлении. Он нужен, когда нужно задать сторону угла или направление построения.



Угол

Угол образуют два луча с общей вершиной. В задачах на построение важно точно соблюдать величину угла и его расположение.



Окружность

Окружность состоит из точек, равноудалённых от центра. С её помощью легко откладывать одинаковые расстояния и находить нужную вершину.



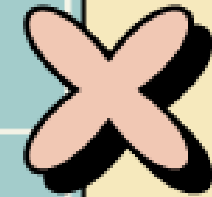
Циркуль

Циркуль позволяет переносить длину без измерительной шкалы и строить окружности с нужным радиусом. Он особенно важен в случае ССС, где все стороны задаются через равные расстояния.



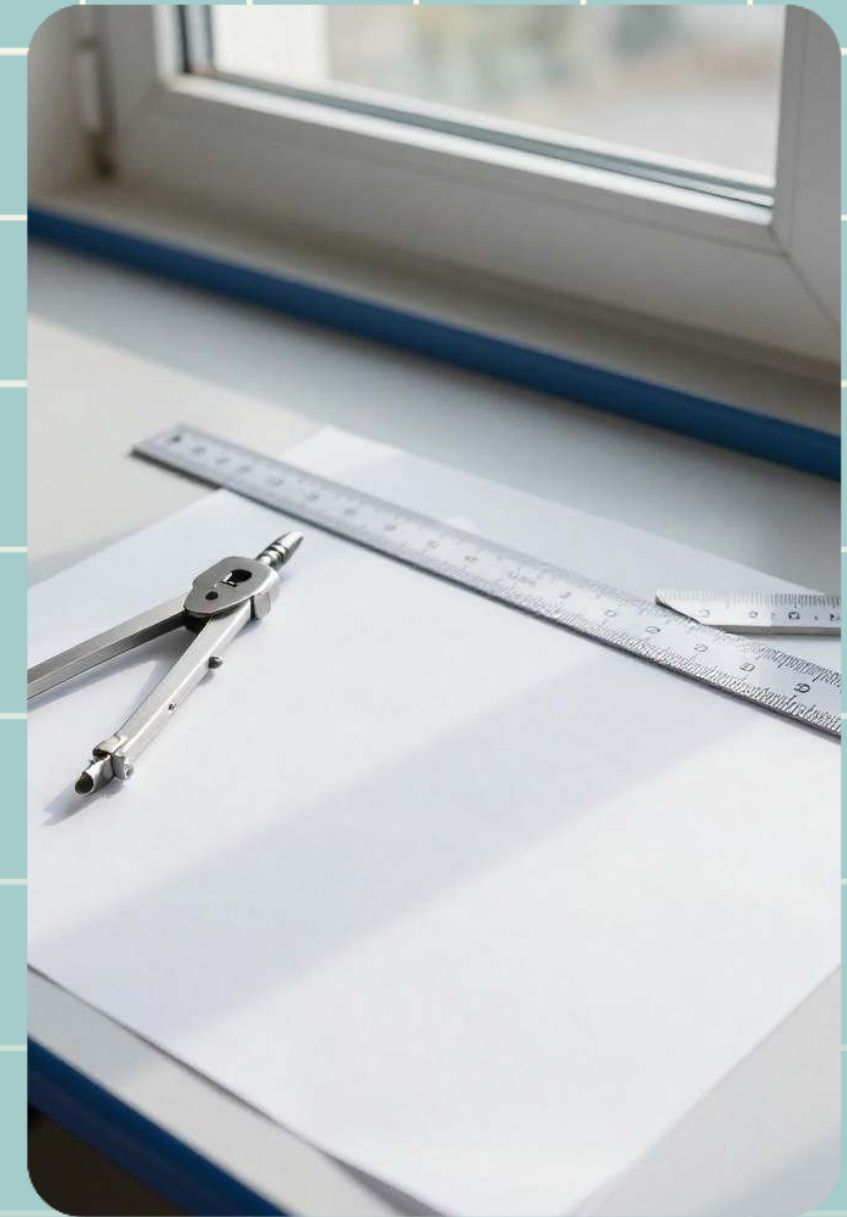
Линейка

Линейка помогает проводить прямые линии, отрезки и основания треугольника. Её используют, когда нужно аккуратно соединить уже найденные точки построения.



Дополнительная помощь

Угольник может быть полезен для проверки прямых углов, но в классических построениях он не считается основным инструментом. Главными остаются циркуль и линейка.



Инструменты построения

Случай ССС: идея построения

01

Основание

Сначала выбирают одну из сторон треугольника и откладывают её как основание. Это удобная опора для дальнейшего построения и сравнения размеров.

02

Две окружности

Затем из концов основания проводят две окружности с радиусами, равными двум другим сторонам. Их пересечение укажет положение третьей вершины.



03

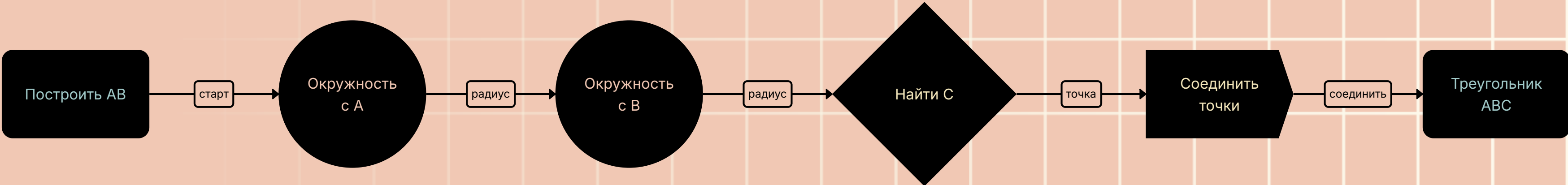
Точка пересечения

Если окружности пересекаются в двух точках, появляются два зеркально расположенных треугольника. В школьных задачах это допустимо, если не задано дополнительное расположение вершины.

Случай ССС: шаги построения



Построение начинается с основания и двух окружностей, радиусы которых равны заданным сторонам.





ССС: сколько решений бывает

Два решения

Если две окружности пересекаются в двух точках, получаются два треугольника. Они симметричны относительно основания АВ и одинаковы по всем сторонам.

Одно решение

Когда окружности касаются, общая точка только одна. Тогда треугольник существует в единственном виде, без зеркального варианта.

Нет решения

Если окружности не пересекаются, построение невозможно. Обычно это означает, что одна сторона слишком велика по сравнению с двумя другими.



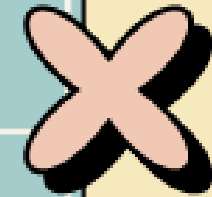
Сверка расстояний

После построения измеряют расстояния от точки С до А и В и сравнивают их с заданными радиусами. Совпадение означает, что окружности использованы верно.



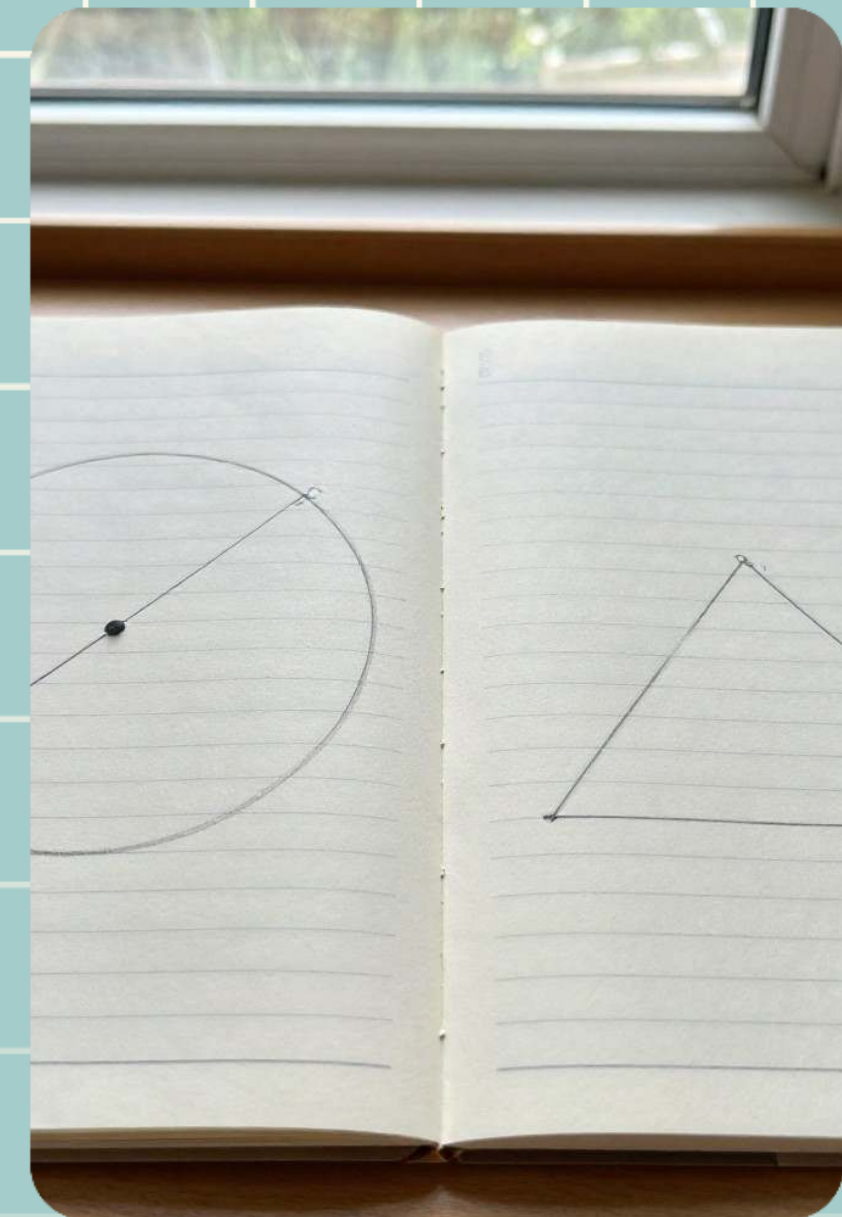
Проверка условий

Затем проверяют неравенство треугольника: каждая сторона должна быть меньше суммы двух других. Это помогает сразу заметить несовместимые данные и избежать ошибки.



Ошибка данных

Если одна из сторон получилась слишком длинной, точки пересечения окружностей не будет. Тогда треугольник по данным построить нельзя, даже при аккуратной работе.



ССС: проверка и возможная ошибка

Случай SAS: идея построения

1. Даны сторона и угол

Сначала фиксируют две заданные стороны и угол между ними. Именно эта связка определяет, где должна оказаться третья вершина.



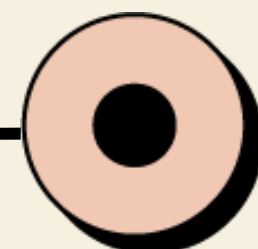
2. Задают направление

На выбранной стороне строят вторую границу угла. Получается луч, который задаёт направление будущей стороны треугольника.



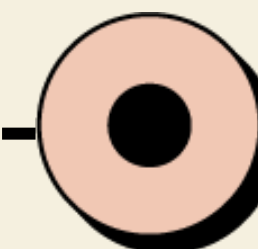
3. Откладывают вторую сторону

На втором луче откладывают длину второй стороны. Эта точка ещё не вершина, но уже ограничивает положение треугольника.



4. Находят вершину

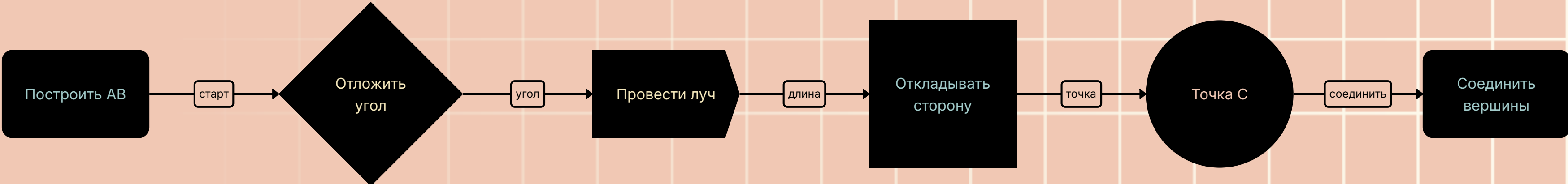
Точка, где должны встретиться стороны, становится третьей вершиной. После соединения всех точек треугольник полностью восстановлен.



Случай SAS: пошаговый алгоритм

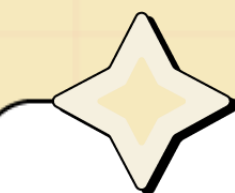


Дано: две стороны и угол между ними. Последовательность строится от основания к третьей вершине.





SAS: почему важен угол между сторонами



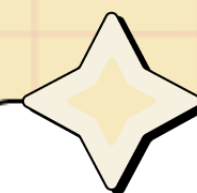
Включённый угол

Когда угол расположен между двумя заданными сторонами, их направления фиксируются однозначно. Поэтому третья вершина определяется без лишних вариантов, а построение обычно даёт одно решение.



Не тот угол

Если указан угол при стороне, но не между двумя данными сторонами, схема меняется. Тогда может возникнуть несколько возможных положений вершины или даже другой тип задачи.



Точность условия

Для школьных построений важно читать условие внимательно: именно расположение угла определяет, можно ли применить случай SAS. Ошибка в трактовке приводит к неверному чертежу.

SAS: проверка результата

- Проверка помогает убедиться, что построение выполнено без ошибок и соответствует условию задачи.
- Если длины и угол совпадают, построение верно; отсутствие пересечения указывает на ошибку или противоречивые данные.

Что сравнить	Как проверить	Результат
Две стороны	Измерить длины	Совпадают
Угол между ними	Сравнить с заданным	Совпадает
Третья вершина	Проверить пересечение	Есть



Два угла и сторона: идея построения

01

1. Основание

Сначала выбирают отрезок, который уже известен в условии. Он становится опорой для всего чертежа и задаёт положение двух будущих сторон.

03

3. Второй угол

В другом конце основания строят второй угол. Теперь два луча задают направление двух сторон, которые должны встретиться в одной точке.

02

2. Первый угол

Затем в одном конце основания строят угол нужной величины. Этот луч показывает, куда должна идти вторая сторона треугольника.

04

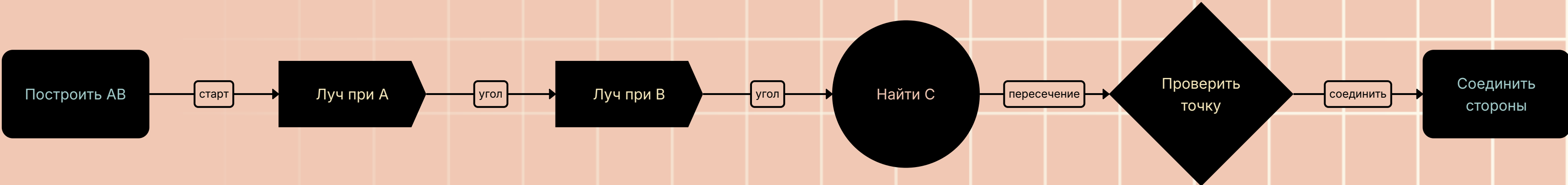
4. Пересечение лучей

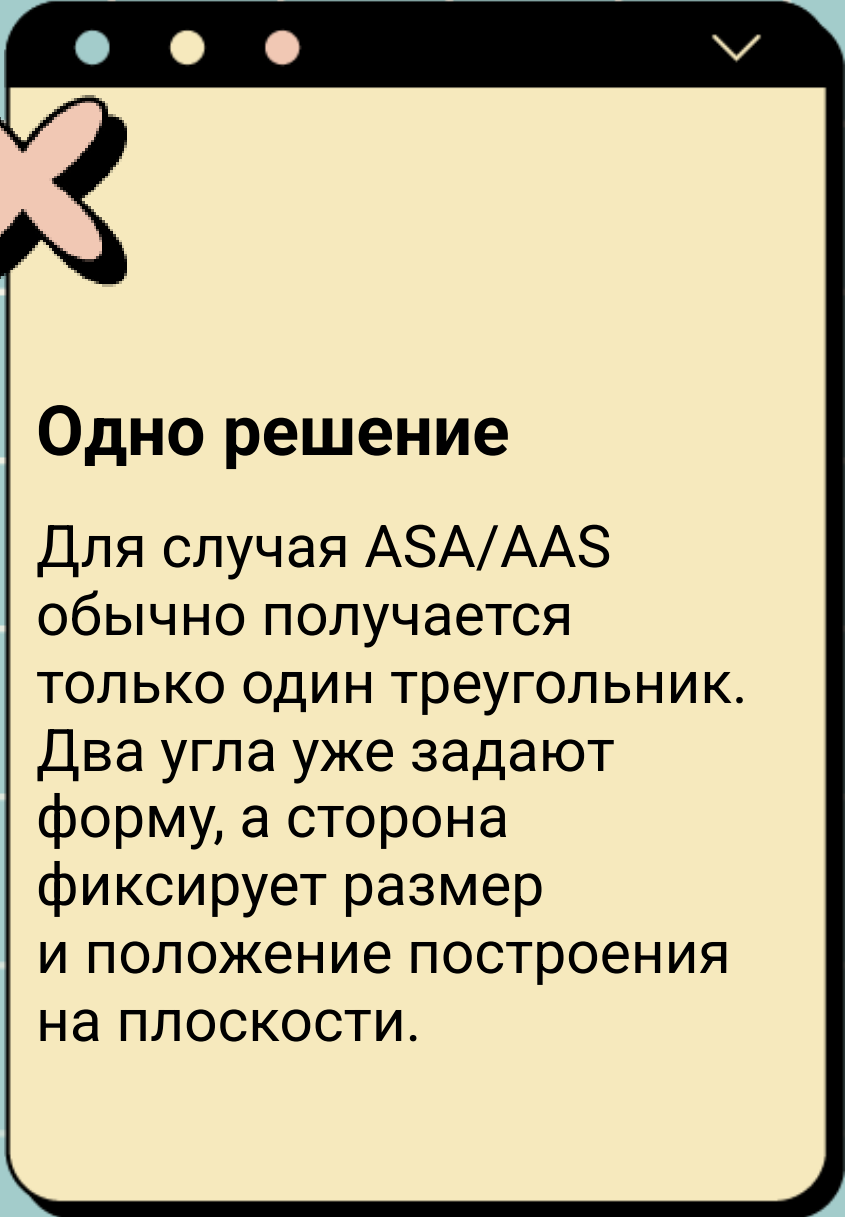
Точка пересечения лучей становится третьей вершиной. После соединения с концами основания получается искомый треугольник.

Два угла и сторона: алгоритм



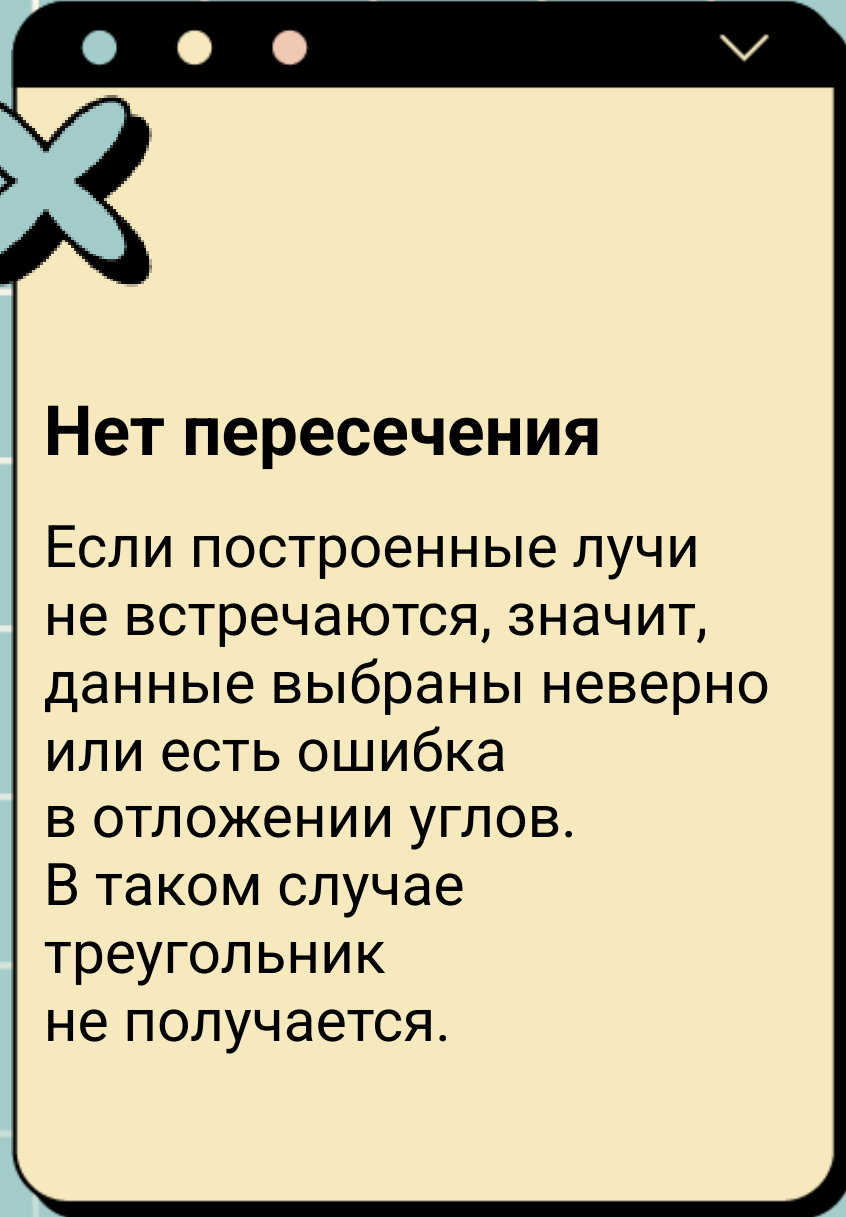
Дано: сторона и два угла, примыкающие к ней. Построение идёт от основы к пересечению лучей.





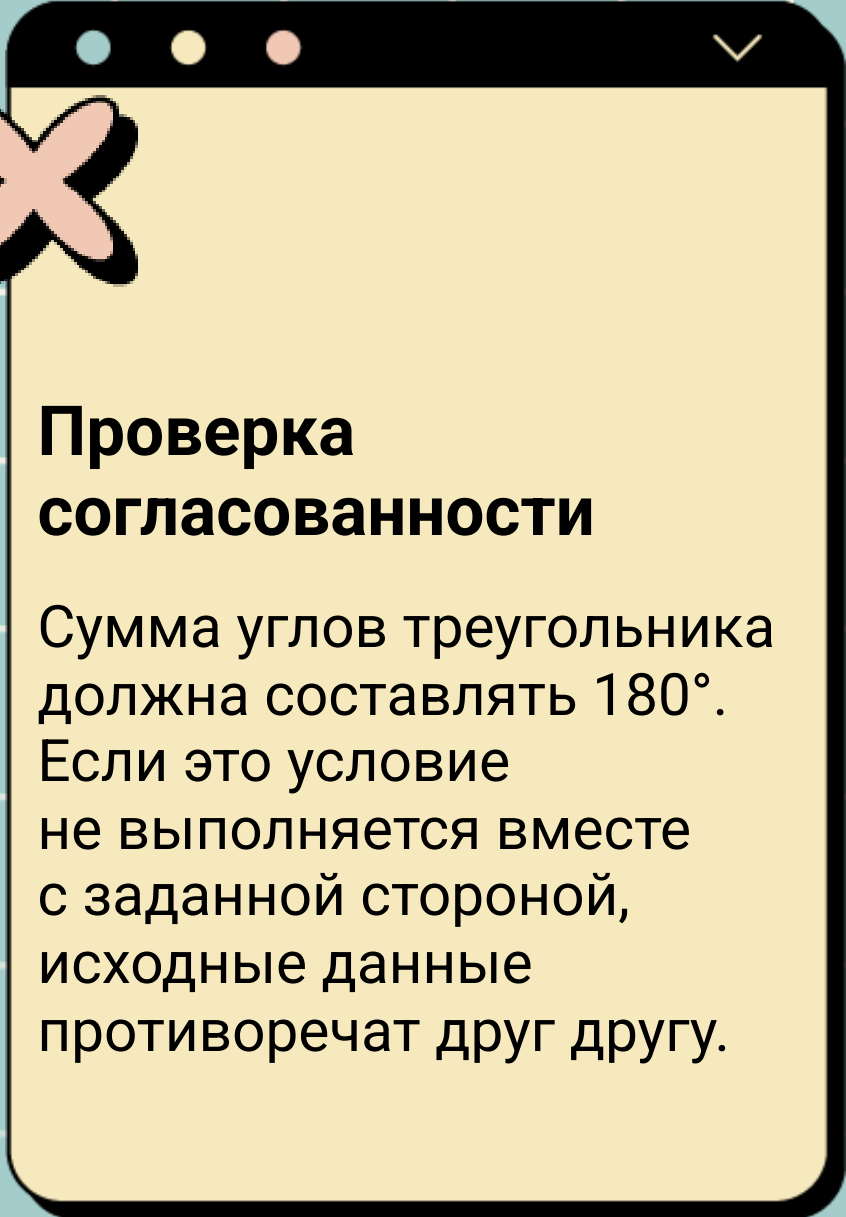
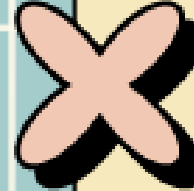
Одно решение

Для случая ASA/AAS обычно получается только один треугольник. Два угла уже задают форму, а сторона фиксирует размер и положение построения на плоскости.



Нет пересечения

Если построенные лучи не встречаются, значит, данные выбраны неверно или есть ошибка в отложении углов. В таком случае треугольник не получается.



Проверка согласованности

Сумма углов треугольника должна составлять 180° . Если это условие не выполняется вместе с заданной стороной, исходные данные противоречат друг другу.

ASA/AAS: единственность и несовместимость

ASA/AAS: как проверить построение

01

1. Проверить сумму

Сначала убеждаются, что два заданных угла и найденный третий в сумме дают 180° . Без этого проверка не считается выполненной.

02

2. Сверить углы

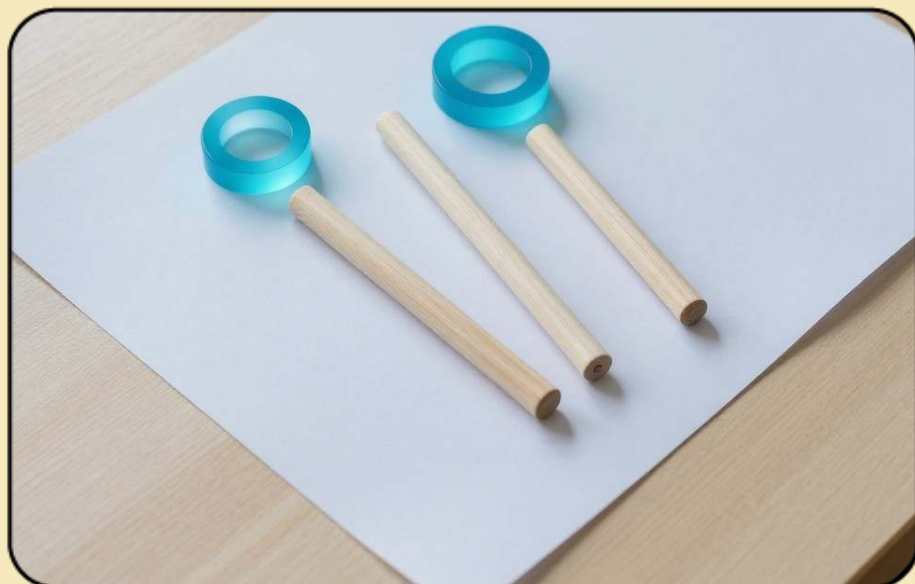
Затем измеряют все углы на чертеже и сравнивают их с условием. Даже небольшое отклонение показывает ошибку в построении или измерении.

03

3. Проверить расположение

После этого смотрят, лежит ли заданная сторона между правильными лучами и правильно ли отмечена вершина. Это завершает контроль результата.

Практические задачи и краткий разбор



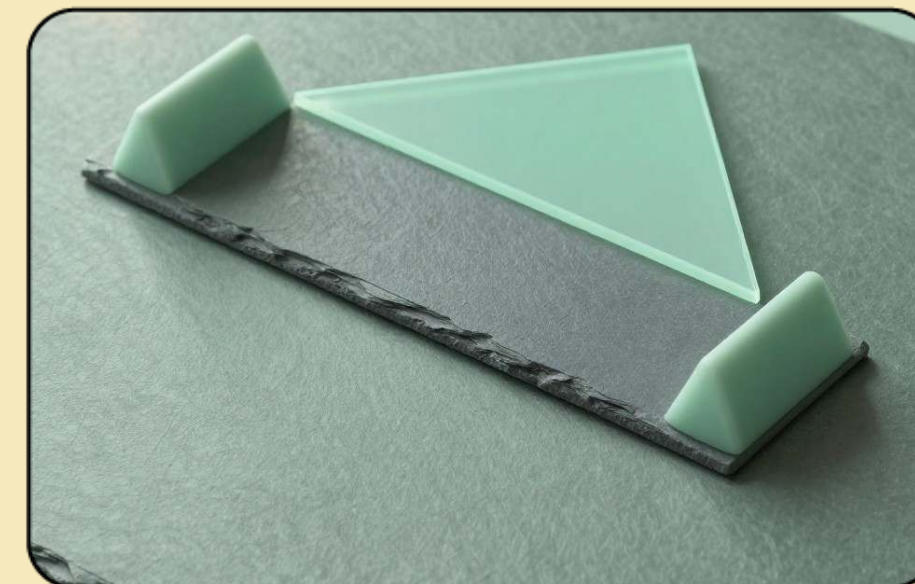
Три стороны, один ответ

На первом листе — задача на ССС: три длины, одна линейка и два круга циркулем. Ученик быстро понимает, где поставить основание и как найти пересечение окружностей. Главное здесь — аккуратность и проверка треугольного неравенства.



Сторона, угол, сторона

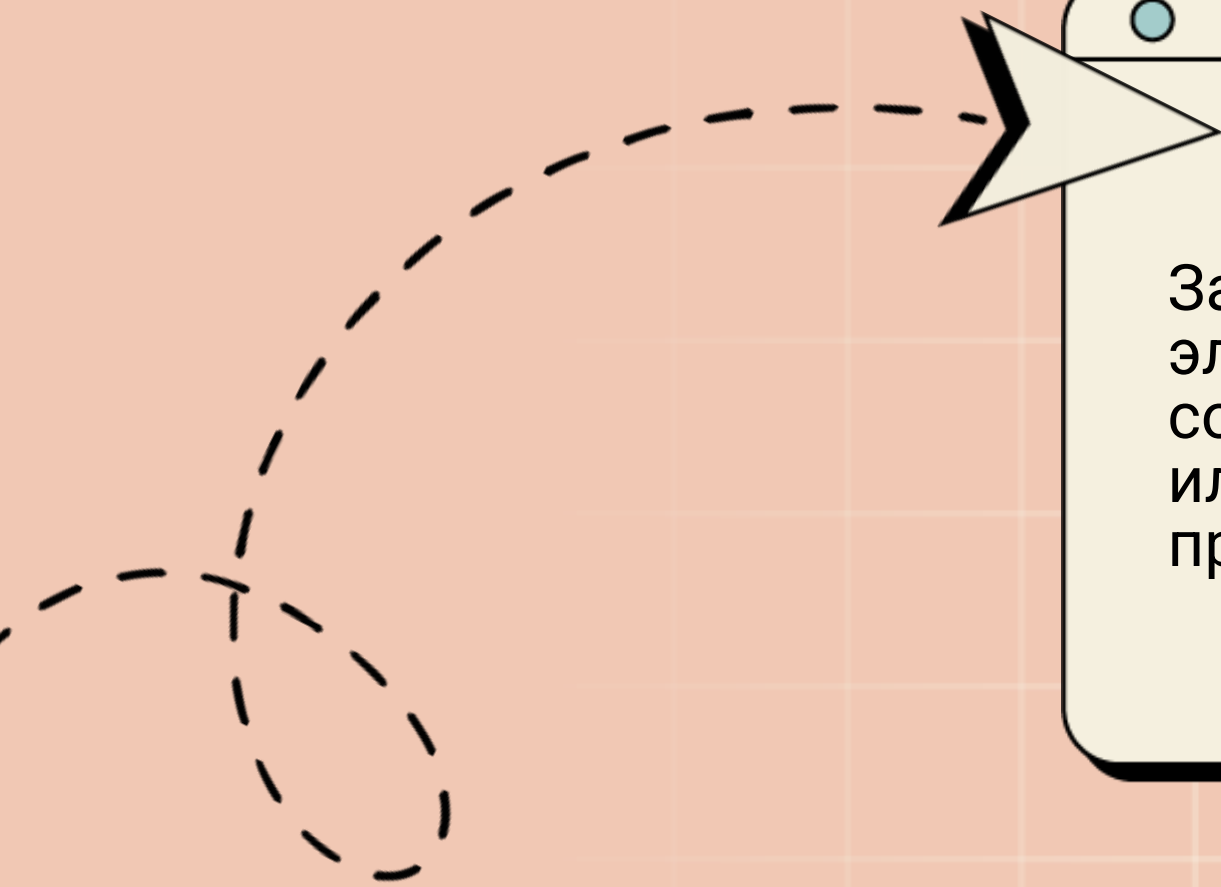
Вторая история — SAS: две стороны и включённый угол. Чертёж получается короче, но требует внимательности к направлению луча. Один неверный угол меняет весь результат, поэтому после построения всегда сверяют длины и градусную меру.



Два угла и сторона

Третий сюжет объединяет ASA и AAS: сторона уже есть, а остальное достраивается по углам. Здесь особенно важно помнить сумму углов треугольника. Если лучи сходятся, решение найдено; если нет, условие нужно перепроверить.

Три элемента — один точный чертёж



Запомните главное: треугольник по трём элементам строится только тогда, когда данные согласованы. Сначала выбирают случай CCC, SAS или ASA/AAS, затем строят и обязательно проверяют результат.