

Понятие пропорции и её основное свойство

Изучаем, как отношения образуют пропорции и как их проверять.



Пропорции вокруг нас: от кухни до карты

Пропорции помогают сравнивать величины в рецептах, на чертежах, в покупках и при движении. На уроках математики они развивают умение работать с отношениями, дробями и уравнениями, а в дальнейшем становятся основой для более сложных задач.



Что такое отношение

Отношение показывает, сколько раз одна величина содержит другую или во сколько раз она больше. Его записывают двумя способами: $a:b$ или a/b .

Сравнивать можно только величины с одинаковыми единицами измерения. Например, 8 см и 4 см можно сопоставить, а сантиметры и килограммы — нет.

Отношение $8:4$ равно $2:1$. Это значит, что первая величина вдвое больше второй, а само сравнение можно упростить делением на одно число.

1

2

3

Определение пропорции



Пропорция — это равенство двух отношений, например $a:b = c:d$. Она показывает, что обе пары чисел выражают одно и то же соотношение.

Если $2:4 = 3:6$, то обе части равенства дают отношение $1:2$. Значит, числовые пары изменены, но пропорция сохранена.

В пропорции важно сохранять порядок чисел. Даже небольшая перестановка может изменить отношения и сделать равенство неверным.



Проверяя пропорцию, всегда нужно сравнивать именно отношения, а не только отдельные числа. Иначе можно получить ошибочный вывод.



Пропорция на примере смешивания сока

1

Сохранение вкуса

Если для напитка берут 1 стакан сиропа и 3 стакана воды, получается отношение 1:3. Такой состав определяет вкус и остаётся одинаковым при каждом приготовлении.

2

Увеличение порции

Когда берут 2 стакана сиропа и 6 стаканов воды, отношение тоже равно 1:3. Значит, обе части увеличили в одно и то же число раз, а пропорция сохранилась.



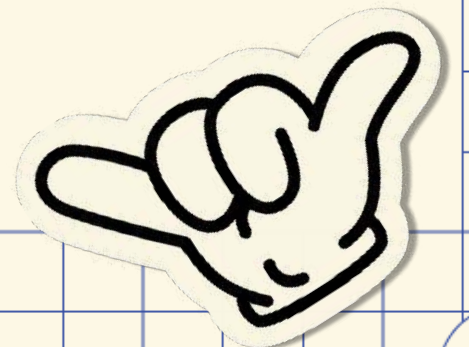
Члены пропорции



В записи $a:b = c:d$ числа a и d называют крайними членами. Они стоят по краям пропорции и участвуют в основном свойстве.

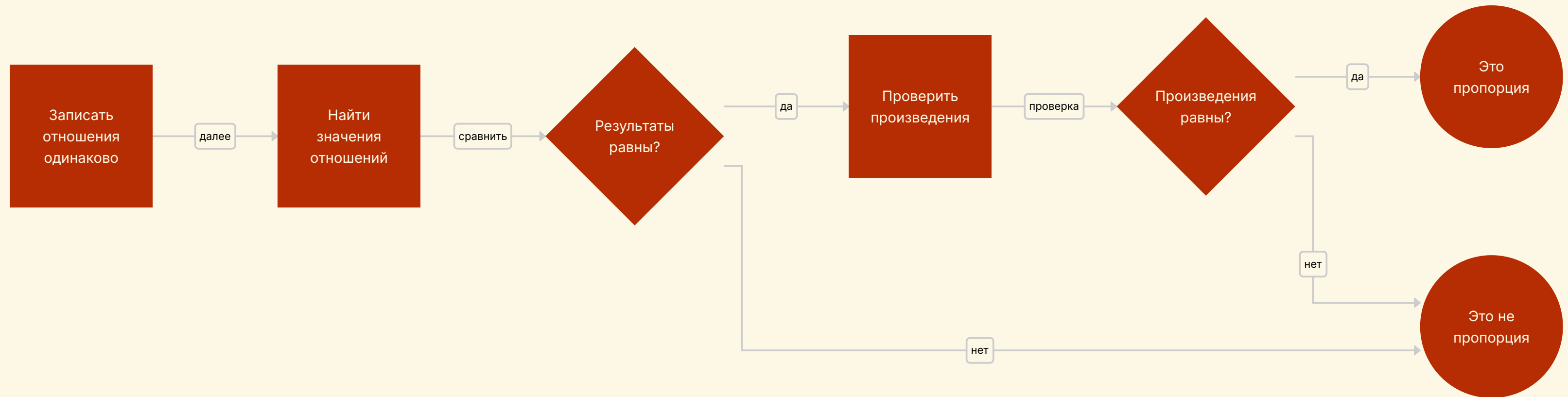
Числа b и c называют средними членами. Именно их произведение сравнивают с произведением крайних, когда проверяют верность равенства.

Порядок чисел менять нельзя: $3:5 = 6:10$ — верно, а $3:5 = 10:6$ — нет. При перестановке соотношение уже другое.



Проверка равенства на пропорцию

Последовательность действий показывает, как убедиться, что два отношения равны.



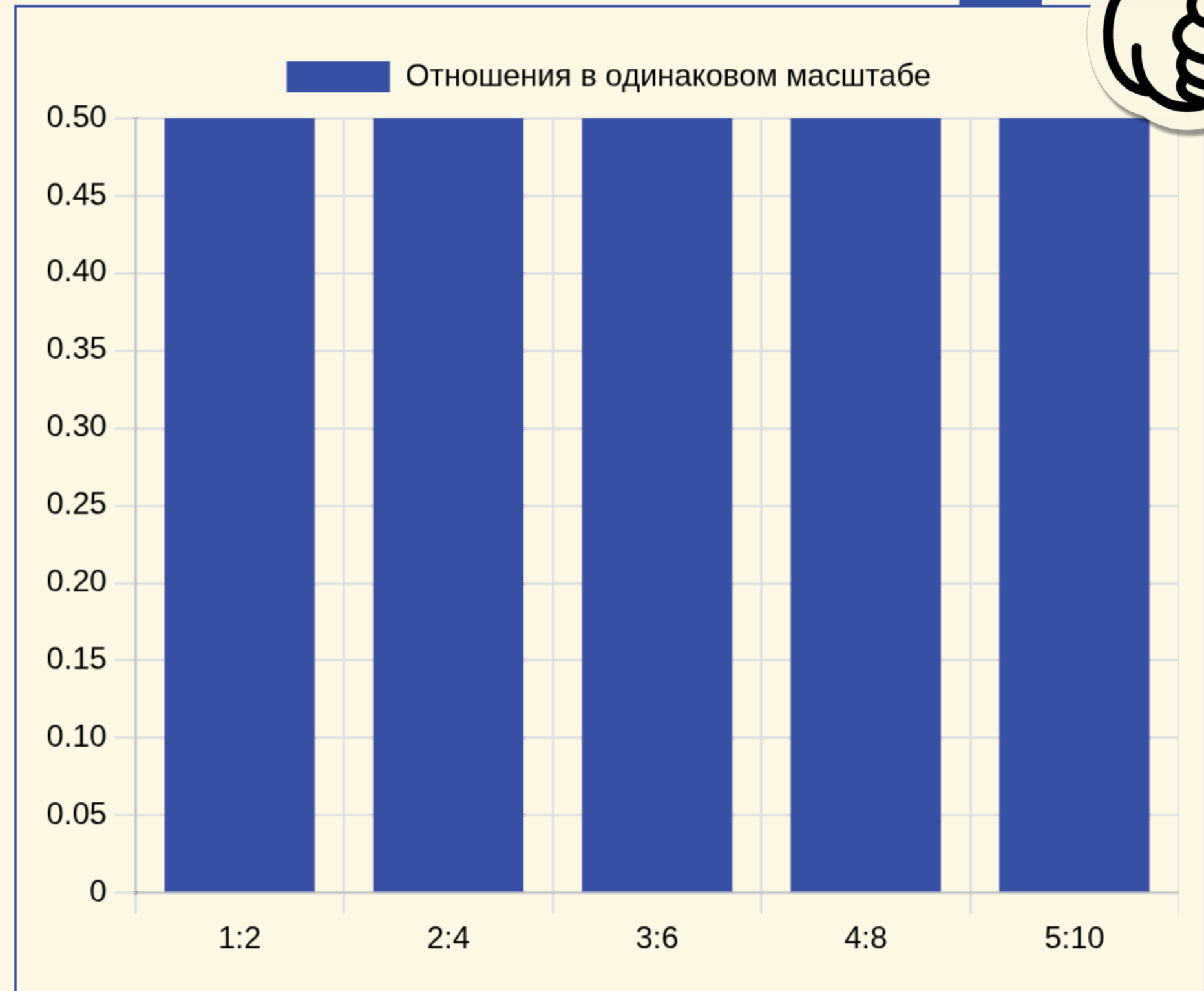
Сравнение одинаковых отношений



Все пары чисел уменьшаются или увеличиваются вместе, поэтому отношение остаётся одинаковым.

При пропорциональном изменении чисел значение отношения не меняется.

Учебный пример по теме «Пропорция»



Основное свойство пропорции

Если $a:b = c:d$, то произведение крайних членов равно произведению средних: $a \times d = b \times c$. Это главный признак верной пропорции.

Свойство помогает не только проверять равенства, но и решать задачи, где один из членов неизвестен. Тогда пропорцию можно превратить в уравнение.

Например, в записи $2:5 = 4:10$ получаем $2 \times 10 = 5 \times 4 = 20$. Равенство произведений подтверждает, что пропорция составлена правильно.

Проверка пропорций на числовых примерах

Сравним произведения крайних и средних членов в нескольких записях.

Если произведения равны, равенство является пропорцией; если нет — пропорции нет.

Учебные примеры по теме «Пропорция»

													</	

Как найти неизвестный член пропорции



Сначала определяют, какой член пропорции неизвестен, и записывают равенство в удобном виде. Затем используют основное свойство: произведение крайних членов равно произведению средних.

В пропорции $3:5 = 9:x$ получаем $3x = 5 \times 9$. После вычисления 45 делят на 3, поэтому $x = 15$, и равенство становится верным.

Если неизвестен один из крайних членов, его находят делением результата произведения на известный множитель. Так переходят от уравнения к ответу без лишних шагов.



Этот приём подходит для любых пропорций с одним неизвестным членом. Главное — не менять порядок чисел и правильно определить, какие из них являются средними и крайними.

Перекрёстное умножение в записи пропорции

Какие числа перемножают

В записи $a:b = c:d$ перемножают крайние члены a и d , а затем средние b и c . Полученные произведения сравнивают между собой, чтобы проверить равенство.

Как помогает схема со стрелками

Схема со стрелками показывает, какие числа связаны между собой. Она помогает не перепутать порядок действий и быстрее запомнить, что умножение идёт по диагонали.



Как из одной пропорции получить другую



Шаг 1. Исходная запись

Берут верную пропорцию и проверяют, что оба отношения действительно равны друг другу.

Шаг 2. Одинаковое изменение

Оба отношения умножают или делят на одно и то же ненулевое число, не нарушая равенство.

Шаг 3. Новая пропорция

Получают другую, но тоже верную пропорцию, которую удобно использовать для упрощения вычислений.

Прямая пропорциональность на графике



Точки на графике выстраиваются в ровную линию, поэтому зависимость легко увидеть даже без вычислений.

При увеличении x в одинаковое число раз y изменяется так же. Это признак прямой пропорциональности.

Учебный пример, значения заданы в условии задачи.



Пропорции в задачах на движение



При постоянной скорости расстояние и время изменяются пропорционально: чем дольше движется объект, тем больше путь он проходит за то же самое время.

Если скорость равна 60 км/ч, то за 2 часа путь будет вдвое больше, чем за 1 час. Это удобно проверять по формуле $s = v \cdot t$.

В таких задачах один из трёх величин обычно неизвестен: расстояние, скорость или время. Чтобы его найти, составляют пропорцию и применяют основное свойство.



Полезно заранее привести данные к одинаковым единицам измерения. Тогда решение получается короче, а проверка ответа не вызывает затруднений.



Масштаб как пример пропорции

Масштаб показывает, во сколько раз изображение уменьшено по сравнению с реальным объектом.

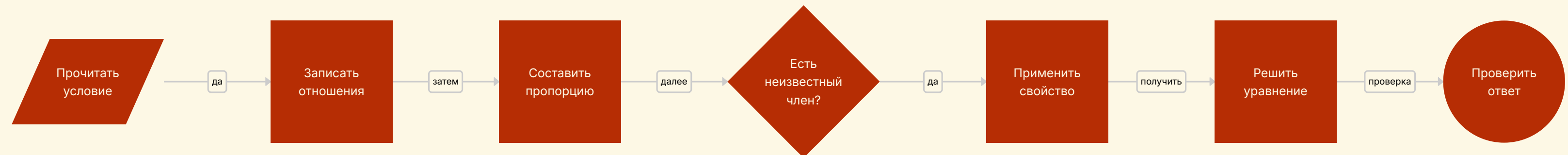
Чем больше знаменатель масштаба, тем сильнее уменьшено изображение и тем крупнее реальный объект.

Учебные примеры для объяснения масштаба.

Масштаб	На плане	В действительности
1:100	1 см	100 см
3 см	3 см	3 м
1:1000	1 см	10 м

Алгоритм решения задач с пропорцией

Последовательность действий при решении задач на цену, масштаб, движение и сравнение величин.



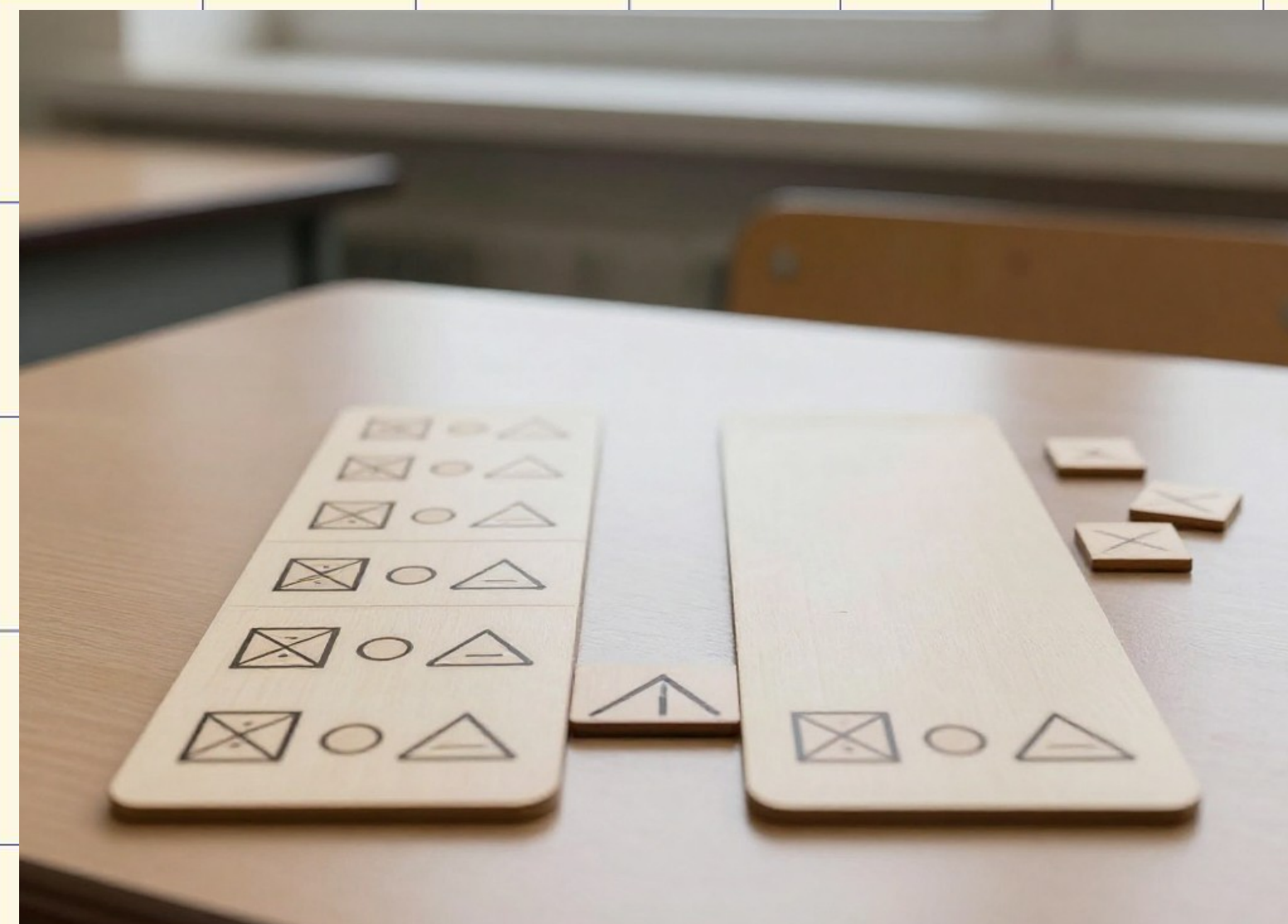
Типичные ошибки при работе с пропорциями



Часто ученики меняют порядок чисел в отношении и получают неверную запись. Ошибка возникает и тогда, когда средние и крайние члены определены неправильно, а произведения сравниваются без проверки.



Ещё одна трудность — смешение разных единиц измерения, например сантиметров и метров, или дробей и целых чисел без приведения к общему виду. Аккуратная запись почти всегда помогает избежать неверного ответа.



Где пропорции встречаются чаще всего



Пропорции особенно заметны там, где нужно сохранять одно и то же соотношение при изменении количества.

Для шестиклассников самые понятные примеры — масштаб, движение и рецепты, потому что в них легко увидеть одинаковую зависимость величин.

Обобщение учебных ситуаций из курса математики 6 класса.



Пропорция: коротко о главном

Пропорция помогает увидеть, когда две величины связаны одинаковым отношением. Если помнить основное свойство и соблюдать порядок чисел, задачи решаются быстрее и становятся понятнее.

