



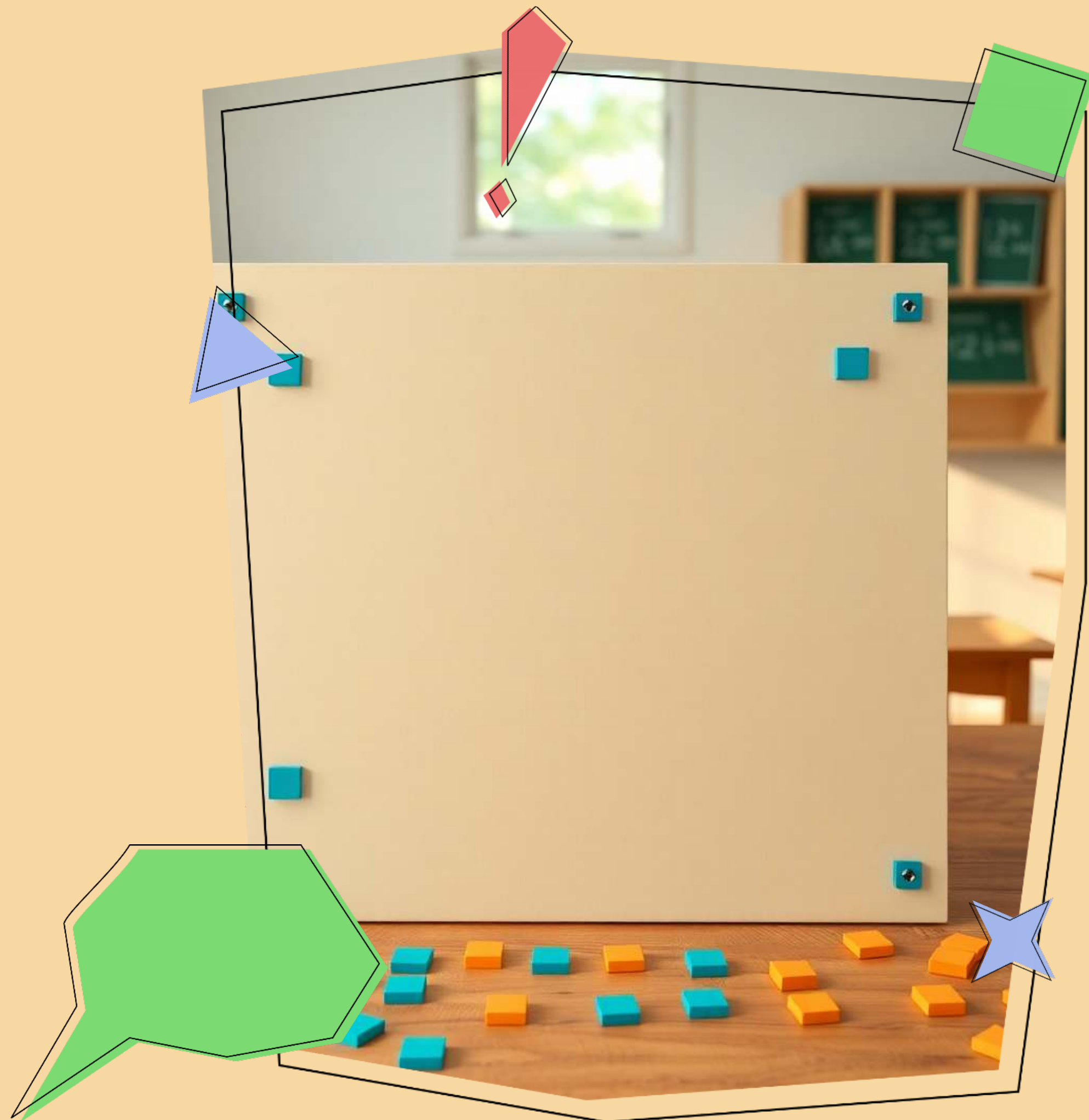
Квадрат суммы и квадрат разности: основные формулы 7 класса

Формулы, которые помогают быстро
раскрывать скобки и упрощать выражения.



Зачем нужны эти формулы в алгебре

Квадрат выражения — это умножение его на самого себя. Формулы сокращённого умножения позволяют быстрее раскрывать скобки, замечать повторяющиеся произведения и без лишних вычислений проверять преобразования в уравнениях и выражениях.



Квадрат суммы двух выражений

1. Записываем формулу

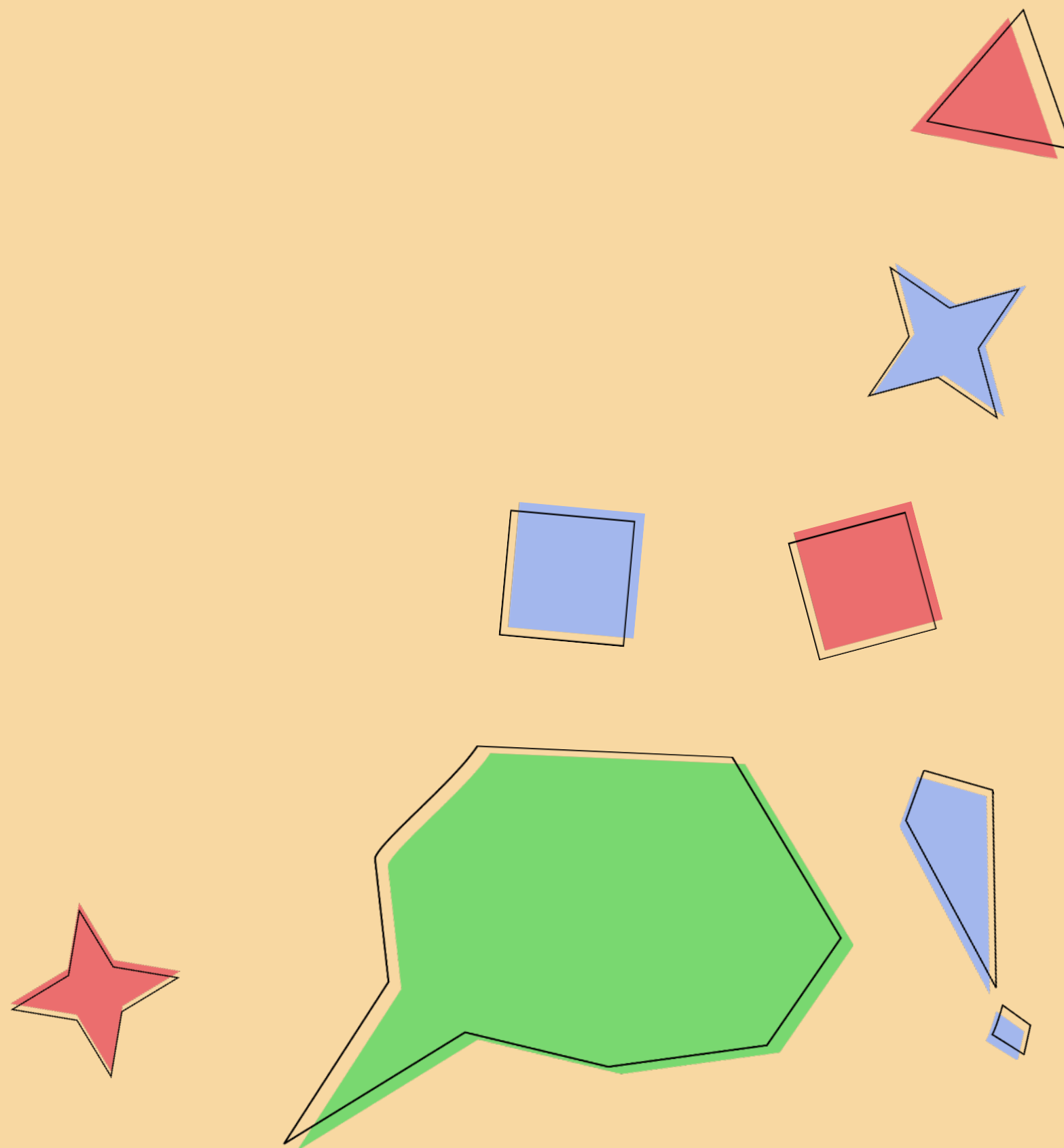
Квадрат суммы двух выражений раскрывается по правилу $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Здесь первое и последнее слагаемые — это квадраты каждого выражения, а середина показывает их совместное произведение.

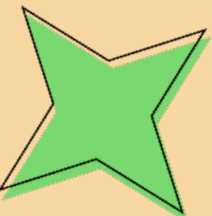
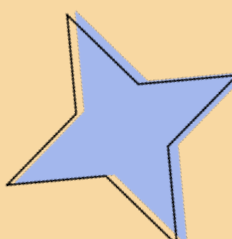
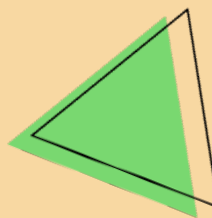
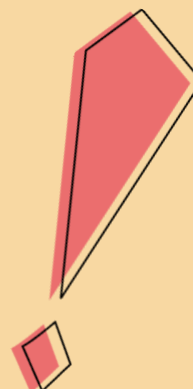
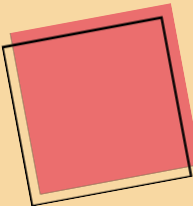
2. Откуда берётся результат

Если раскрыть $(a+b)(a+b)$, каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. После сложения одинаковых произведений появляется формула, в которой ни один из членов не пропадает.

3. Порядок не меняет ответ

Сумма не зависит от порядка слагаемых, поэтому $(a+b)^2$ и $(b+a)^2$ дают одно и то же выражение. Это удобно при преобразованиях и поиске похожих формул в заданиях.





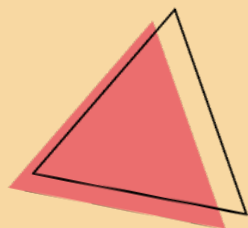
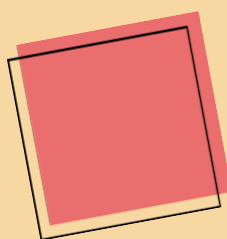
2

**одинаковых
произведения
складываются в один
средний член**

Алгебра, 7 класс: формулы сокращённого умножения

При раскрытии скобок
появляются два равных
произведения, поэтому средний
член всегда содержит двойку
и произведение двух выражений.

Сравнение квадрата суммы и квадрата разности

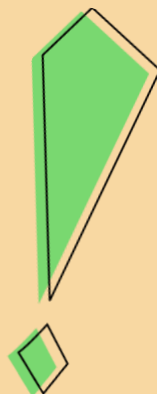
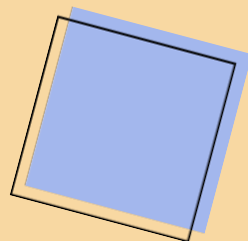
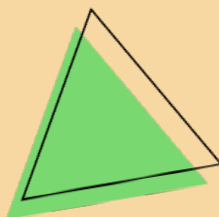


Выражение	Раскрытие	Средний член	Общее
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	плюс	a^2 и b^2
$(a-b)^2$	$a^2-2ab+b^2$	минус	a^2 и b^2

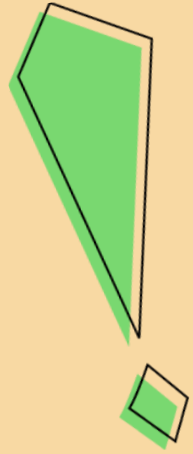
Сравните две формулы и обратите внимание, что меняется только знак среднего члена.

Квадраты крайних членов остаются положительными, а знак зависит только от знака в скобках.

Алгебра, 7 класс: формулы сокращённого умножения

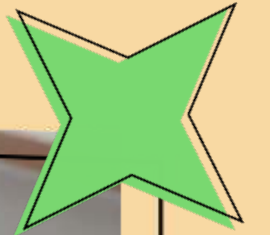
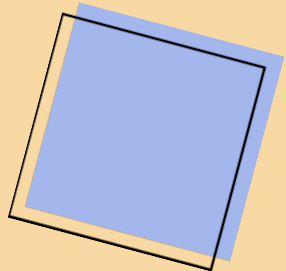


Геометрический смысл квадрата суммы



Одна сторона — две части

Представьте квадрат со стороной $a+b$. Его можно мысленно разрезать на части: квадрат a^2 , квадрат b^2 и два прямоугольника ab . Такое разбиение наглядно показывает, откуда в формуле берутся все слагаемые и почему средний член удваивается.



Площадь складывается без пробелов

Если собрать все части вместе, получится полная площадь большого квадрата. Нельзя потерять ни один прямоугольник: именно поэтому итог записывается как $a^2+2ab+b^2$. Геометрическая модель помогает увидеть формулу как сумму площадей, а не как набор абстрактных символов.



Квадрат разности двух выражений

Главное отличие

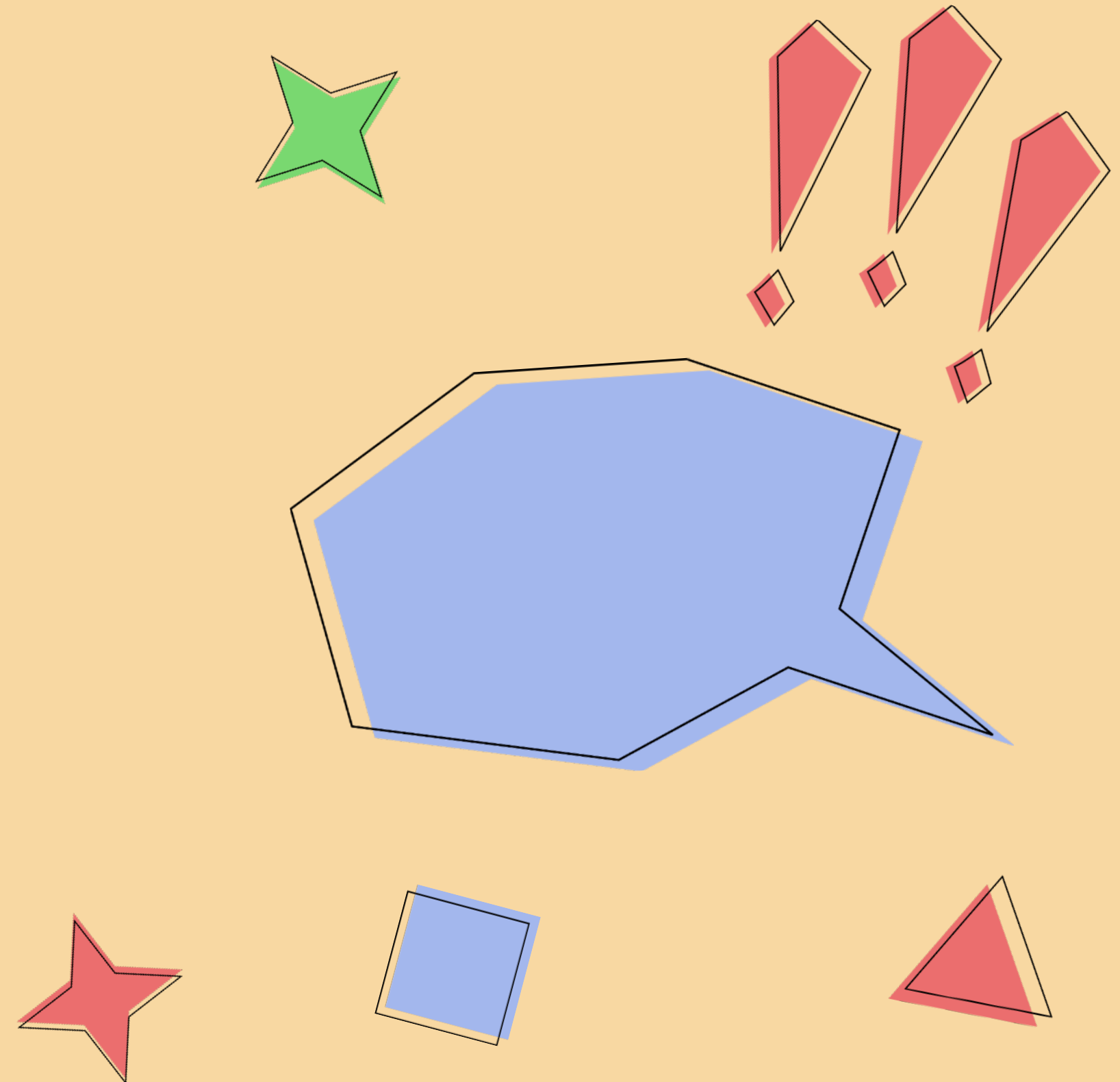
Формула $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ очень похожа на квадрат суммы, но средний член имеет отрицательный знак. Это связано с тем, что знак минуса действует на второе слагаемое.

Не путать с разностью квадратов

Выражение $(a-b)^2$ нельзя заменять на $a^2 - b^2$. Квадрат разности и разность квадратов — это разные записи, которые дают разные результаты и используются в разных преобразованиях.

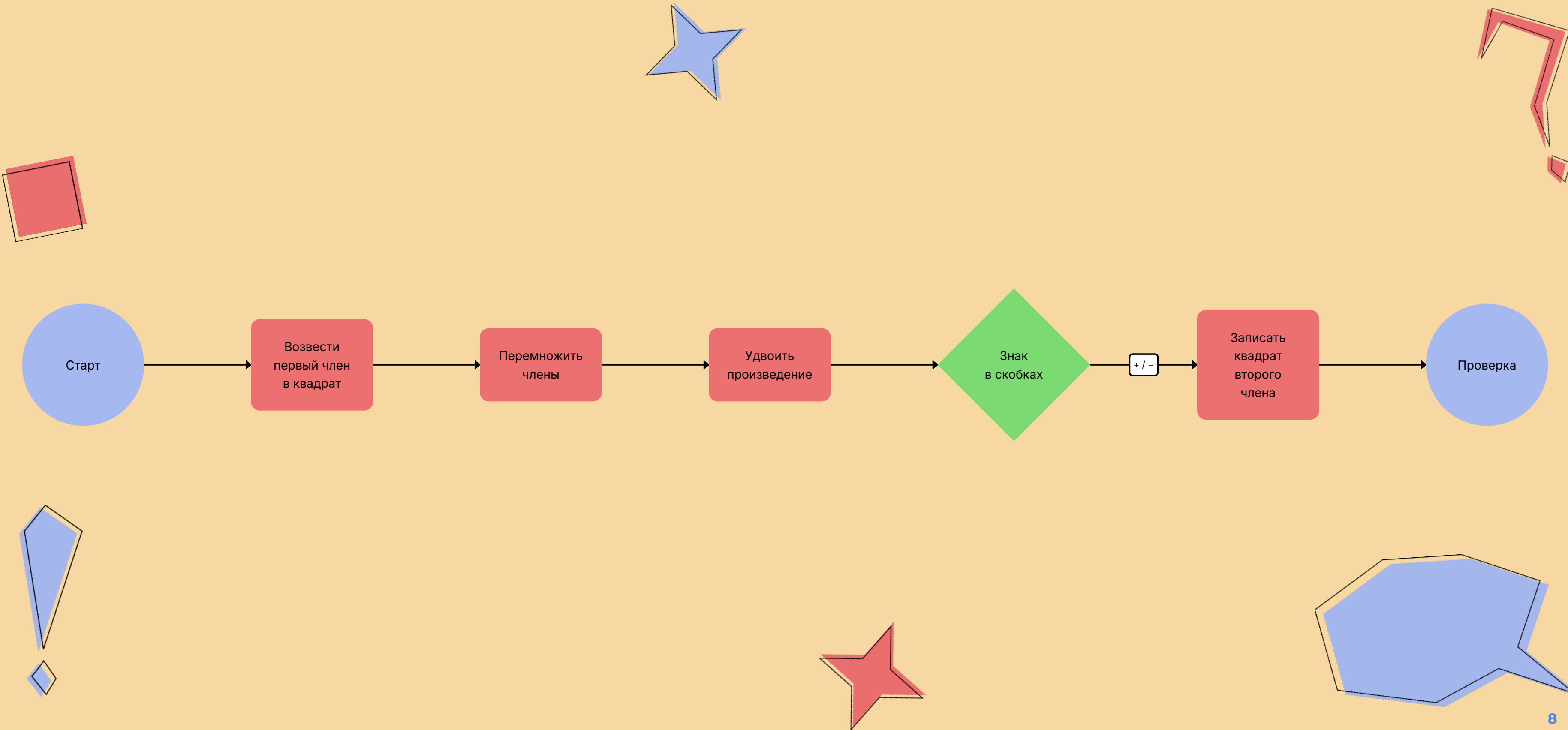
Следим за знаком в скобках

При раскрытии скобок легко потерять минус, если не проверять каждый шаг. Чтобы избежать ошибки, полезно сначала записать общую формулу, а затем аккуратно подставить нужные знаки.

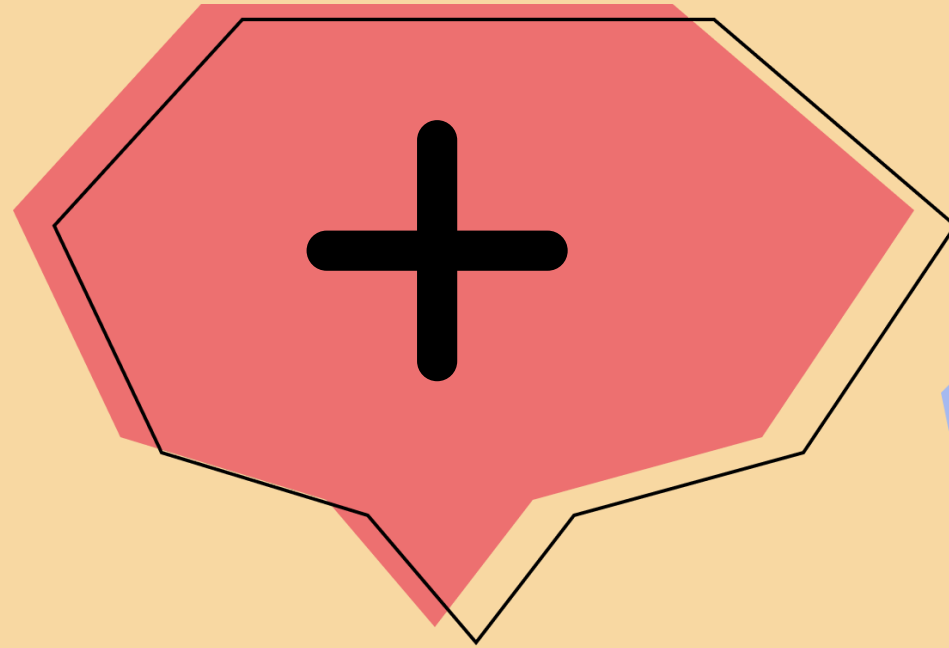


Порядок раскрытия квадрата двучлена

Алгоритм помогает не пропустить ни один член формулы.

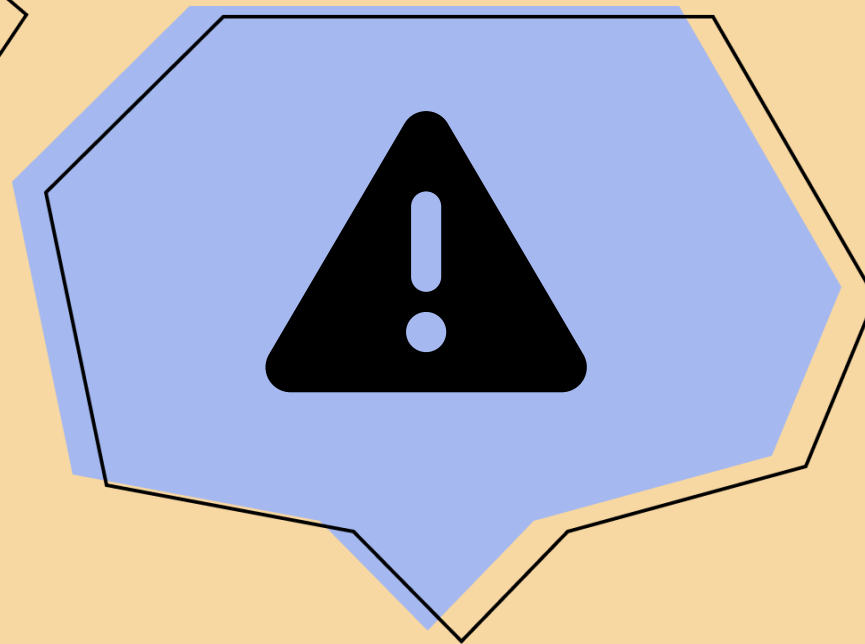
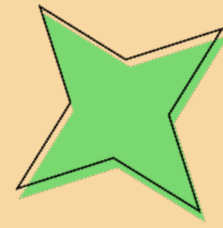


Типичные ошибки при работе с формулами



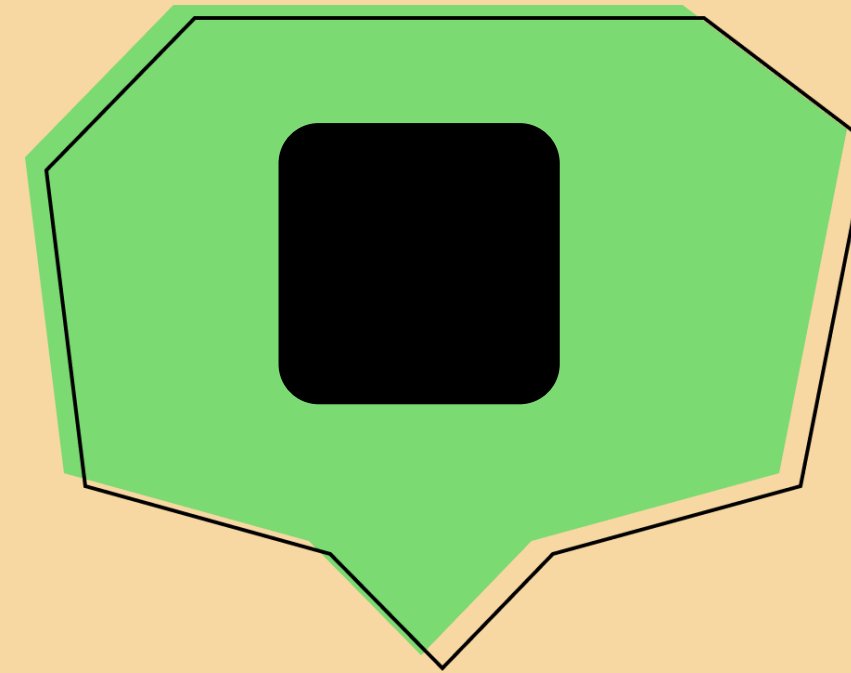
Не удвоили произведение

Иногда в ответе остаётся только ab вместо $2ab$. Это значит, что при раскрытии скобок пропущена одна из одинаковых частей, и формула записана неполно.



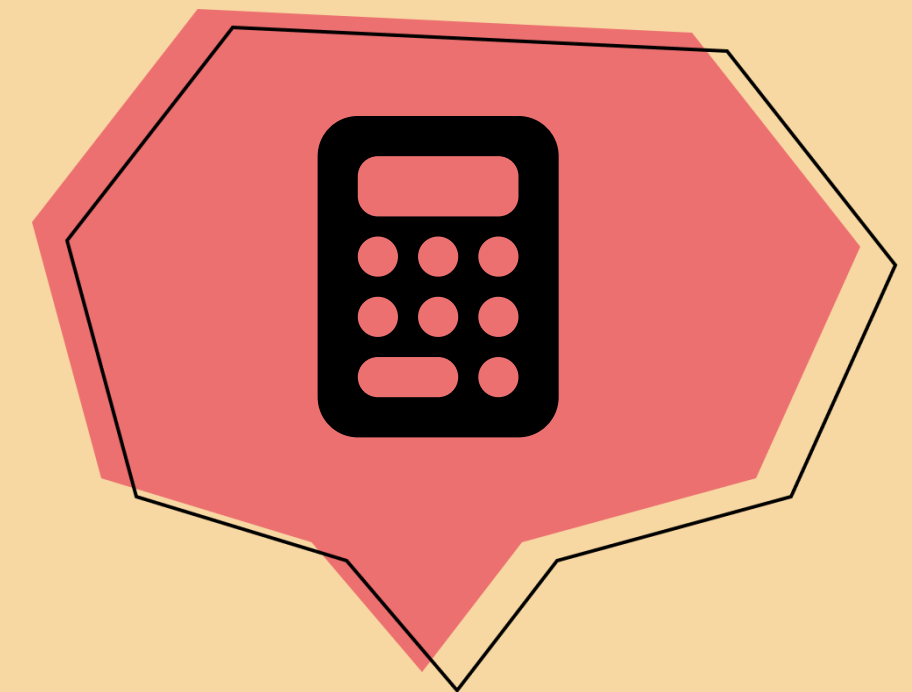
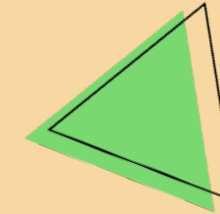
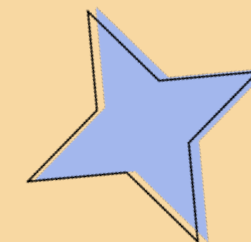
Неверный знак в середине

Частая ошибка — поставить плюс вместо минуса или наоборот. Знак среднего члена всегда зависит от знака в скобках, поэтому его нужно проверять особенно внимательно.



Путают разные выражения

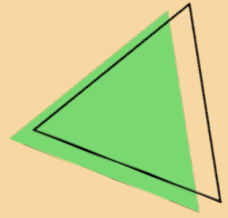
Выражения $(a-b)^2$ и a^2-b^2 выглядят похоже, но не равны. В первом случае используется формула квадрата разности, а во втором — разность квадратов.



Ошибки в коэффициентах

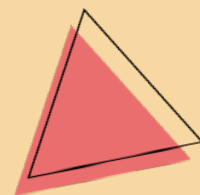
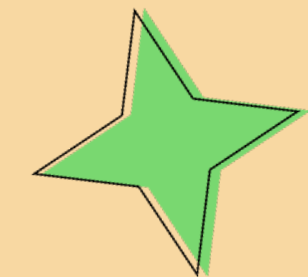
При возведении коэффициентов в квадрат важно помнить, что $(2a)^2 = 4a^2$. Если забыть возвести число в квадрат, получится неверный результат и дальнейшие вычисления сойдутся.

Как знак влияет на результат

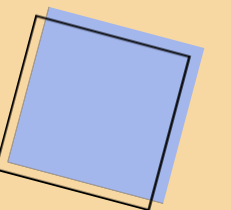


На диаграмме видно, как один и тот же квадрат может дать разные выражения в зависимости от знака в скобках.

Знак меняет только средний член; квадраты крайних частей сохраняются, а $x^2 - 9$ не является квадратом двучлена.



Алгебра, 7 класс; примеры раскрытия скобок

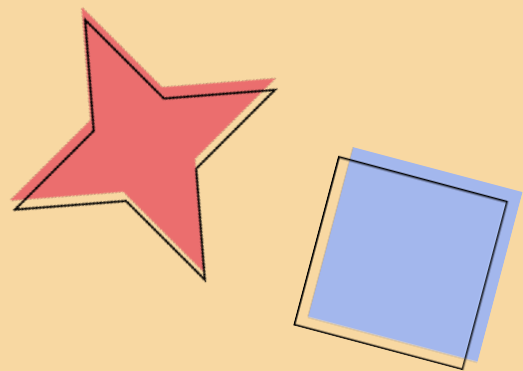


Квадрат суммы трёх выражений

1.

Сама формула

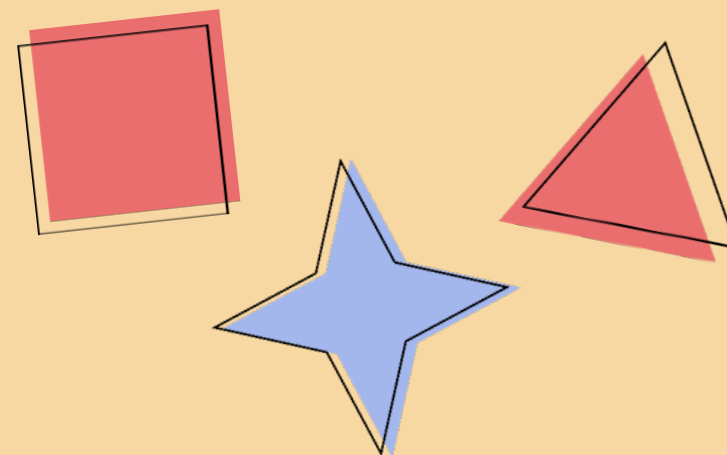
Если к трём выражениям прибавить их сумму и возвести результат в квадрат, получаем $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$. Здесь есть квадраты всех слагаемых и произведения каждой пары.



2.

Почему шесть слагаемых

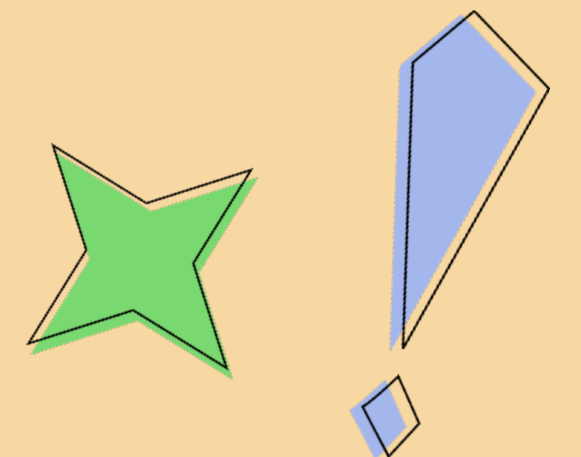
Три квадрата появляются по одному от каждого слагаемого, а затем добавляются три попарных произведения. Поэтому итоговая запись содержит ровно шесть частей, и ни одна пара не повторяется.



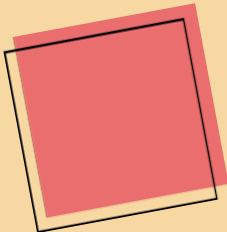
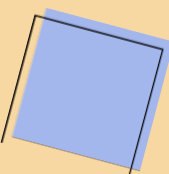
3.

Как меняется объём записи

Чем больше слагаемых в сумме, тем больше попарных произведений нужно записать. Из-за этого формула быстро становится длиннее, и аккуратность при раскрытии скобок становится особенно важной.

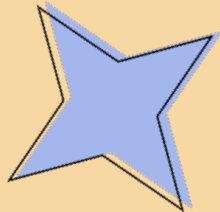
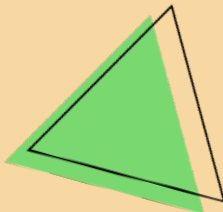


Структура квадрата суммы трёх выражений



Часть	В записи	Смысл
a^2	a^2	квадрат a
$2ab$	$2ab$	пара a и b
$2bc$	$2bc$	пара b и c

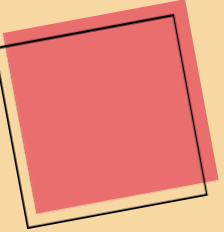
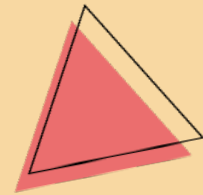
Формула $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$



В таблице показано, из каких частей состоит формула $(a+b+c)^2$ и как каждая часть связана с общим результатом.

Каждое слагаемое даёт свой квадрат, а каждая пара учитывается один раз, но в удвоенном виде.

Общий принцип для суммы из нескольких слагаемых



1 слагаемое

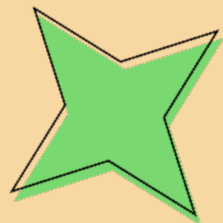
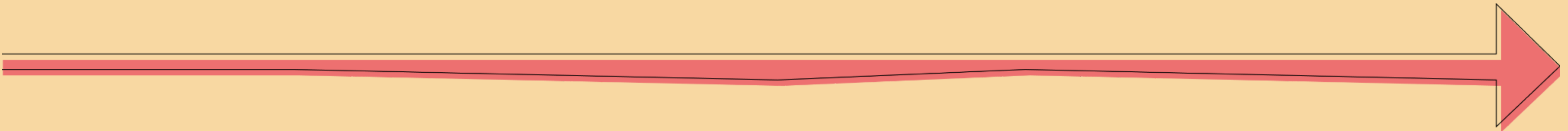
Квадрат одного выражения даёт только его квадрат. Это самый простой случай, от которого удобно переходить к суммам из двух и более слагаемых.

Несколько слагаемых

При добавлении новых слагаемых появляются не только их квадраты, но и произведения всех различных пар. Именно они заметно увеличивают длину результата.

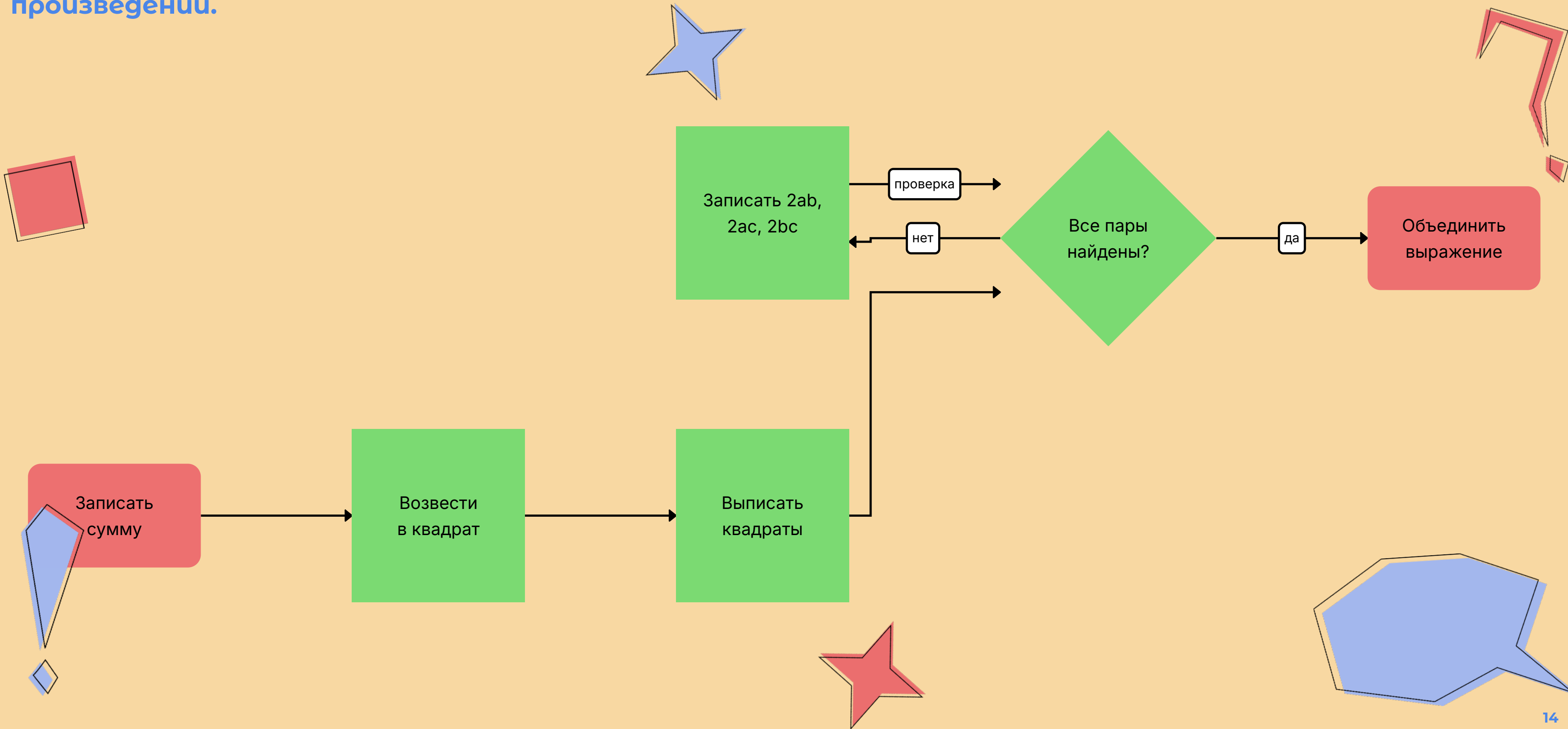
Общий счёт пар

Для n слагаемых число различных пар равно $n(n-1)/2$. Поэтому при 4 слагаемых получается 6 пар, а при 5 слагаемых — уже 10.



Как раскрывать квадрат суммы из нескольких выражений

Алгоритм подходит для суммы из трёх и более слагаемых и помогает не пропустить ни одну пару произведений.



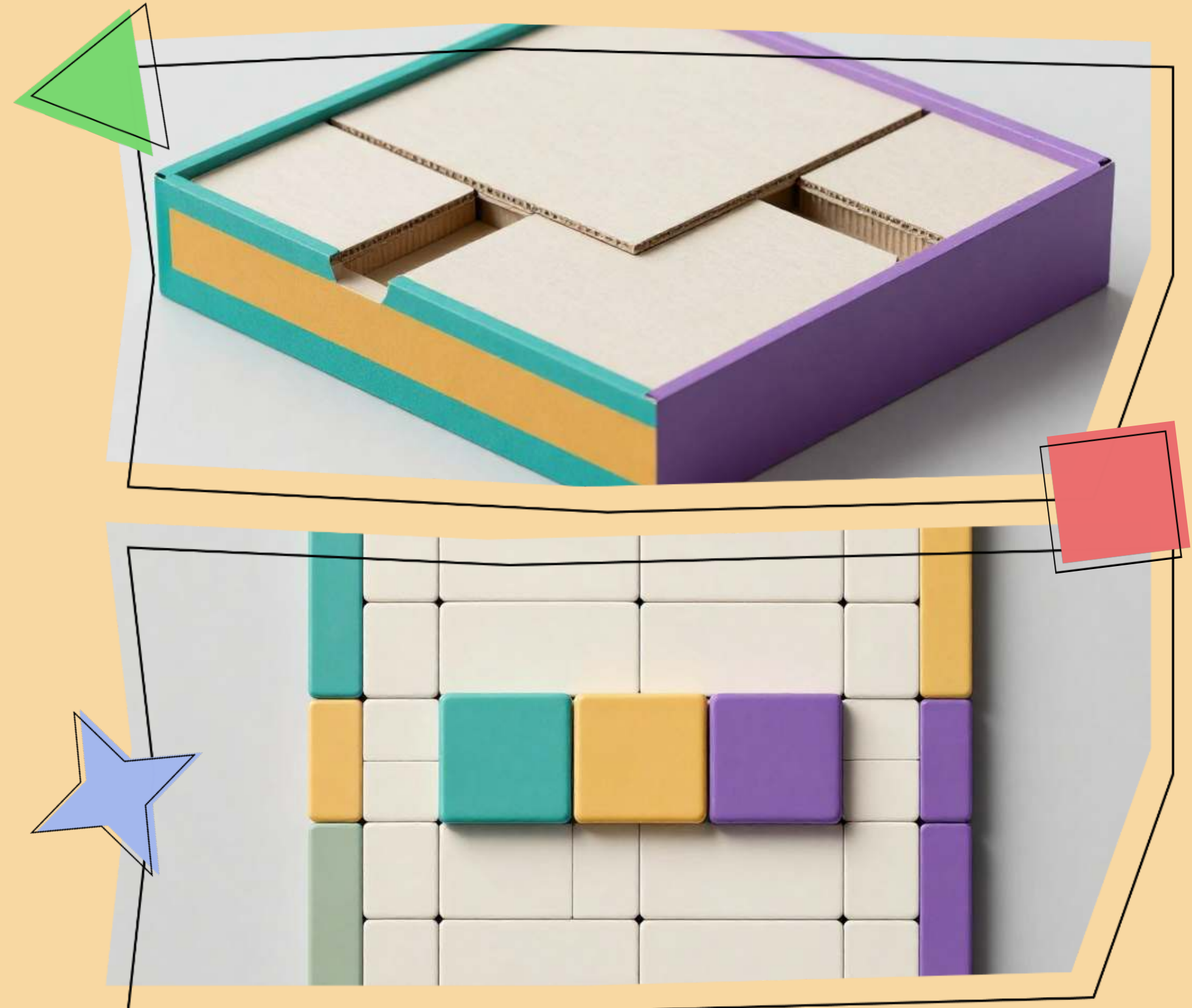
Геометрическая модель для трёх слагаемых

Фигура, которую можно разрезать

Представьте прямоугольник или квадрат, стороны которого составлены из отрезков a , b и c . Если разделить его на более мелкие части, каждая область будет соответствовать отдельному слагаемому или произведению.

Площади, которые складываются

Три маленькие квадратные части дают a^2 , b^2 и c^2 . Оставшиеся прямоугольники попарно соединяют стороны и показывают, откуда берутся $2ab$, $2ac$ и $2bc$ в формуле.



Как растёт число членов в формуле

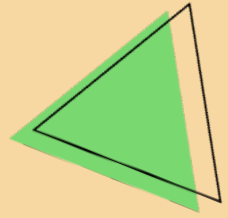
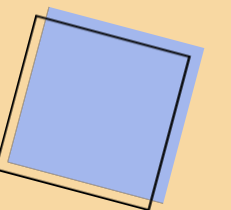
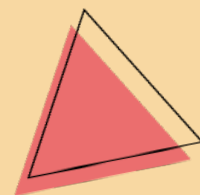
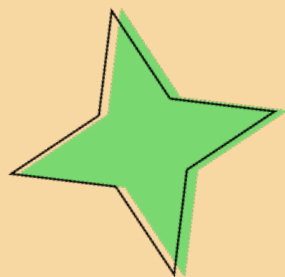


Диаграмма показывает, что при добавлении каждого нового слагаемого результат становится заметно длиннее, потому что увеличивается число пар произведений.

Рост идёт быстрее, чем по шагам 3, 6, 10: формула помогает записывать результат сразу, без лишних промежуточных действий.

Подсчёт числа слагаемых при раскрытии квадрата суммы



Примеры раскрытия скобок

Сумма с числом

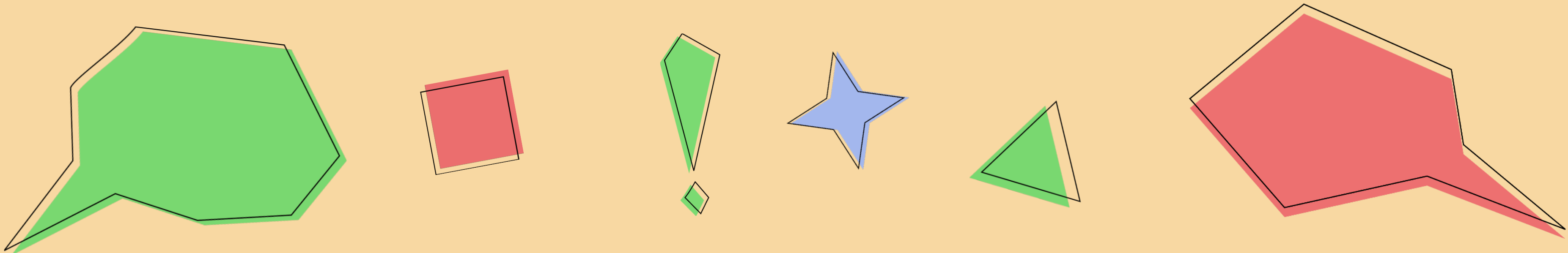
В выражении $(x+5)^2$ средний член получается как $2 \cdot x \cdot 5$, поэтому результат равен $x^2+10x+25$. Здесь удобно видеть, как работает правило для суммы двух слагаемых.

Разность с коэффициентом

В примере $(2a-3)^2$ сначала возводят в квадрат крайние части, а затем получают средний член $-2 \cdot 2a \cdot 3$. Итог: $4a^2-12a+9$.

Три слагаемых

Для $(m+n+p)^2$ нужно учесть квадраты всех трёх букв и произведения каждой пары. Поэтому запись становится $m^2+n^2+p^2+2mn+2mp+2np$.



Как узнать полный квадрат по готовому выражению

1. Смотри на крайние члены

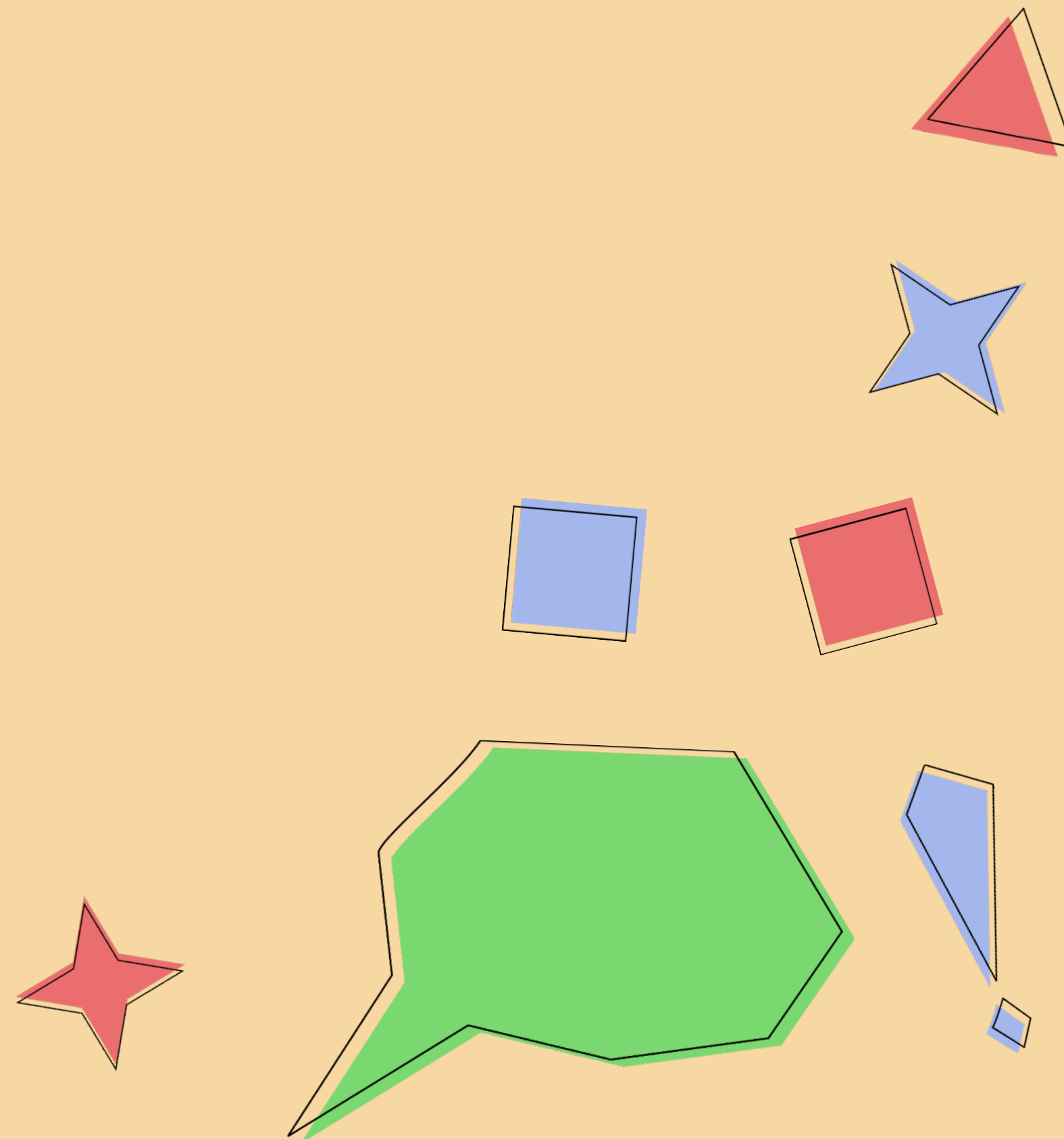
Если первый и последний члены выражения являются квадратами, это уже важная подсказка. Например, в x^2+6x+9 видны x^2 и 9, а значит, стоит проверить формулу полного квадрата.

2. Проверь средний член

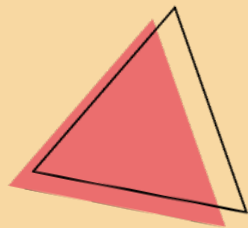
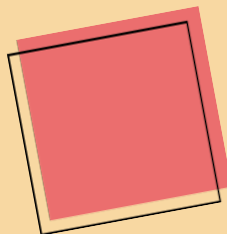
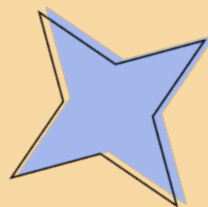
Средний член должен быть удвоенным произведением корней из крайних квадратов. В $x^2-8x+16$ это работает: $2 \cdot x \cdot 4$ даёт 8, а знак минус указывает на разность.

3. Сверь с формулой

После проверки удобно сравнить выражение с видом $(a+b)^2$ или $(a-b)^2$. Тогда x^2+6x+9 записывается как $(x+3)^2$, а $x^2-8x+16$ — как $(x-4)^2$.



Что важно запомнить к работе по теме

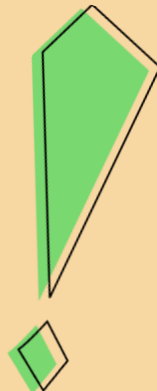
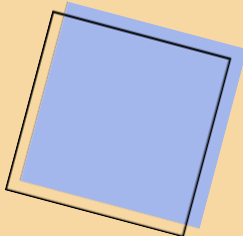
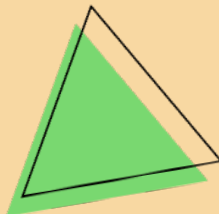


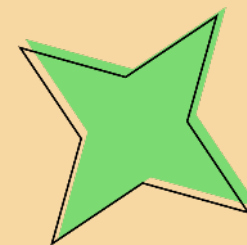
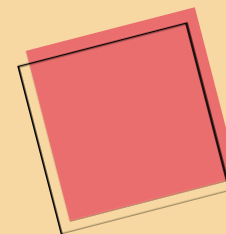
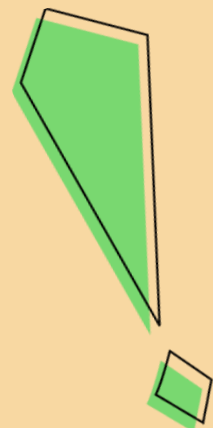
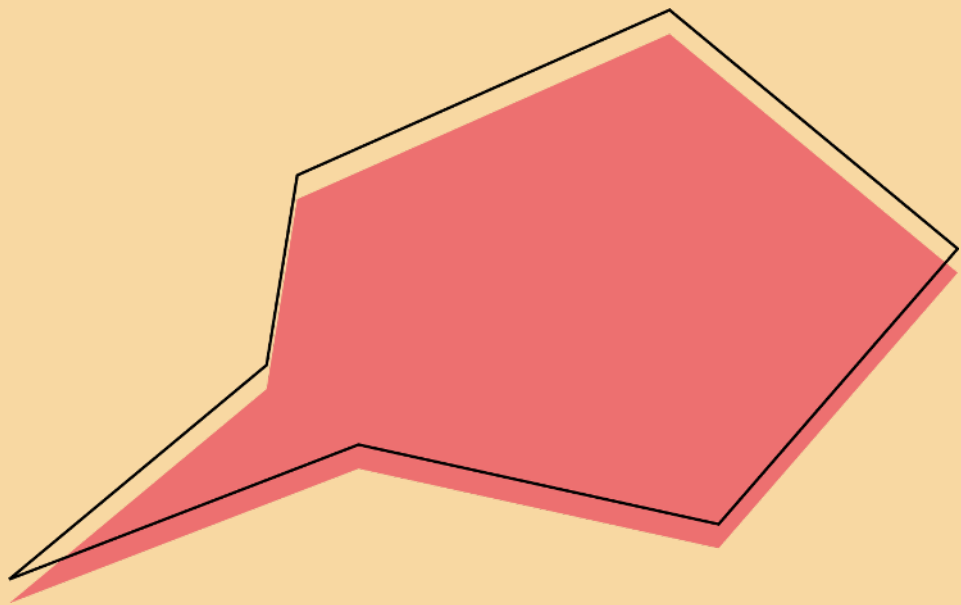
Формула	Нужно помнить	Частая ошибка
$(a+b)^2$	2 квадрата и $2ab$	забывают 2
$(a-b)^2$	2 квадрата и $-2ab$	теряют минус
$(a+b+c)^2$	3 квадрата и 3 пары	пропускают пару

Таблица помогает быстро сравнить формулы и увидеть, какие элементы в них обязательны, а где чаще всего допускают ошибки.

Во всех формулах квадраты крайних членов положительны, а знак среднего члена зависит от знака в скобках.

Основные формулы квадратов суммы и разности





Формулы, которые действительно экономят время

**Формулы квадрата суммы и разности помогают
быстрее раскрывать скобки, находить полные
квадраты и упрощать выражения. Чем увереннее
вы видите их структуру, тем меньше ошибок
в алгебре.**

