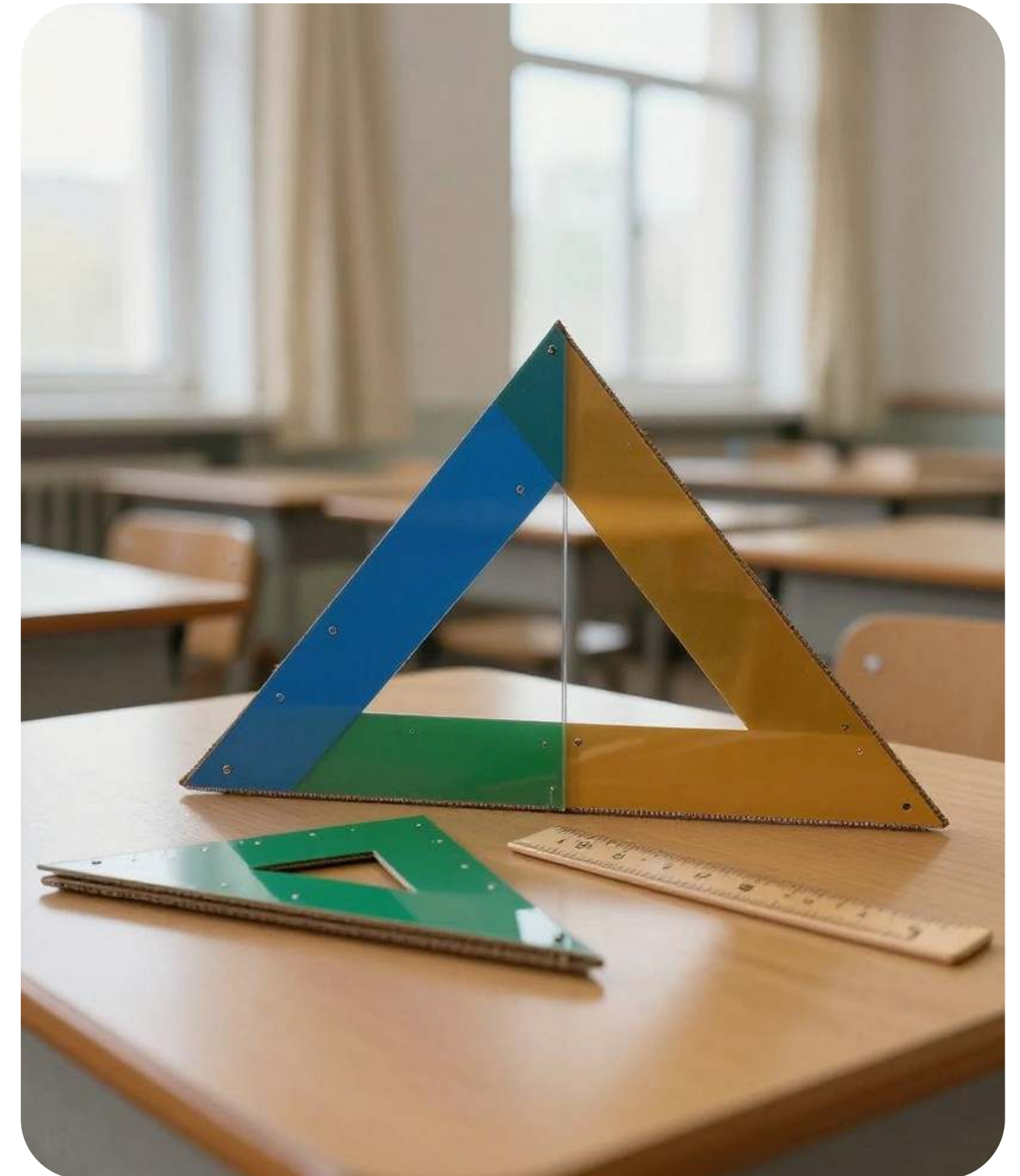




Некоторые свойства прямоугольных треугольников

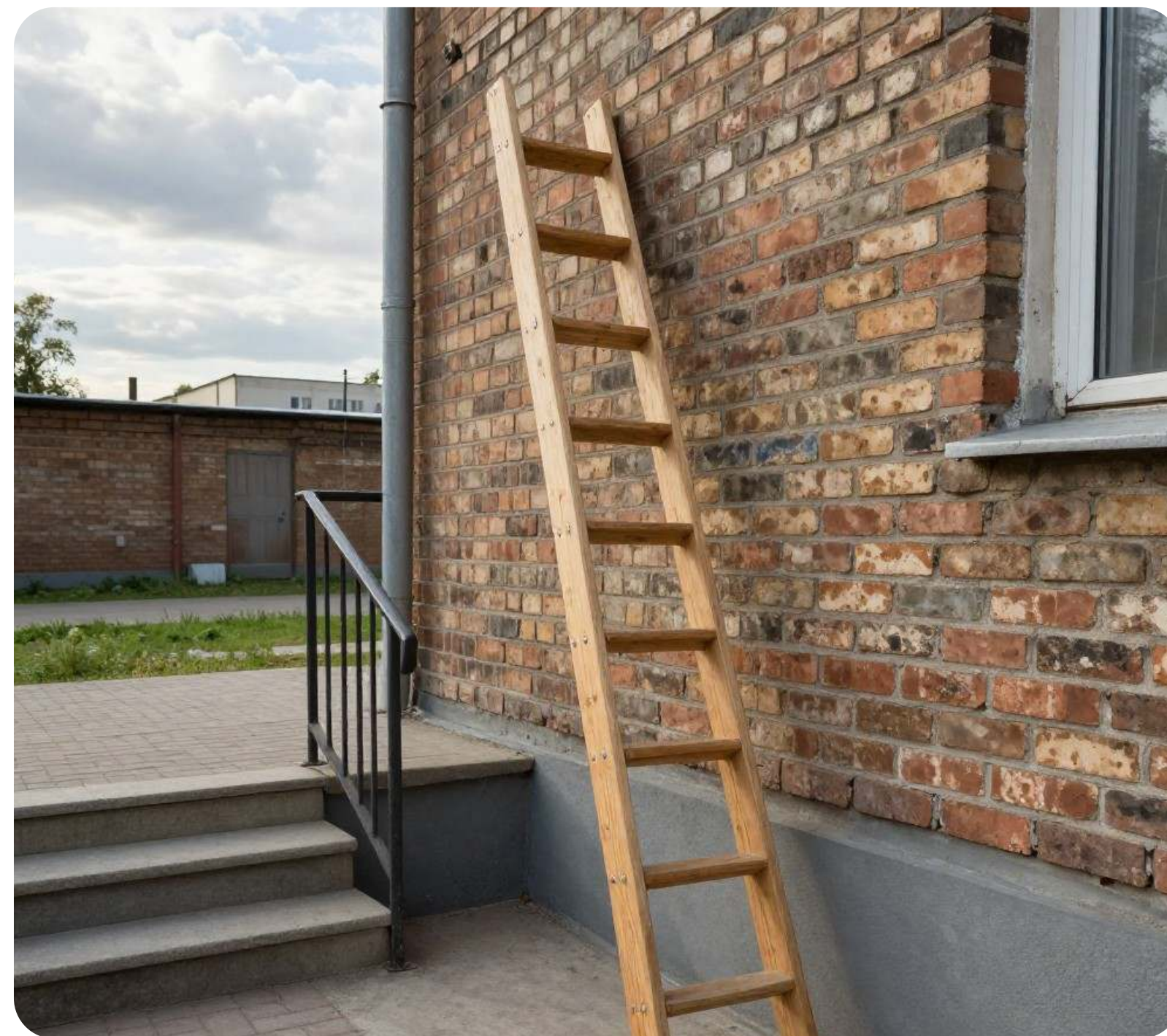
Прямоугольный треугольник — ключевая фигура 7 класса: углы, стороны и важные связи.



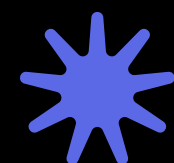
Где в жизни встречается прямоугольный треугольник



Его можно увидеть в клетчатой тетради, на чертежах, в лестницах, крышах и дорожных знаках. Он помогает находить неизвестные длины, проверять прямые углы и сравнивать расстояния, связывая вычисления с практикой.



Основные элементы прямоугольного треугольника



Один из углов прямоугольного треугольника равен 90° . Его отмечают квадратом, чтобы сразу было видно: стороны образуют прямой угол и треугольник становится «прямоугольным».

01



Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой. Две другие стороны называются катетами, и каждый катет лежит рядом с прямым углом, образуя его «две половинки».

02



Гипотенуза всегда длиннее каждого катета. Сумма двух острых углов равна 90° , поэтому зная один острый угол, второй находят как 90° минус первый.

03

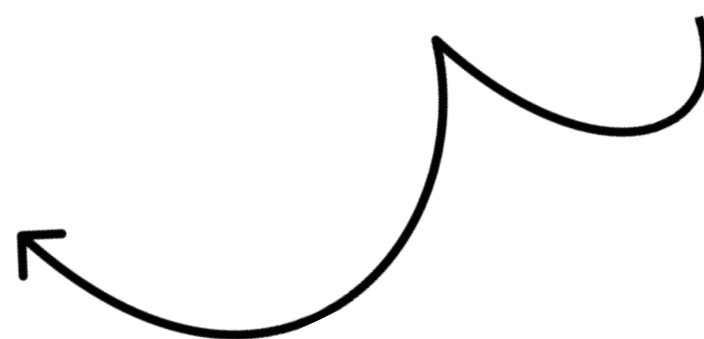
Сравнение сторон прямоугольного треугольника



Если два катета равны 3 см и 4 см, то гипотенуза равна 5 см — это наглядно подтверждает правило длины.

Во всех таких примерах на диаграмме самая большая сторона соответствует гипотенузе, а катеты — двум меньшим сторонам.

Примеры для иллюстрации правила: 3–4–5 и 5–12–13 (теорема Пифагора).



Теорема Пифагора



01

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $c^2 = a^2 + b^2$. Это точная формула для вычислений.

02

Чаще всего она нужна, когда известны два элемента, а третью сторону требуется найти. Тогда подставляют в выражение и извлекают квадратный корень.

03

Теорема Пифагора работает и как проверка: если известны все три стороны и выполняется равенство $c^2 = a^2 + b^2$, треугольник прямоугольный.

04

В задачах 7 класса формула помогает быстро находить длины и аккуратно обосновывать решение, не прибегая к измерениям линейкой.

Пифагоровы тройки в числах



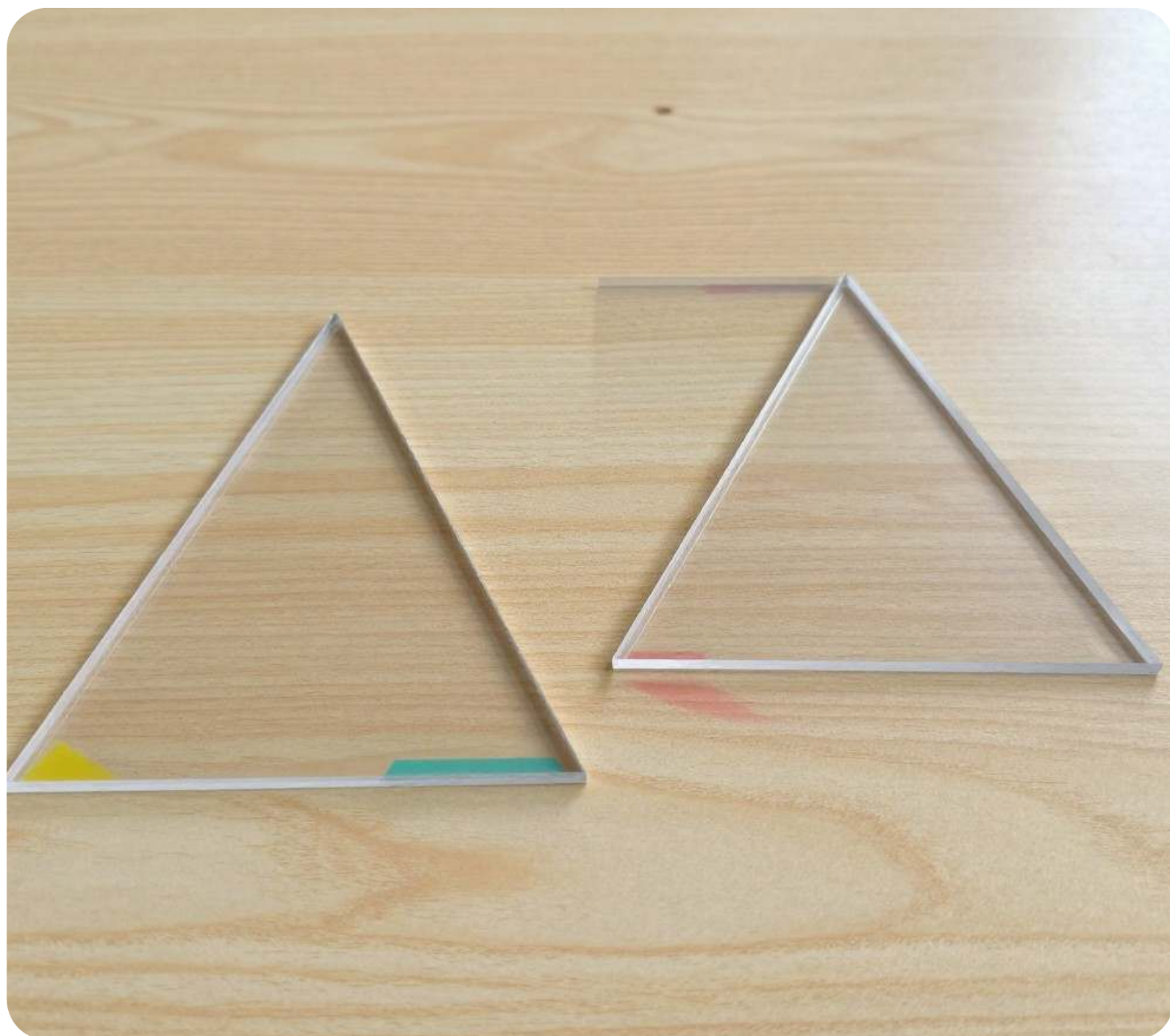
a	b	c	Проверка
3	4	5	$3^2+4^2=5^2$
5	12	13	$5^2+12^2=13^2$
6	8	10	$6^2+8^2=10^2$

Теорема Пифагора (классическая связь сторон в прямоугольном треугольнике).

Для некоторых целых наборов сторон равенство $c^2 = a^2 + b^2$ выполняется сразу, поэтому они подходят для прямоугольных треугольников.

Эти примеры показывают: если сумма квадратов двух сторон совпадает с квадратом третьей, то третья — гипотенуза.

Связь сторон и углов



01

Как «видно» углы по катетам

В прямоугольном треугольнике большему катету противолежит больший острый угол. Меньшему катету соответствует меньший острый угол, поэтому длины катетов отражают величины углов.

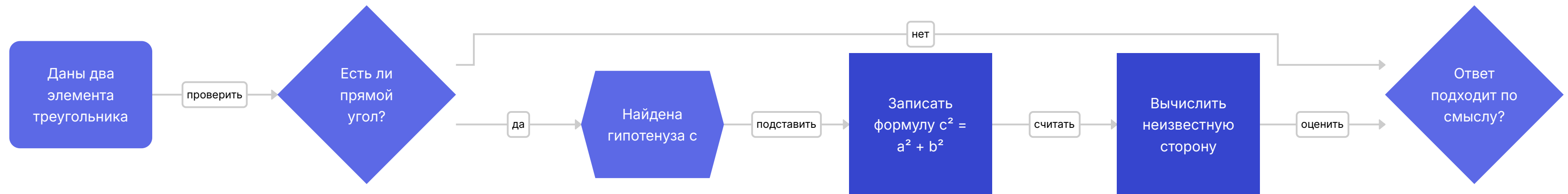
02

Пример для острых углов

Например, если один острый угол равен 30° , второй обязательно равен 60° , ведь сумма острых углов равна 90° . Это помогает сравнивать треугольники даже без точных измерений.

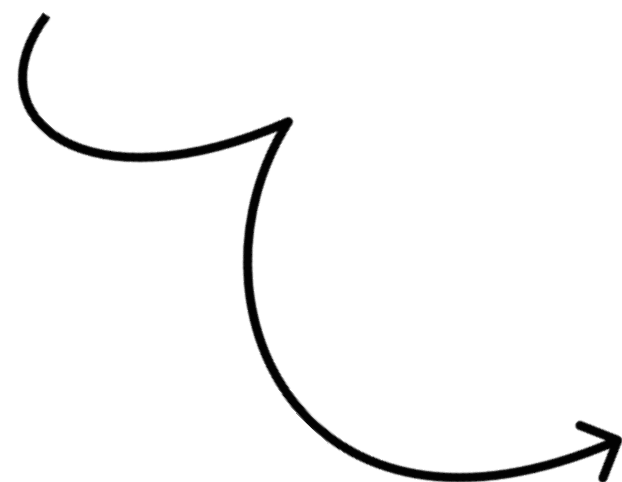
Как найти неизвестную сторону в прямоугольном треугольнике

Алгоритм построен на проверке прямого угла и использовании формулы $c^2 = a^2 + b^2$.





Для прямоугольного треугольника медиана к гипотенузе делит её на две равные части. Это свойство удобно, когда известна только гипотенуза.

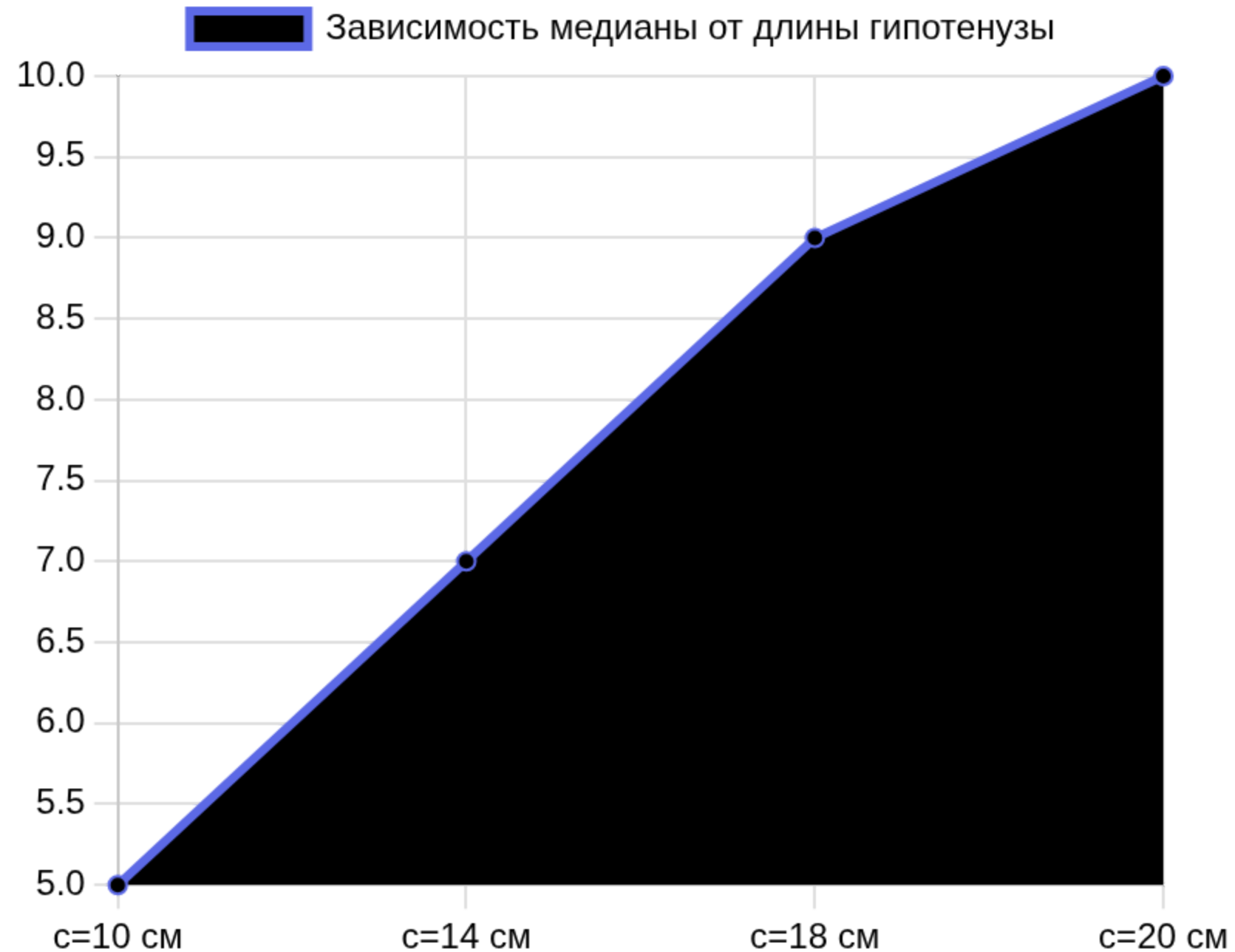



$$\frac{1}{2}$$

Медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

Свойство медианы в прямоугольном треугольнике (следует из геометрии подобных треугольников и классических соотношений).

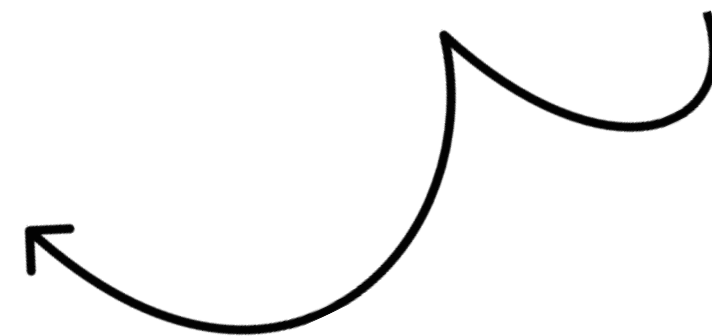
Медиана и гипотенуза: числовая зависимость



Для каждого значения гипотенузы медиана получается ровно вдвое меньше, что видно по точкам на графике.

Линия показывает постоянное правило: медиана к гипотенузе равна половине гипотенузы. По двум точкам подтверждается закономерность, по четырём — устойчивость.

Расчёты по правилу медианы к гипотенузе для прямоугольного треугольника (без внешних измерений).



Признаки равенства прямоугольных треугольников

01

Два прямоугольных треугольника равны, если у них совпадают два катета: равный прямой угол уже задан, а оставшиеся стороны и углы «подстраиваются» под эти катеты.

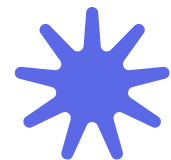
02

Также треугольники равны, если совпадают гипотенуза и один катет: по этим данным однозначно восстанавливается второй катет и все нужные углы.

03

Такие признаки помогают доказывать равенство без сравнения всех сторон и углов; поэтому их часто используют в школьных чертежах и доказательствах.

Когда прямоугольные треугольники равны



Признак	Что известно	Вывод
1	Два катета равны	Треугольники равны
2	Гипотенуза и один катет равны	Треугольники равны

Таблица: признаки равенства прямоугольных треугольников. Для сравнения достаточно двух соответствующих элементов, если один из них — гипотенуза, или если известны оба катета.

Достаточно двух соответствующих элементов. В прямоугольных треугольниках прямой угол автоматически одинаков, поэтому оставшиеся параметры фиксируются по выбранным сторонам.

Курс геометрии 7 класса: признаки равенства прямоугольных треугольников.



Подборка для иллюстраций: треугольник $30^\circ-60^\circ-90^\circ$



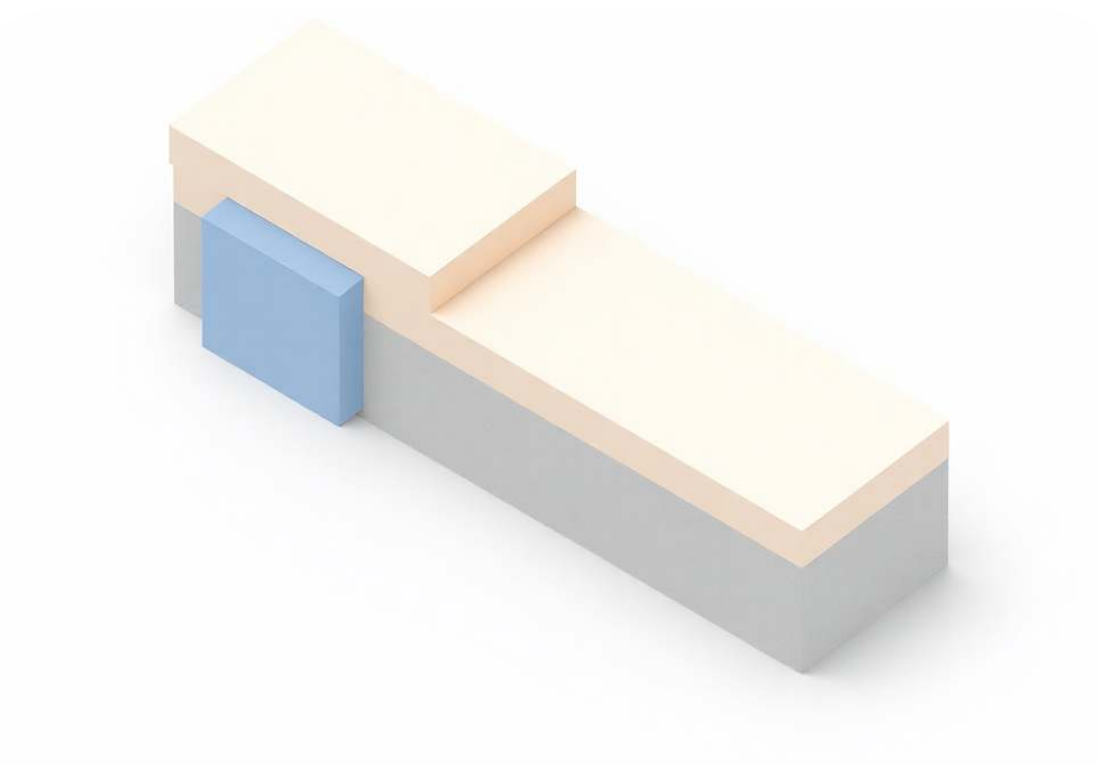
Пара углов: 30° и 60°

Представьте прямоугольный треугольник, где один острый угол — 30° . Тогда второй автоматически становится 60° , потому что сумма острых углов равна 90° . На рисунке удобно подписать оба угла, чтобы сразу видеть причину связей между сторонами.



Катет против 30°

В этом треугольнике катет, лежащий напротив угла 30° , оказывается самым «маленьким». Он равен половине гипотенузы. Для иллюстрации проведите линию и отметьте, что гипотенуза вдвое больше выбранного катета — это легко проверить на схеме.



Соотношение сторон $1 : \sqrt{3} : 2$

Можно изобразить треугольник так, чтобы меньший катет считался за 1 часть. Тогда больший катет будет равен $\sqrt{3}$ частям, а гипотенуза — 2 частям. Такая картинка помогает быстро запомнить числа и составить опорный рисунок для задач.

Соотношение сторон $1 : \sqrt{3} : 2$



По диаграмме видно ключевое правило: меньший катет равен половине гипотенузы. Это удобно использовать, когда известна гипотенуза, но не хватает катетов.

Значения в условных частях показывают, что второй катет отличается от первого множителем $\sqrt{3}$, а гипотенуза — двойником меньшего катета. Правило работает для всех масштабов.

Свойства специального треугольника $30^\circ-60^\circ-90^\circ$: стандартные соотношения сторон ($\sqrt{3} \approx 1.732$).



Как проверить, является ли треугольник прямоугольным

01

Если известны длины всех трёх сторон, выберите самую большую. Именно она потенциально должна быть гипотенузой, а две остальные — катетами.

02

Далее проверьте равенство по теореме Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$. Здесь c — выбранная большая сторона, а a и b — две другие.

03

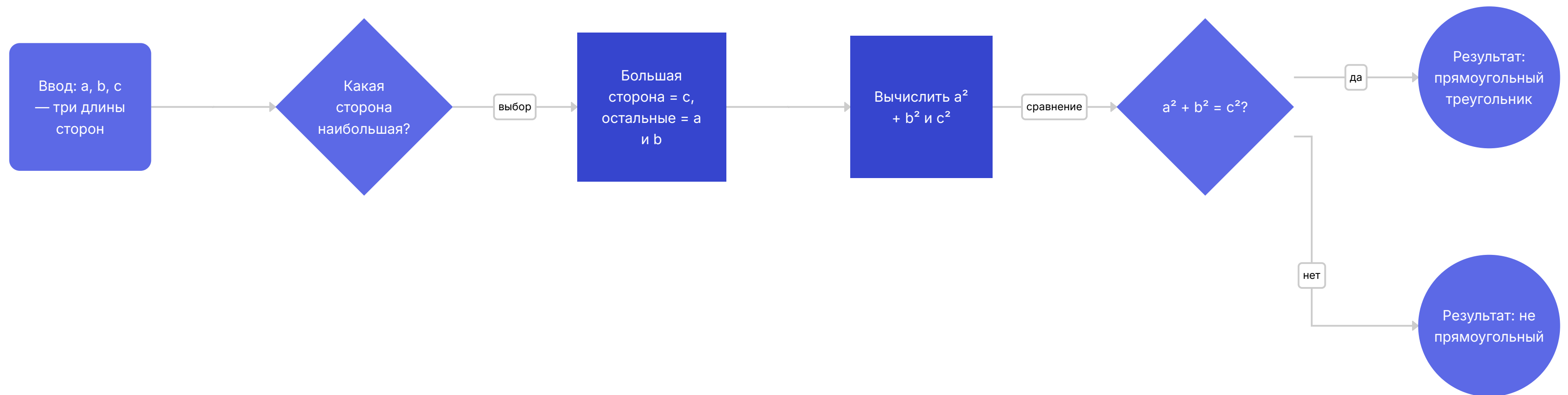
Если равенство выполняется, треугольник прямоугольный. Если оно не выполняется, прямого угла быть не может — треугольник не является прямоугольным.

04

Такой способ особенно полезен в задачах, где даны числа для трёх сторон и нужно быстро определить вид треугольника без угломера.

Алгоритм проверки треугольника

Проверка прямого угла по теореме Пифагора (по трём длинам сторон).

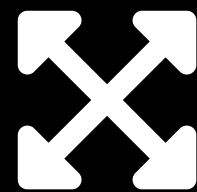


Высота, опущенная на гипотенузу



Высота делит треугольник на два

Высота проводится из прямого угла к гипотенузе и разбивает исходный треугольник на два меньших прямоугольных треугольника. Их удобно сравнивать по подобию.



Треугольники подобны

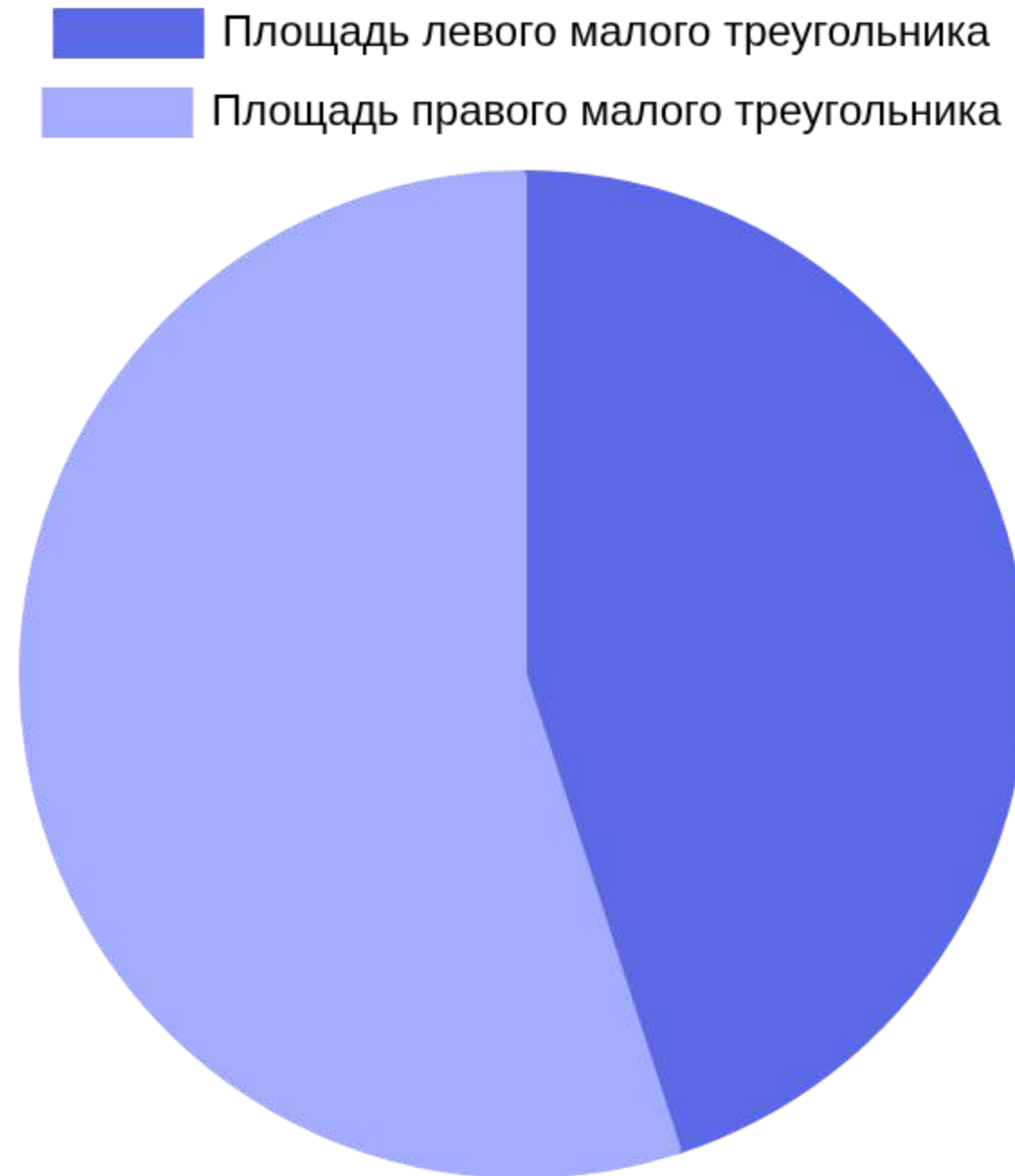
Получившиеся треугольники подобны исходному и друг другу. Благодаря этому одинаковые углы и «пропорциональные» стороны связывают отрезки на гипотенузе с высотой.



Пропорции помогают находить длины

Свойство высоты используют, чтобы находить части гипотенузы и длину самой высоты по отношениям сторон. Это часто сокращает вычисления в задачах.

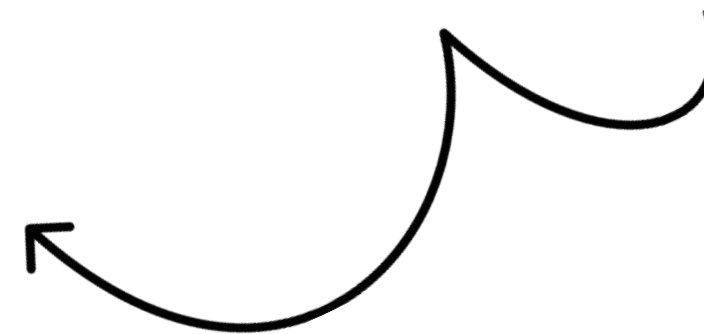
Площадь исходного треугольника и его частей



После проведения высоты к гипотенузе исходная фигура превращается в сумму площадей двух маленьких прямоугольных треугольников.

Если сложить площади двух частей, получается площадь исходного треугольника. Подобие сохраняет форму, а размеры меняются, поэтому вычисления остаются «собранными».

Свойство площадей при разбиении по высоте; иллюстрация к подобию треугольников (учебный материал по теме высоты к гипотенузе).



Применение свойств прямоугольного треугольника

Измерения на местности

Определяют высоту дерева или длину предмета по длине тени и расстоянию до точки наблюдения. Прямоугольный треугольник появляется в основании и лучах света.

Навигация и карты

На координатной плоскости применяют прямоугольные треугольники для вычисления расстояний между точками. Часто это делается через формулу с квадратами расстояний.

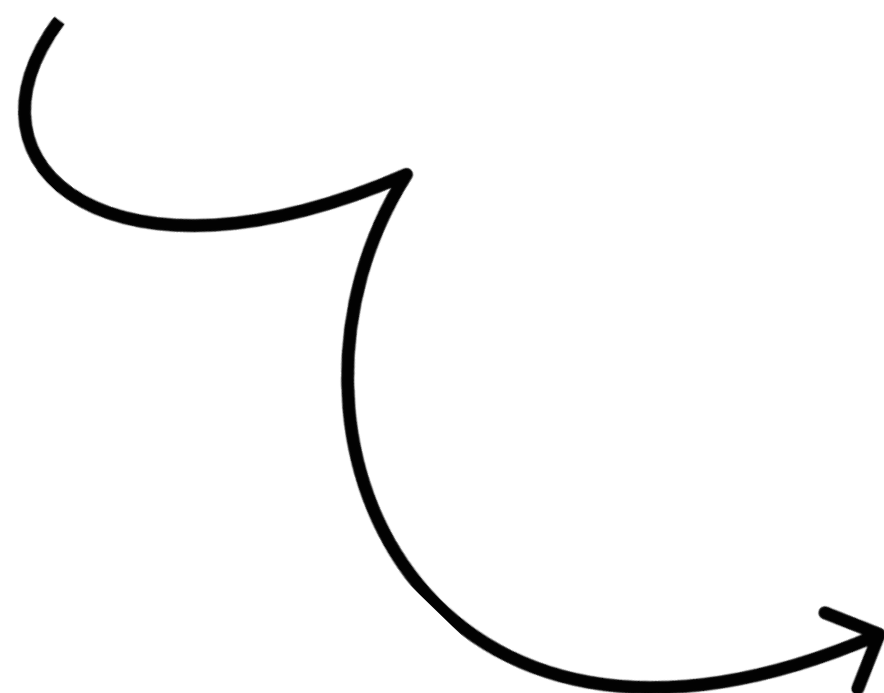
Учебная задача

Вычисляют стороны по теореме Пифагора, проверяют, прямоугольный ли треугольник, и находят неизвестные отрезки на чертежах.

Строительство и черчение

Проверяют диагонали, прокладывают прямые линии, рассчитывают длину лестницы или части конструкций. Здесь важны точные соотношения катетов и гипотенузы.

Запоминаем главное



В прямоугольном треугольнике один угол равен 90° , а острые дают 90° . Гипотенуза больше катетов, работает теорема Пифагора, медиана к гипотенузе равна её половине. Признаки равенства по двум катетам и по гипотенузе с катетом помогают доказывать.

