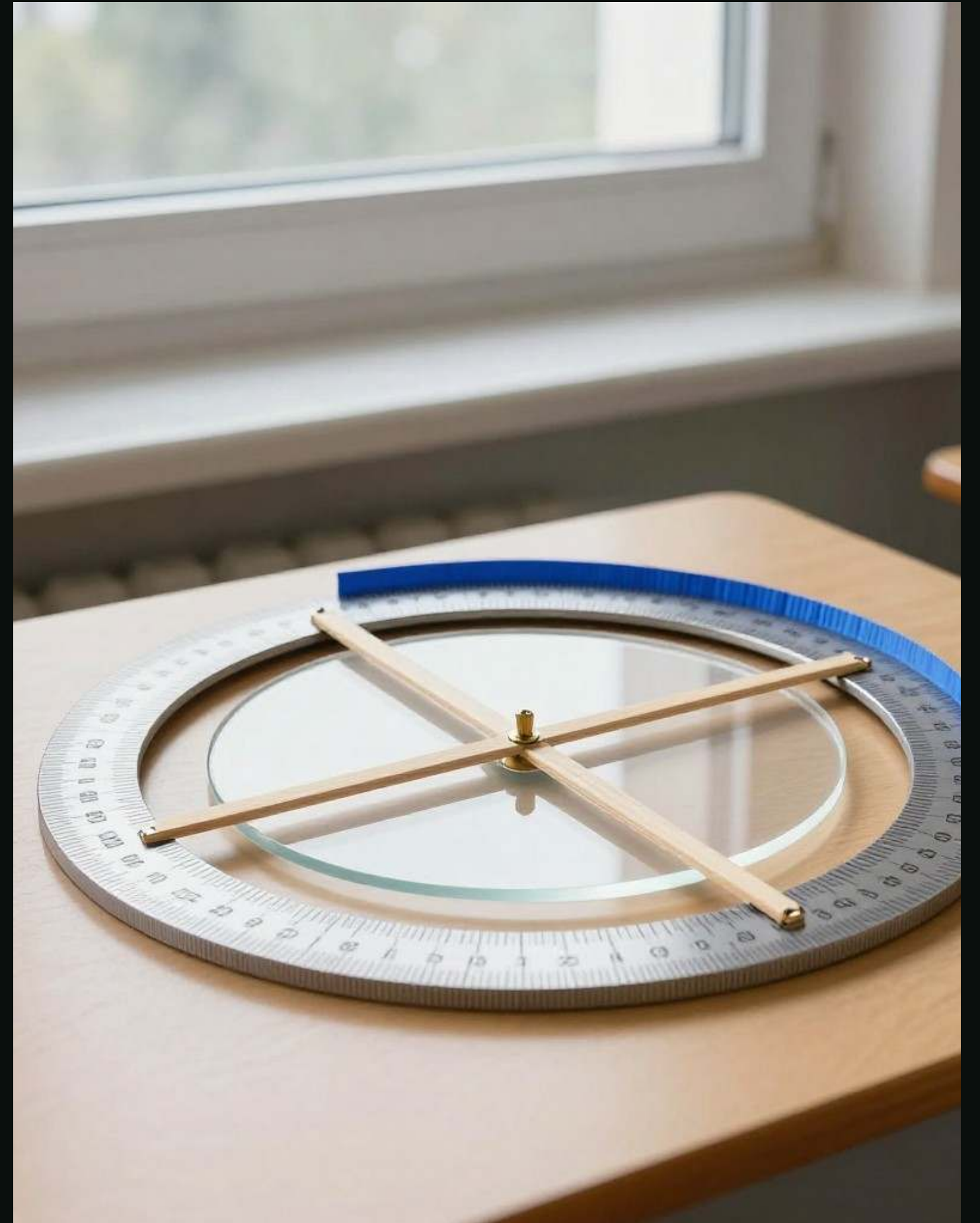


Центральные углы и дуги окружности

Изучаем, как угол и дуга связаны в круге.



Круги вокруг нас



Центральные углы встречаются в часах, колёсах, диаграммах и чертежах. Они помогают сравнивать части круга и переводить рисунок в градусы, чтобы решать геометрические задачи точно и понятно.

Что такое центральный угол

Вершина в центре

Центральный угол называют так потому, что его вершина находится в центре окружности. Это отличает его от обычных углов, которые могут располагаться в любой точке.

1

Стороны — радиусы

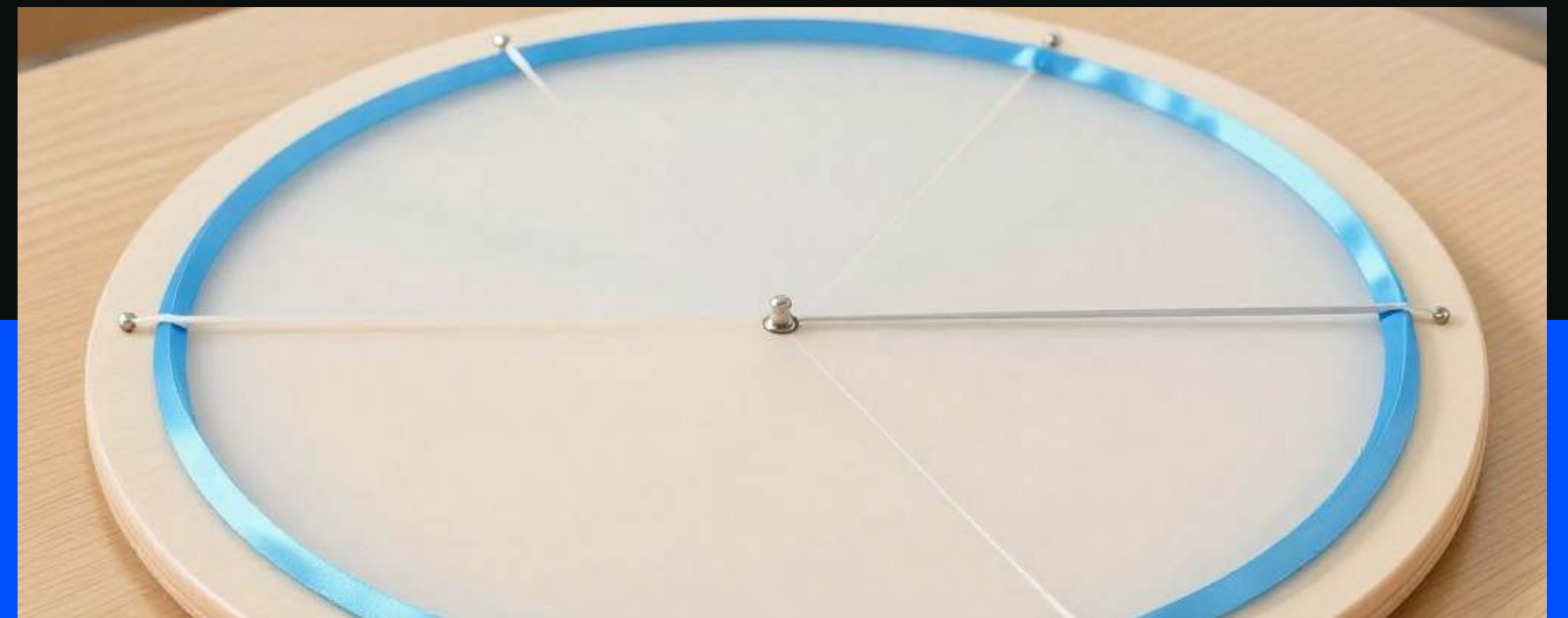
Стороны центрального угла всегда являются радиусами. Они выходят из одной точки — центра окружности — и образуют сектор, ограниченный двумя лучами и дугой.

2

Связь с дугой

Каждый центральный угол опирается на дугу окружности. Их градусные меры совпадают: если угол равен 60° , то и дуга имеет 60° .

3



Основные элементы окружности



Центр окружности

Центр — это точка, от которой на одинаковом расстоянии находятся все точки окружности. Именно из этой точки удобно строить радиусы, диаметры и центральные углы.

Радиус

Радиус соединяет центр окружности с любой точкой на ней. Все радиусы одной окружности равны, а длина радиуса помогает находить диаметр и сравнивать части круга.

Диаметр

Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он состоит из двух радиусов, поэтому всегда в два раза длиннее радиуса.

Хорда

Хорда соединяет две точки окружности прямым отрезком. В отличие от диаметра, она не обязана проходить через центр, но тоже связывает точки на окружности.

Дуга

Дуга — это часть окружности между двумя её точками. Именно дуга соответствует центральному углу, поэтому её градусная мера определяется через этот угол.

360°

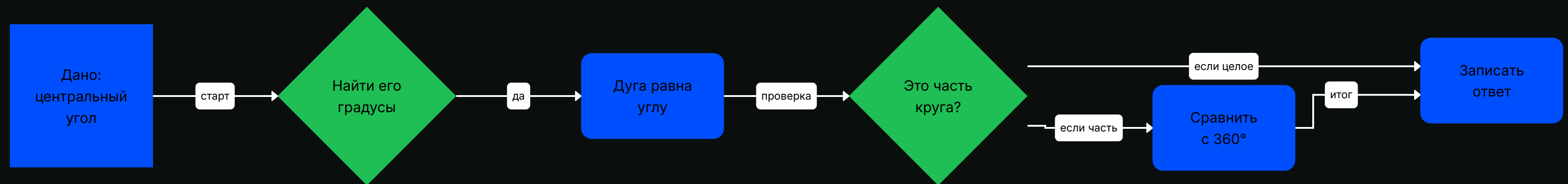
— это градусная мера полного круга,
с которой сравнивают любые его части.

Свойство центрального угла и дуги окружности

Это основа всех задач: полный
круг берут за целое, а остальные
дуги и углы выражают через него.

Как найти дугу по центральному углу

Последовательность действий при решении простых задач на окружность

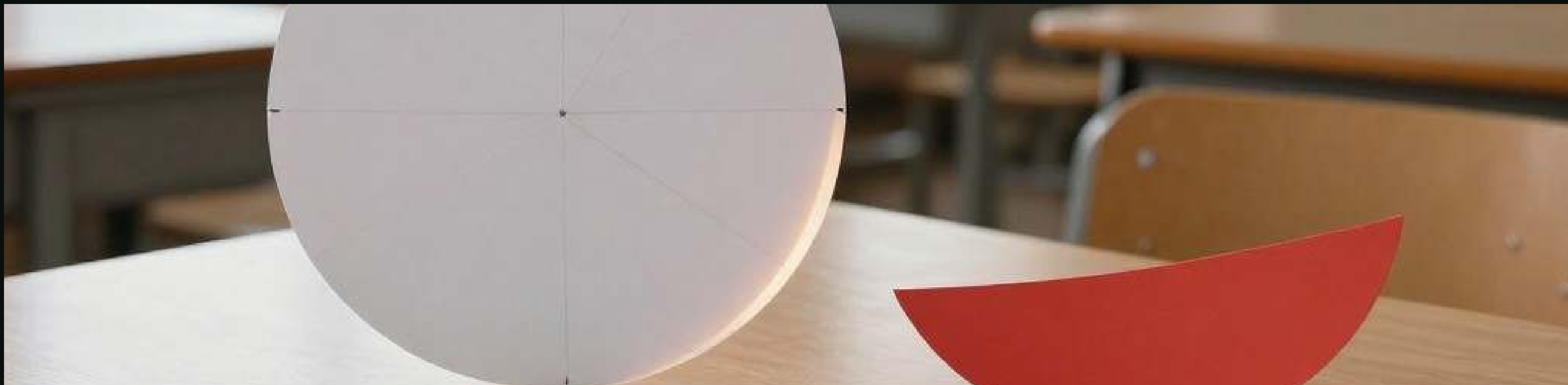


Части окружности в градусах

Круговая диаграмма помогает быстро увидеть, как дроби круга переводятся в градусы и как изменяется размер сектора.

Чем больше доля круга, тем больше её градусная мера; всё удобно считать от 360° .

Полный круг, полуокружность и развернутый угол



「1」

Полный круг

Полный круг содержит 360° . Это основное число для всех вычислений с окружностью: через него находят доли круга, проверяют ответы и сравнивают части одной фигуры.

「2」

Полуокружность

Полуокружность составляет 180° , то есть ровно половину круга. Если круг разделён на две равные части, каждая из них будет полуокружностью и соответствующей дугой.

「3」

Развернутый угол

Развернутый угол тоже равен 180° . Его стороны лежат на одной прямой, поэтому он удобен для проверки того, совпадает ли сумма частей с половиной круга.

Примеры соответствия углов и дуг

Угол	Дуга
30°	30°
45°	45°
90°	90°
120°	120°
180°	180°

В таблице показано, что для центрального угла и дуги градусные меры совпадают. Это помогает быстро проверять решения.

Все приведённые значения лежат в пределах одного круга и подтверждают правило равенства мер.

Свойство центрального угла и дуги окружности

Сумма дуг и соседние углы



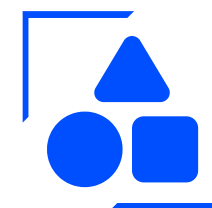
Полный круг

Если два центральных угла в сумме дают 360° , их дуги вместе образуют полный круг. Это удобно при проверке, правильно ли разделена окружность на несколько частей.



Половина круга

Когда сумма равна 180° , соответствующие дуги составляют полуокружность. Такое соотношение часто появляется при делении круга на две, четыре или шесть равных частей.



Проверка в задачах

Соседние углы и дуги помогают искать ошибки: если части не дают 360° или 180° , значит, в расчёте есть неточность. Это быстрый способ самопроверки.

Центральный угол в реальных объектах



Когда круг делится на равные сектора

Колесо велосипеда, циферблат часов и круглый пирог легко разбить на сектора. Каждый такой сектор образован двумя радиусами и дугой, поэтому наглядно показывает центральный угол и его часть круга.



Доли круга вокруг нас

В жизни часто сравнивают половины, четверти и восьмые части круга. Так удобно видеть, как одна форма делится на равные доли, а затем переводится в градусы для точного ответа.

Сравнение дуг одного круга

Чем больше угол, тем длиннее дуга и тем больше сектор занимает места на окружности.

Все значения растут пропорционально: мера дуги совпадает с мерой центрального угла, а 180° обозначает половину круга.

Учебный материал по геометрии для 7 класса, обобщение правил измерения дуг и центральных углов.

Как решаются задачи на части круга

1. Определить целое

Сначала записывают, что полный круг равен 360° . Это отправная точка для любых вычислений с дугами и долями окружности.

2. Найти известную величину

Затем определяют, что дано в задаче: градусная мера угла, длина дуги или доля круга. От этого зависит способ решения.

3. Перевести в нужную форму

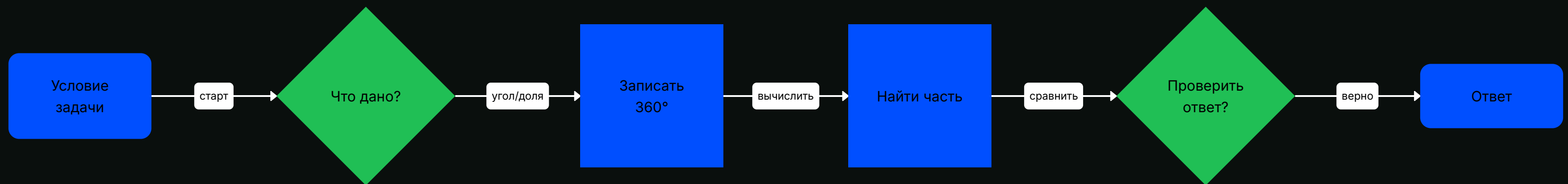
Если дана доля, её переводят в градусы через 360° . Если дан угол, то соответствующая дуга имеет ту же меру.

4. Проверить ответ

В конце сравнивают результат с рисунком и убеждаются, что сумма частей не превышает 360° или 180° там, где это требуется.

Алгоритм решения задач на центральный угол и дугу

Последовательность действий при работе с чертежом, где нужно найти угол, дугу или долю круга.



Типичные ошибки и правильные утверждения

Сравнение помогает быстро запомнить, что в теме окружности важно различать разные элементы и их свойства.

Ошибки возникают из-за смешения понятий. Если помнить определения, задачи на окружность решаются точнее и быстрее.

Систематизация основных определений и свойств темы «Центральные углы и дуги окружности».

Ошибка	Правильно
Дуга = хорда	Хорда — отрезок
$180^\circ = 360^\circ$	180° — полуокружность
Вершина не важна	Вершина в центре

Зачем нужна эта тема дальше



Длина окружности

Центральные углы помогают понимать, какую часть окружности занимает дуга, а значит, легче связывать её с длиной всей окружности.



Площадь круга

При делении круга на сектора удобно рассматривать части фигуры и переходить к более сложным вычислениям площади без путаницы.



Вписанные углы

Понимание центра, дуги и сектора подготавливает к теме вписанных углов, где важно видеть связь между частями одной окружности.



Круговые чертежи

Круговые схемы и диаграммы становятся понятнее, когда можно точно определить доли круга в градусах и сравнить их между собой.

Проверка знаний на примерах

На каждом примере дуга имеет ту же градусную меру, что и угол, который ей соответствует.

Правило работает для любых углов: 72° , 135° и 240° . Последний пример показывает дугу больше половины круга.

Учебные примеры по теме центральных углов и дуг окружности.

Мини-набор основных правил

Угол и дуга

Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается. Это главное правило, по которому находят и сравнивают части окружности.

1

Полный круг

Вся окружность соответствует 360° . Это число используют как основу для перевода долей круга в градусы и обратно при решении задач.

2

Полукруг

Половина круга равна 180° . Это удобно помнить, когда нужно проверить, составляют ли две дуги полуокружность или развернутый угол.

3

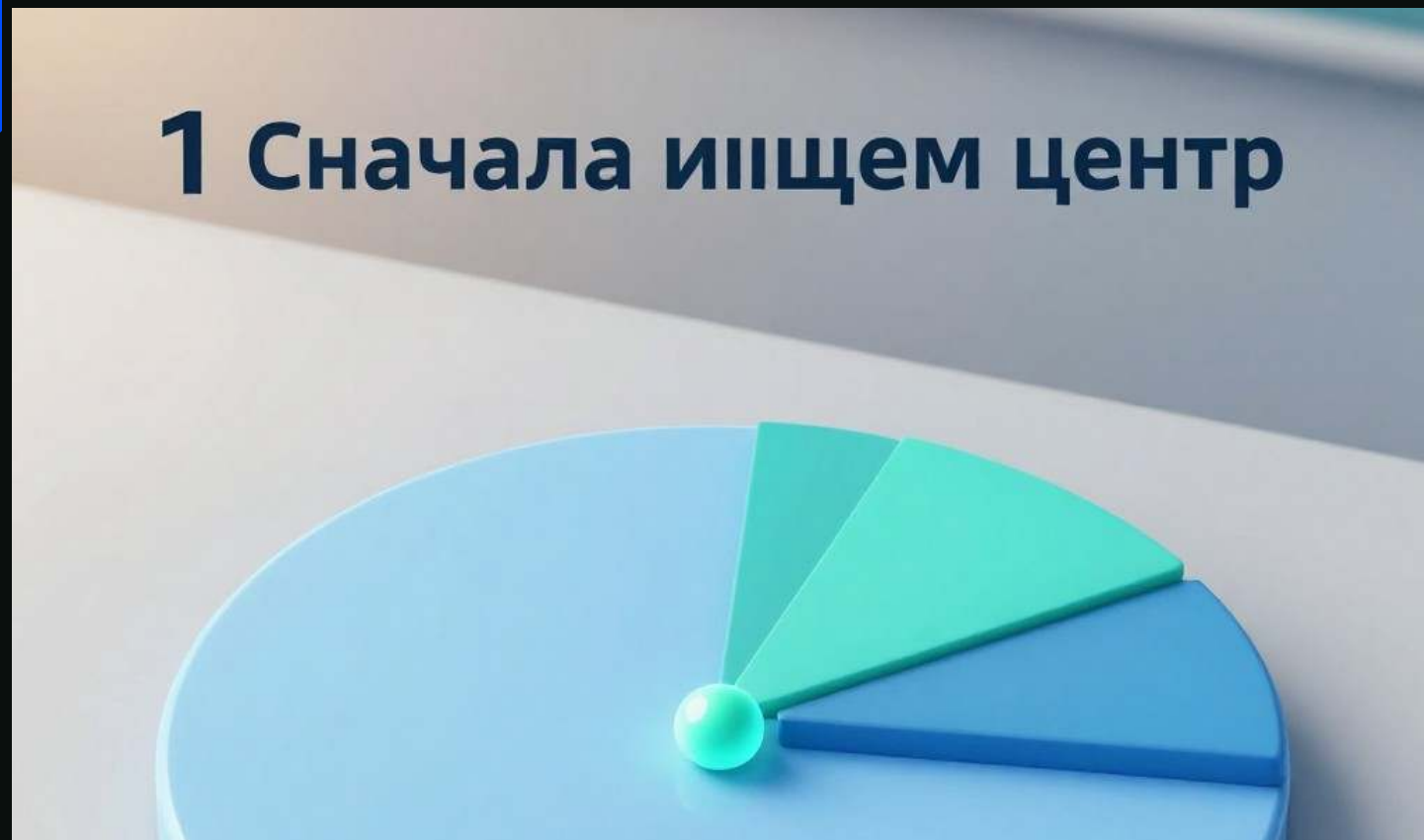
Равные части

Если окружность разделена на n равных частей, одна часть равна $360^\circ/n$. Так находят величину каждого сектора в делении круга.

4

Как читать рисунок с окружностью

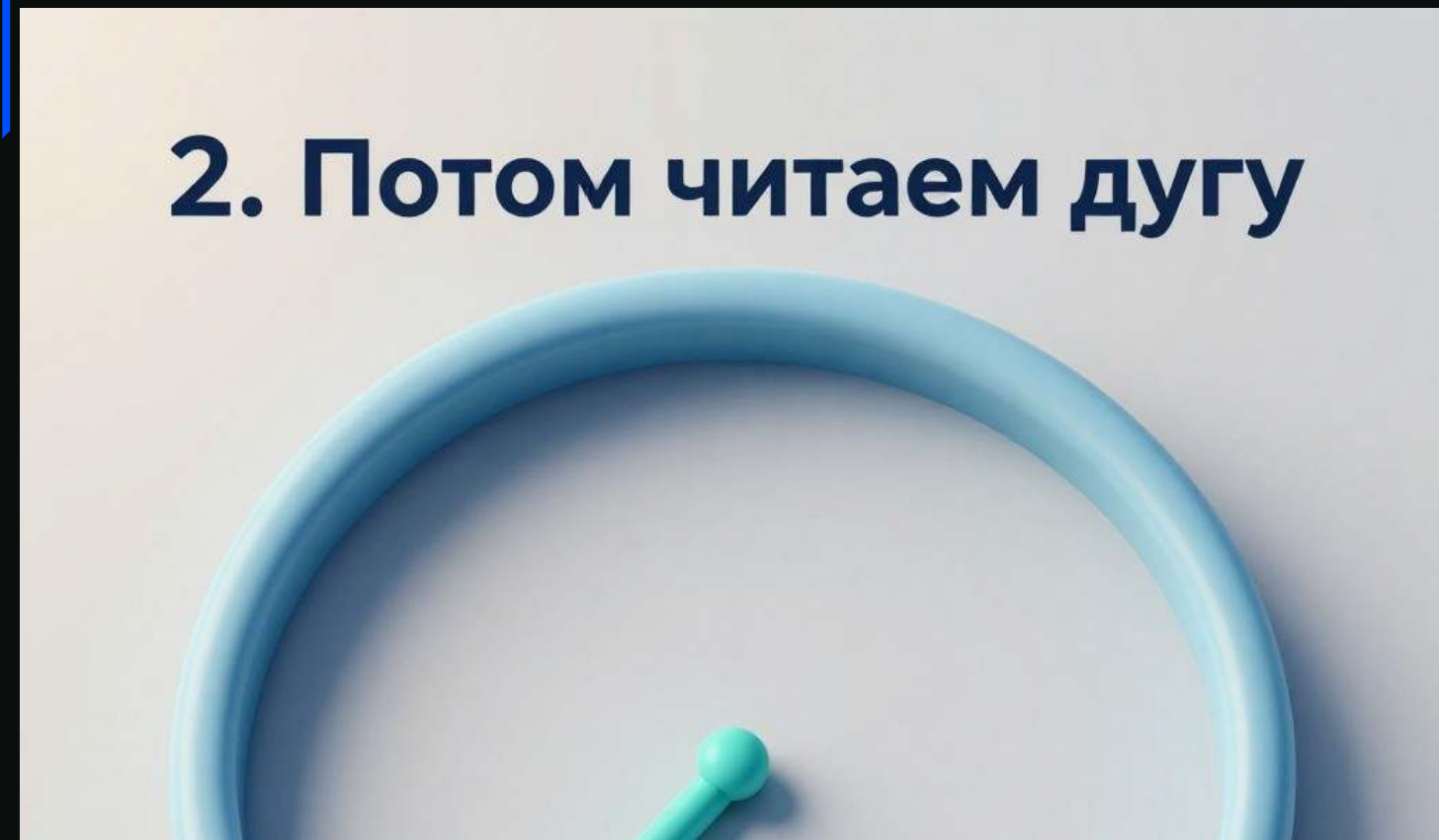
1 Сначала ищем центр



Сначала ищем центр

На рисунке важно сразу найти центр окружности. От него идут два радиуса, которые образуют центральный угол и показывают границы сектора. Если выделен один цвет, значит, элементы относятся к одной части круга.

2. Потом читаем дугу



Потом читаем дугу

Следующий шаг — увидеть дугу между концами радиусов. Именно она соответствует этому углу, поэтому их градусные меры одинаковы. Подписи и цвет помогают не перепутать дугу с хордой или соседним участком окружности.

Главный вывод темы

Центральный угол и дуга одной окружности имеют одинаковую градусную меру. Если помнить про 360° в полном круге, можно легко находить части окружности и уверенно решать задачи.