

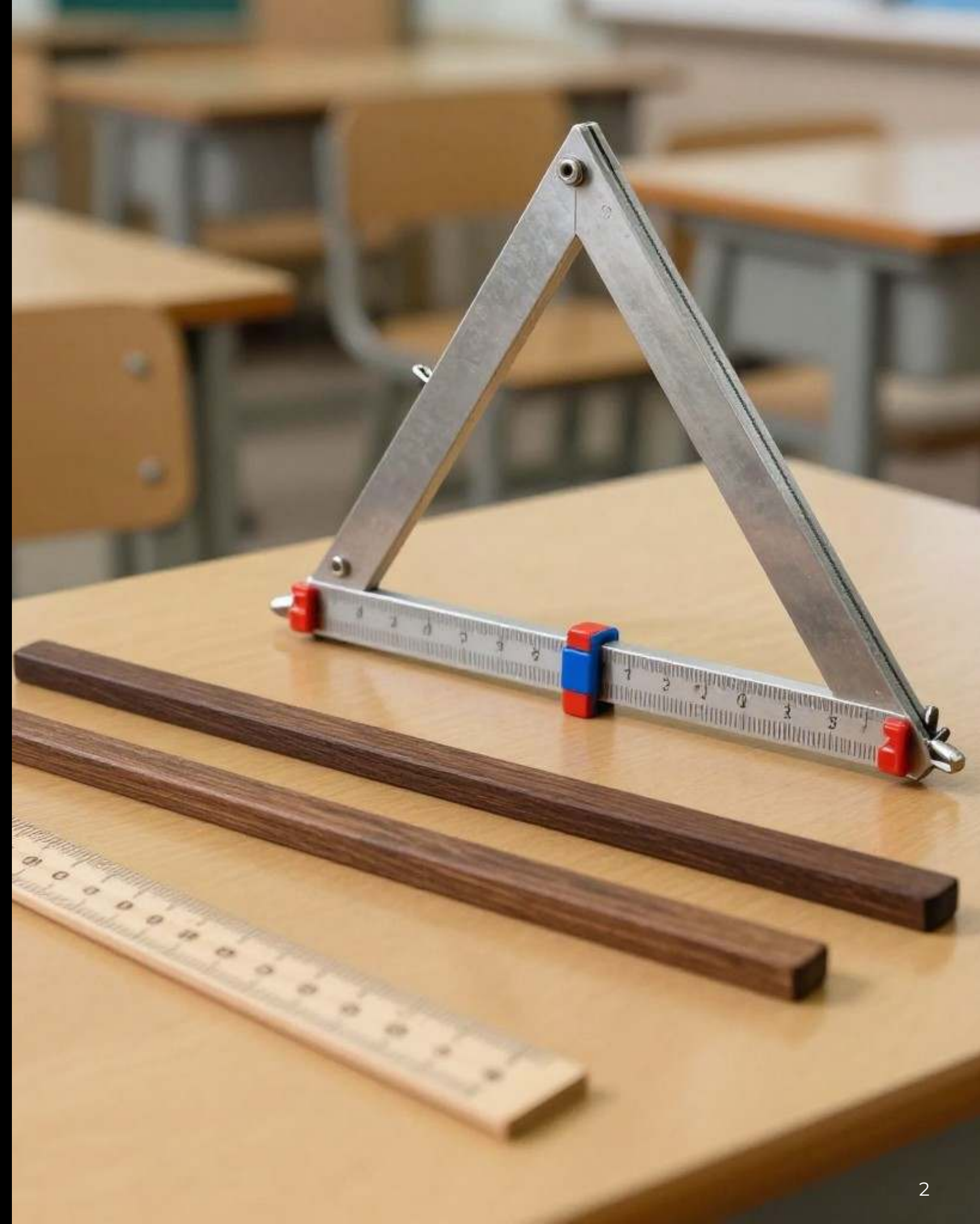
Теорема Фалеса: пропорции и параллельные прямые

Параллельные прямые делят стороны фигуры на пропорциональные отрезки.



От Фалеса к школьной геометрии

Идея теоремы Фалеса соединяет древнюю геометрию с современным школьным курсом: от простого чертежа — к точным пропорциям, доказательствам и умению находить неизвестные длины.



Формулировка теоремы Фалеса

1. Параллельные прямые

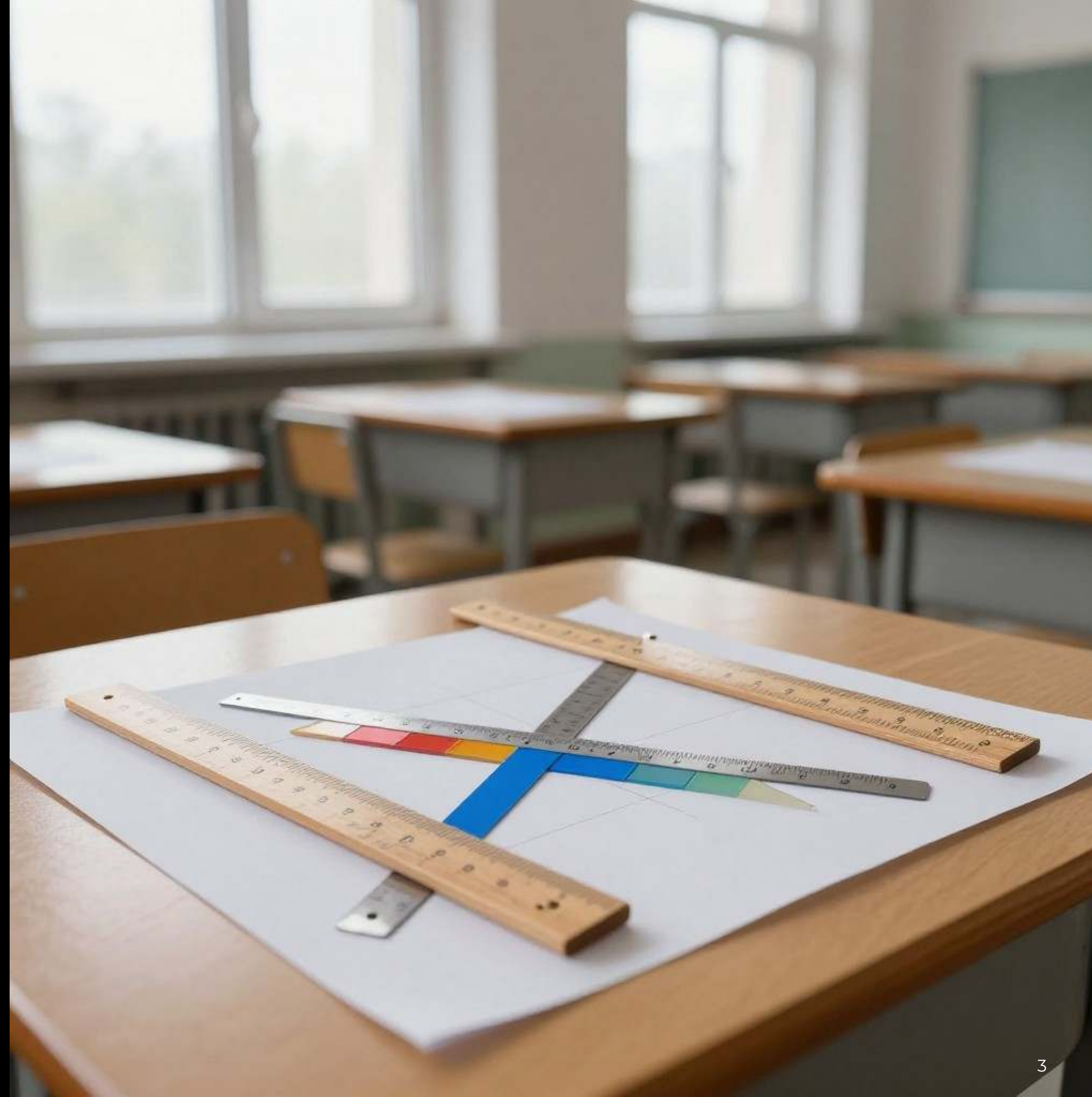
Если несколько параллельных прямых пересекают две секущие, они отсекают на них отрезки, связанные одинаковыми отношениями. Это и есть основа теоремы Фалеса в общем виде.

2. Случай угла

Когда параллели пересекают стороны угла, точки деления на одной стороне соответствуют точкам на другой стороне. Поэтому части сторон оказываются пропорциональными друг другу.

3. Постоянный коэффициент

Какую бы пару соответствующих отрезков мы ни выбрали, их отношение сохраняется. Именно эта устойчивость позволяет точно решать задачи на длины и построения.



Чертеж к теореме Фалеса

Вершина угла

На рисунке удобно выделить вершину угла и две его стороны: именно они служат опорой для всех дальнейших построений и измерений.

Семейство параллелей

Несколько параллельных прямых пересекают обе стороны угла и создают одинаково устроенные промежутки, по которым можно сравнивать отрезки.

Соответствующие части

Отрезки между соседними параллелями на одной стороне сопоставляются с такими же отрезками на другой стороне, поэтому их отношения совпадают.

Подписи длин

Если рядом указать длины, становится видно, что пропорции подтверждаются не только на глаз, но и численно.

1:2

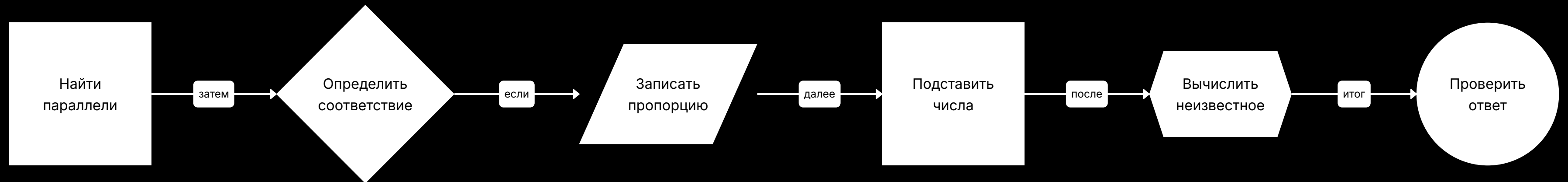
**такое отношение
сохраняется у всех
соответствующих
отрезков на обеих
сторонах угла**

Именно одинаковое отношение позволяет быстро находить неизвестную длину по известной паре отрезков.

Формулировка теоремы Фалеса

Как применяется теорема Фалеса в задачах

Алгоритм решения по чертежу с параллельными прямыми и известными длинами



Соответствие отрезков на двух сторонах угла

Примеры показывают, что пары соответствующих отрезков сохраняют одно и то же отношение.

Во всех строках отношение одинаково, значит, деление сторон происходит пропорционально.

Параллель	1-я сторона	2-я сторона	Отношение
1	2 см	4 см	1:2
2	3 см	6 см	1:2
3	5 см	10 см	1:2

Иллюстрация к теореме Фалеса

Пропорции отрезков на диаграмме

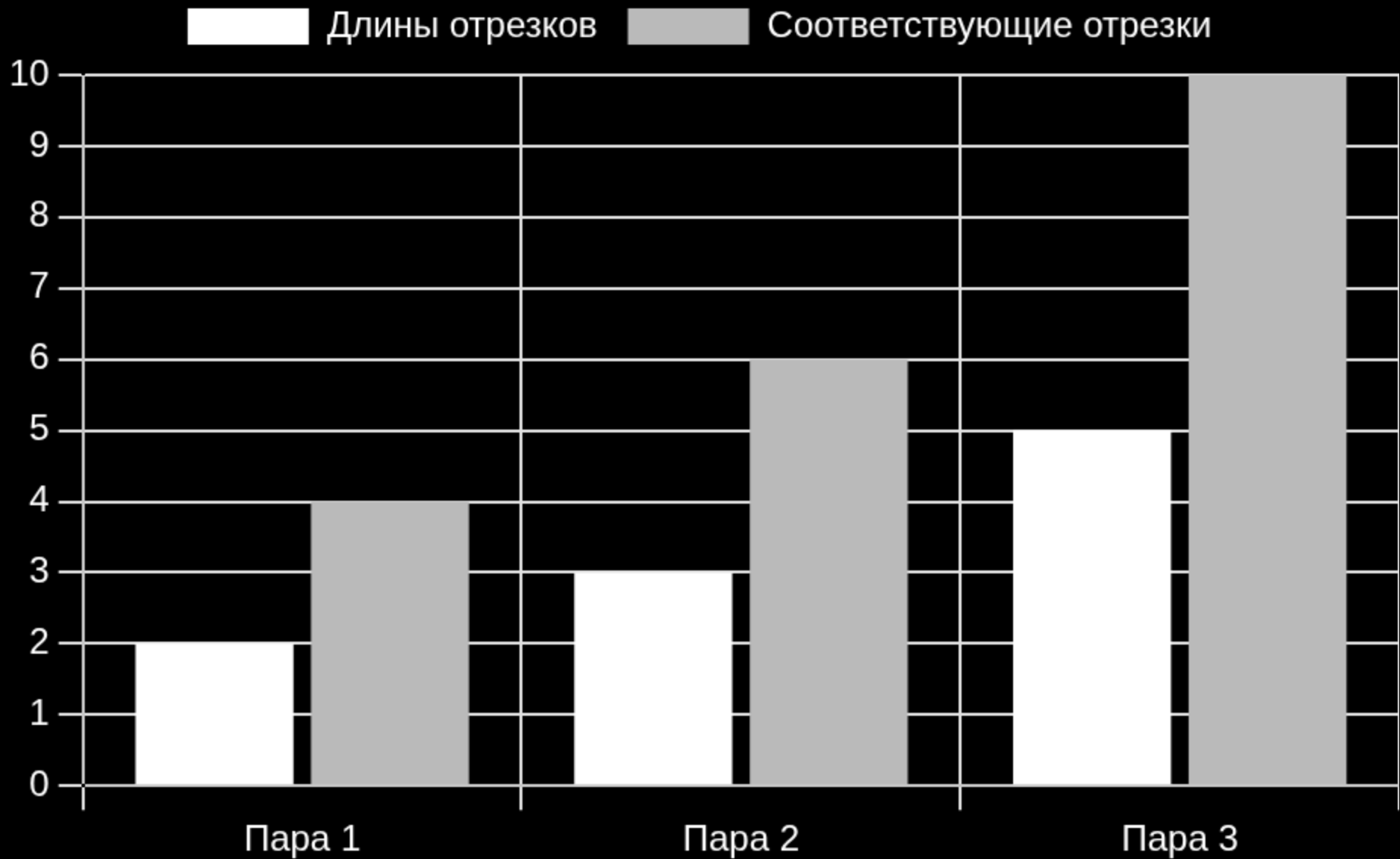


Диаграмма наглядно показывает, что в каждой паре второй отрезок вдвое длиннее первого.

Постоянное отношение 1:2 подтверждает, что параллельные прямые сохраняют одинаковый коэффициент деления.

Учебный пример к теореме Фалеса

Связь теоремы Фалеса с подобием треугольников



Параллель к основанию

Если через точку на стороне треугольника провести прямую, параллельную основанию, сразу появляются два треугольника с одинаковой формой, но разными размерами.



Равные углы

У подобных треугольников соответствующие углы равны. Это следствие параллельности помогает понять, почему чертеж сохраняет правильную форму при делении сторон.



Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных треугольников пропорциональны. Поэтому можно находить неизвестную длину, если известны другие стороны и их отношение.



Геометрический вывод

Теорема Фалеса работает как частный случай более общего свойства подобия. Она связывает параллели, отношения отрезков и вычисления в одной задаче.

Частный случай: деление отрезка на равные части

Шаг 1. Равные отметки

На вспомогательном луче откладывают одинаковые отрезки подряд, чтобы задать нужное число частей.

Шаг 2. Последняя точка и параллели

Последнюю отметку соединяют с концом исходного отрезка, а через остальные точки проводят параллельные прямые.

Шаг 3. Равное деление

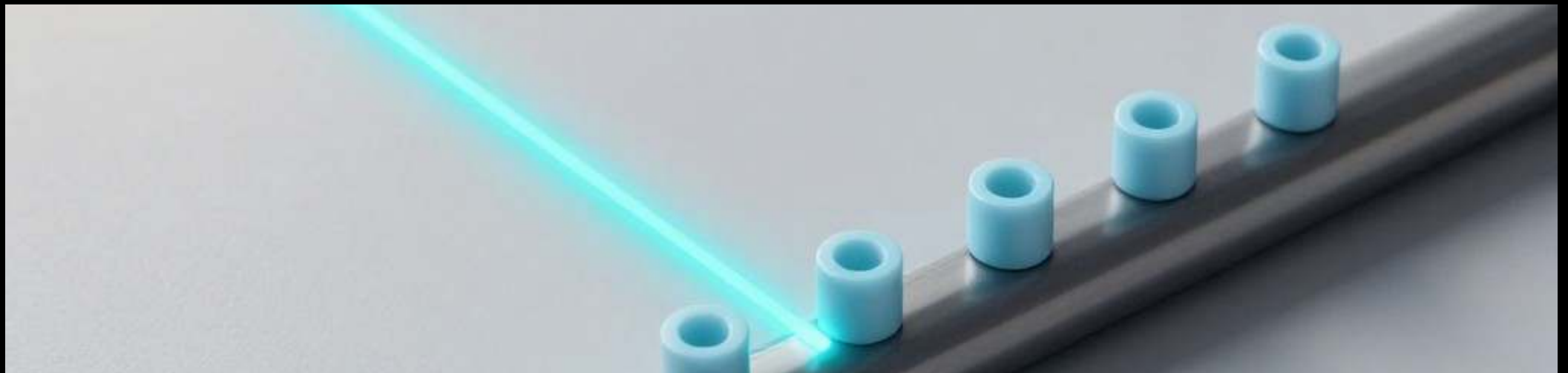
Полученные параллели делят исходный отрезок на равные части, потому что все соответствующие отрезки сохраняют одно и то же отношение.



Пошаговое построение через параллели

Луч и равные деления

Из конца исходного отрезка проводят вспомогательный луч и откладывают на нём несколько одинаковых отрезков. Так появляется удобная «линейка», по которой легко задать нужное число частей без лишних вычислений.



Соединение последней точки

Последнюю отмеченную точку соединяют с другим концом исходного отрезка. Эта прямая задаёт направление, по которому затем будут проводиться параллели. Именно она связывает вспомогательное построение с главным отрезком.

Соединение последней точки

Параллели и равные части

Через остальные отметки проводят прямые, параллельные соединяющей линии. Они пересекают исходный отрезок в точках, которые делят его на одинаковые части, потому что сохраняется одно и то же отношение отрезков.



Решение задач на неизвестный отрезок

1.

Найти пары

Сначала на чертеже отмечают, какие отрезки образованы одними и теми же параллелями. Без этого легко перепутать соответствующие части и записать неверную пропорцию.

2.

Записать отношение

Затем выбирают известные длины и связывают их в пропорцию. Если 3 см соответствуют 6 см, а неизвестный отрезок — 10 см, запись будет иметь вид $3/6 = x/10$.

3.

Вычислить x

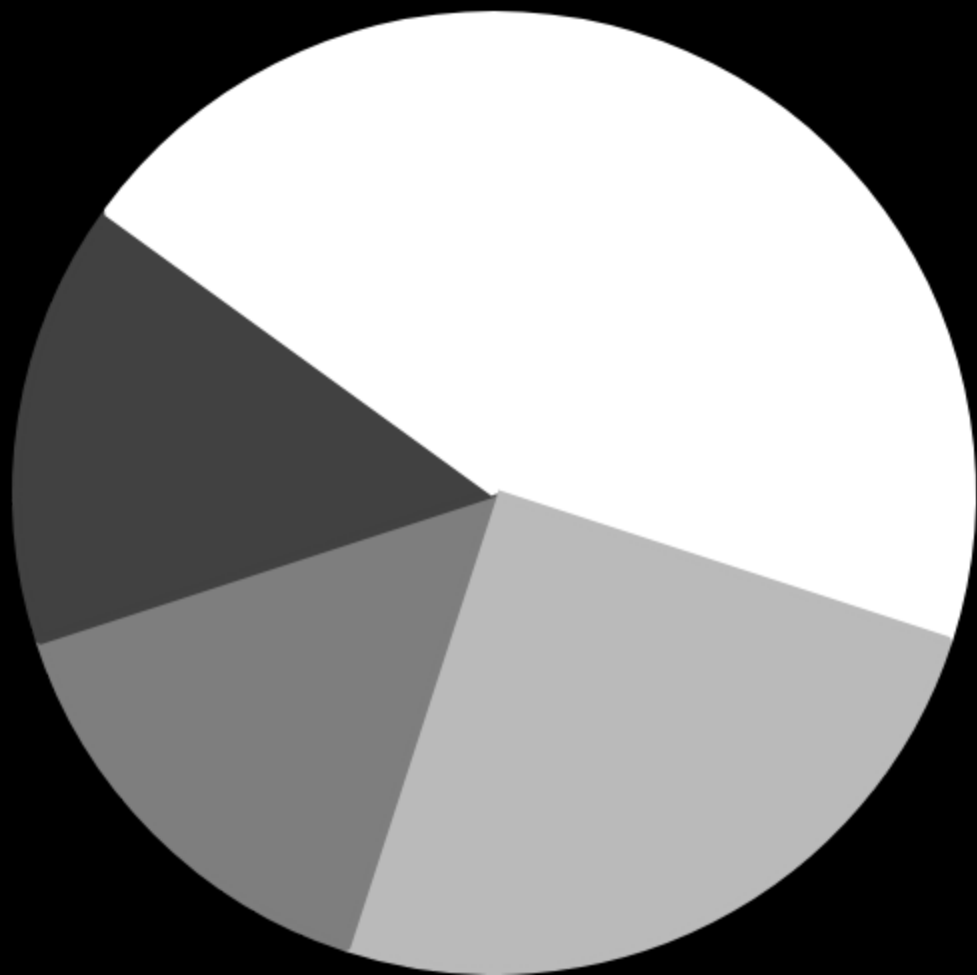
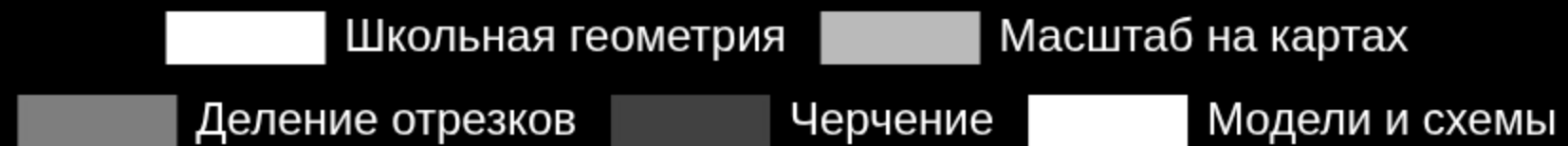
После преобразования пропорции находят неизвестное значение. В приведённом примере получается $x = 5$ см, потому что отношение сохраняется на обеих сторонах угла.

4.

Проверить ответ

В конце сравнивают результат с условием и рисунком. Полезно убедиться, что единицы измерения одинаковы и ответ не нарушает смысл задачи.

Где используются пропорции Фалеса



Пропорции Фалеса особенно полезны там, где нужно измерять косвенно: по чертежу, плану или модели, не трогая сам объект.

Основные применения связаны с геометрией и масштабом; именно они чаще всего требуют находить длины через пропорции.

Учебная схема по материалам презентации; оценочные доли для наглядной иллюстрации

Типичные ошибки при применении теоремы

Смещение соответствий

Часто берут отрезки, которые не лежат между одними и теми же параллелями. Тогда пропорция перестаёт отражать реальную связь между сторонами фигуры.

Нет параллельности

Если линии лишь «похожи на параллельные», но это не отмечено на чертеже, теорему применять нельзя. Условие параллельности должно быть задано точно.

Неверная пропорция

Иногда учащиеся меняют местами числитель и знаменатель в одной из дробей. Из-за этого получается правильная идея, но неправильный численный ответ.

Разные единицы

Сантиметры и миллиметры нельзя сравнивать напрямую. Сначала нужно привести длины к одной единице измерения, и только потом составлять пропорцию.

Записи теоремы в стандартных ситуациях

Ситуация	Запись	Смысл
Параллели в угле	$a/b = c/d$	Соответствующие стороны
Параллель в треугольнике	$x/y = m/n$	Подобные треугольники
Деление отрезка	1:1:1	Равные части

Школьный курс геометрии, тема «Теорема Фалеса»

Таблица показывает, как одна и та же идея записывается в трёх типичных задачах.

Во всех случаях сохраняется одно правило: параллельные прямые задают пропорциональные отрезки, а запись зависит только от рисунка.



Теорема Фалеса в реальной жизни

Карты и планы

На карте реальные расстояния уменьшаются в одном масштабе, поэтому линии и формы сохраняют пропорции. Это помогает читать план города, школьного кабинета или участка без прямого измерения.

Чертежи и модели

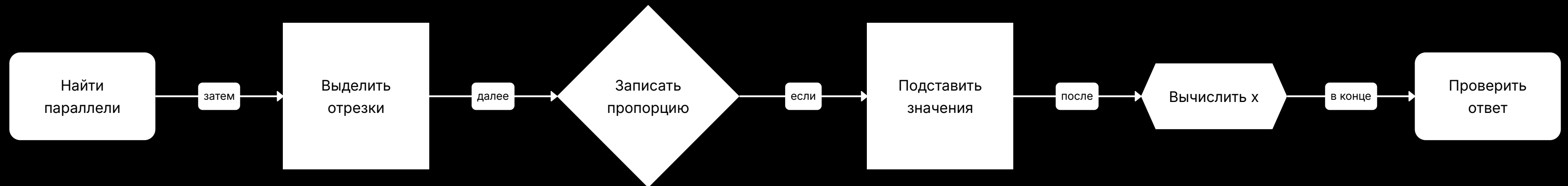
В архитектурных чертежах и макетах одинаковое отношение размеров позволяет передавать объект точно и понятно. Параллельные линии помогают сохранить правильную форму деталей.

Измерения на расстоянии

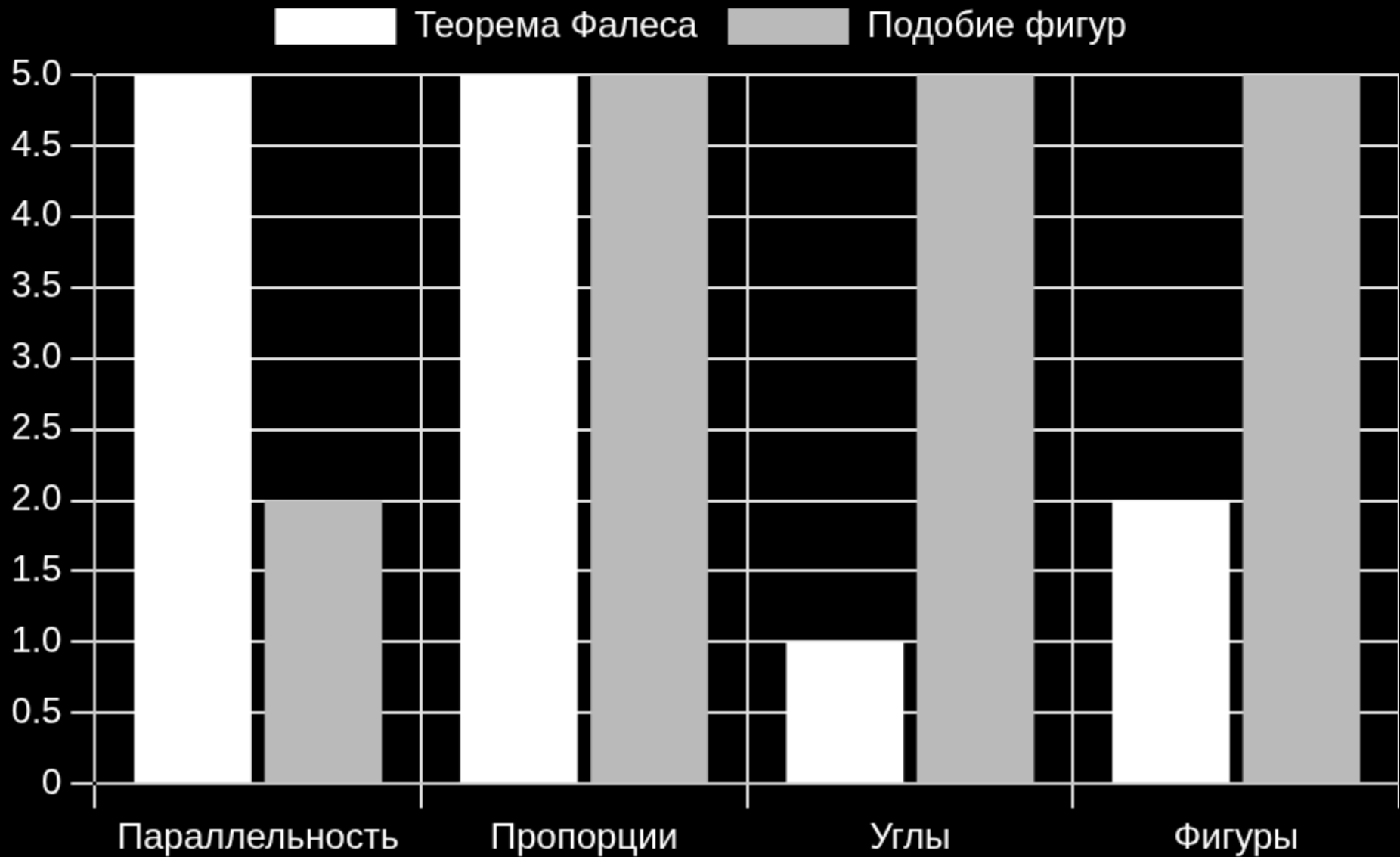
Если до объекта нельзя подойти, длину можно оценить по схеме или построению. Именно здесь теорема Фалеса делает косвенные вычисления надёжными и удобными.

Алгоритм решения задачи по теореме Фалеса

Последовательность действий при работе с чертежом и пропорцией



Теорема Фалеса и подобие: общее и различия



Обе темы опираются на пропорции, но по-разному: Фалес работает с отрезками, а подобие — с целыми фигурами.

Связь между ними помогает переходить от чертежа к сравнению фигур и обратно, не теряя точности построения.

Учебная сравнительная схема по теме «Теорема Фалеса и подобие треугольников»

Значение теоремы Фалеса для школьной геометрии

1. Учимся читать чертёж

Теорема Фалеса приучает замечать, какие отрезки связаны между собой, и видеть на рисунке не просто линии, а отношения между частями фигуры.

2. Переход к вычислениям

Она показывает, как из геометрической схемы получить числовой ответ. Это важный шаг от наблюдения к точному решению задачи с помощью пропорции.

3. Подготовка к подобию

После изучения теоремы легче понять подобие треугольников, потому что уже знакомы параллельные прямые, равные отношения и работа с соответствующими сторонами.

4. Полезность для 9 класса

Тема нужна для задач на масштаб, план местности и более сложные построения. Поэтому она остаётся одной из базовых в школьной геометрии.

Параллели, которые делают расчёт ТОЧНЫМ

Теорема Фалеса показывает простую, но важную идею:
параллельные прямые делят стороны фигуры пропорционально.
Благодаря этому чертежи, построения и вычисления становятся
понятными и точными.