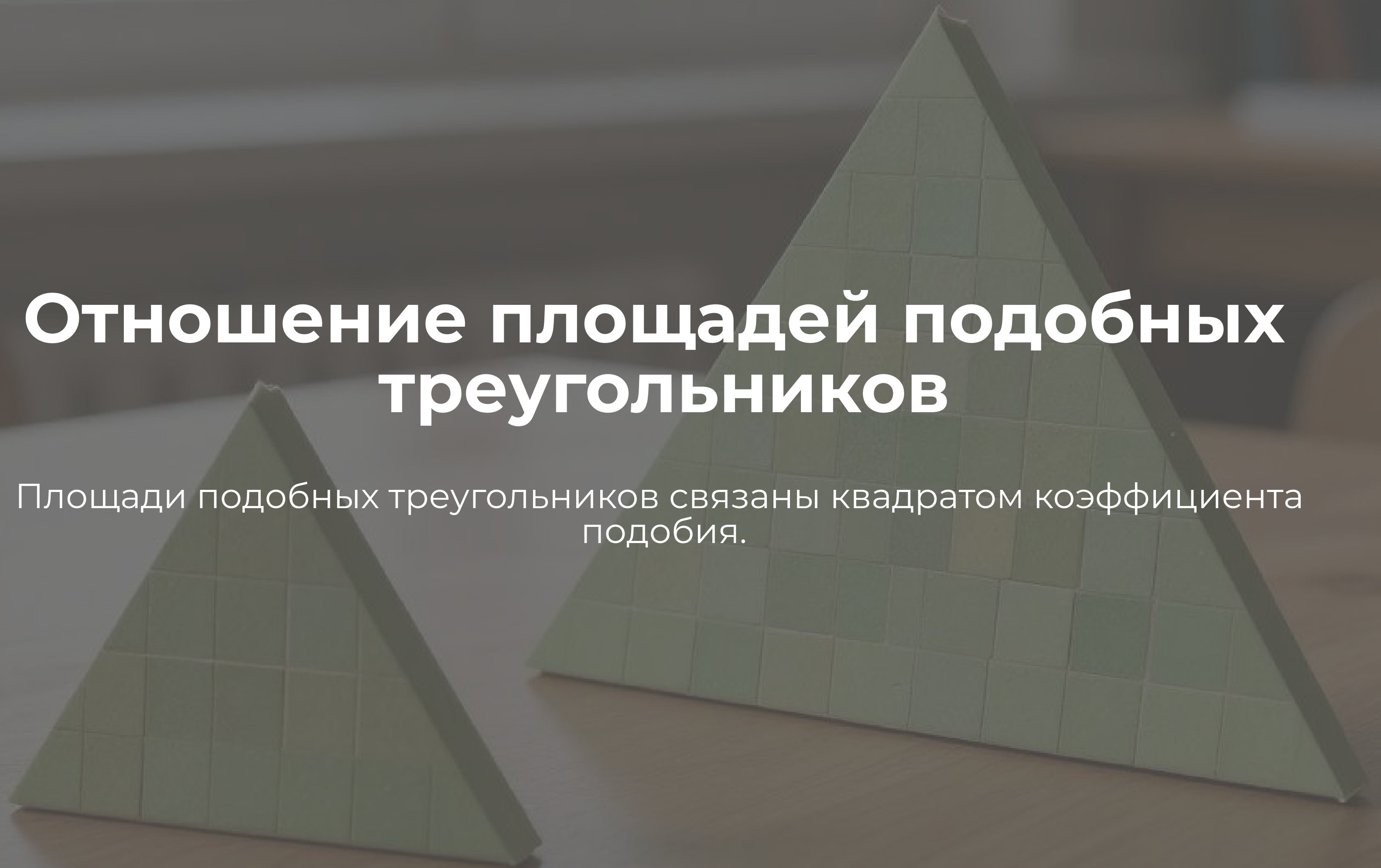


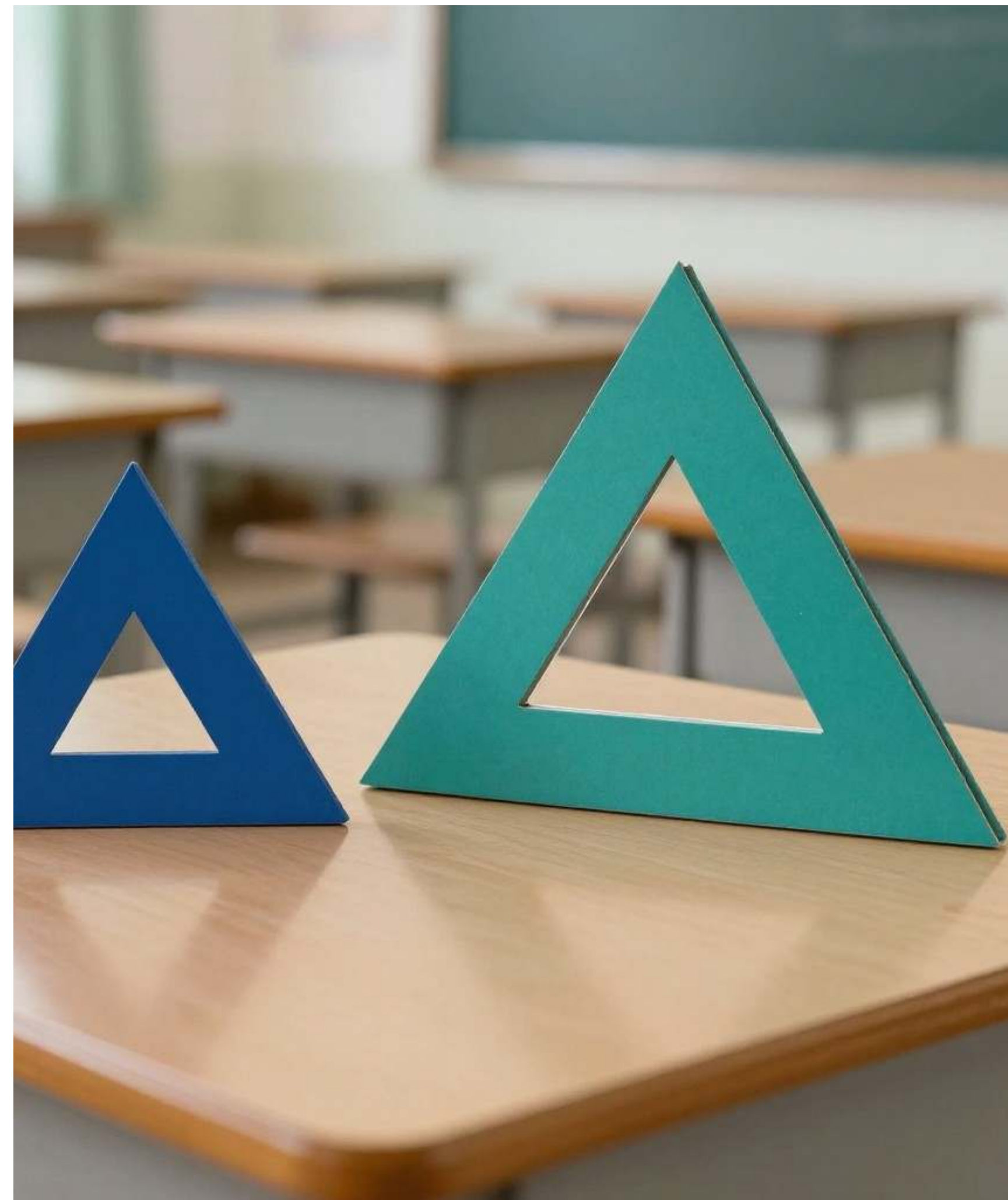
Отношение площадей подобных треугольников

Площади подобных треугольников связаны квадратом коэффициента подобия.



Что уже известно и зачем это нужно

Вы уже умеете находить площадь треугольника и сравнивать подобные фигуры. Теперь эти знания помогут быстро работать с чертежами, масштабом и неизвестными площадями без лишних вычислений.



Как коэффициент подобия связан с площадью

Даже небольшое увеличение сторон заметно влияет на площадь, потому что меняются сразу два измерения фигуры.

Рост площади идёт по квадрату коэффициента: стороны удваиваются — площадь возрастает в 4 раза.

2

во столько раз увеличится площадь
при двукратном увеличении сторон

Если стороны подобной фигуры увеличены
вдвое, площадь растёт уже в четыре раза.
Поэтому для площадей важен квадрат
коэффициента.

*Свойства подобных треугольников и формула площади
треугольника.*

Сравнение сторон и площадей

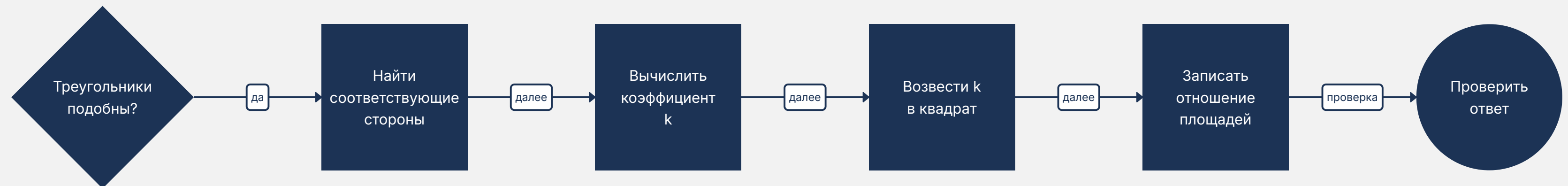
Таблица показывает, как линейное увеличение сторон превращается в квадратный рост площадей.

Отношение площадей всегда равно квадрату коэффициента подобия, а не самому коэффициенту.

k	Стороны	Площади
1	1:1	1:1
2	2:1	4:1
3	3:1	9:1
1,5	1,5:1	2,25:1

Как находят отношение площадей подобных треугольников

Последовательность решения по свойствам подобных треугольников.



2

измерения фигуры работают
вместе и дают квадратный рост
площади

Площадь зависит сразу от двух размеров:
если каждый увеличивается в k раз, итоговая
площадь становится k^2 раз больше.

*Геометрический смысл площади как произведения двух
линейных размеров.*

Пример на клетчатой бумаге

Первый треугольник

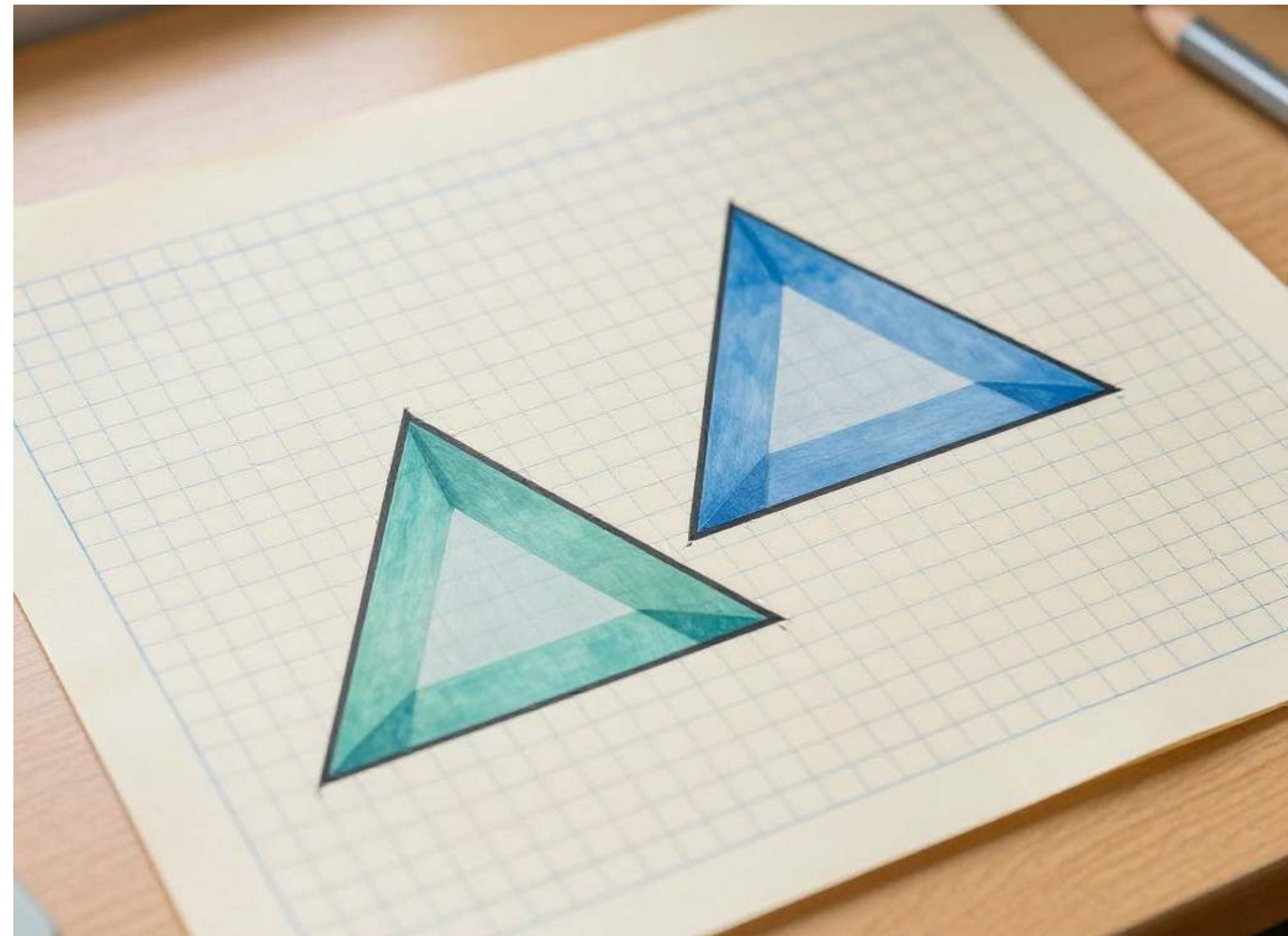
Он занимает 6 квадратных единиц и служит исходной фигурой. По клеткам легко увидеть его размеры и проверить, какие стороны соответствуют большему треугольнику.

Второй треугольник

У него все соответствующие стороны в 2 раза больше, поэтому фигура выглядит той же формы, но занимает заметно больше места на клетчатом поле.

Сравнение площадей

Хотя стороны увеличились лишь в 2 раза, площадь выросла до 24 квадратных единиц. Это наглядно подтверждает правило: площадь увеличивается в 4 раза.



Как меняется площадь при разных значениях k

Даже при уменьшении сторон площадь меняется предсказуемо, если использовать квадрат коэффициента подобия.

Чем больше коэффициент, тем быстрее растёт площадь; при $k = 3$ она увеличивается в 9 раз.

Если известны площади фигур

01

Сравните площади

Сначала запишите отношение известной меньшей и большей площади. Для подобных треугольников это отношение сразу показывает, насколько различаются сами фигуры по масштабу.

03

Проверьте стороны

Если площади 18 см^2 и 72 см^2 , получается отношение $1:4$, а коэффициент подобия $1:2$. Значит, стороны тоже относятся как $1:2$.

02

Найдите корень

Затем извлеките квадратный корень из отношения площадей. Так вы получите коэффициент подобия и узнаете, во сколько раз отличаются соответствующие стороны.

6,25

Во столько раз увеличивается площадь, если соответствующие стороны отличаются в 2,5 раза.

Коэффициент подобия 2,5 сразу даёт отношение площадей без лишних вычислений: нужно лишь возвести его в квадрат.

По условию: стороны 4 см и 10 см, меньшая площадь 8 см².

Типовые задачи и ответы

Стороны	k	Площади
3 и 6	2	5 и 20
7 и 14	2	12 и 48
5 и 15	3	9 и 81

В таблице показано, как по коэффициенту подобия быстро находить отношение площадей и проверять результат на простых примерах.

Во всех примерах площадь изменяется по квадрату коэффициента подобия: 2 даёт 4, а 3 даёт 9.

Связь с формулой площади треугольника

- **Формула площади**

Площадь треугольника вычисляют по формуле $S = \frac{1}{2} ah$. В подобных треугольниках основание и высота изменяются одинаково, поэтому их произведение меняется по квадрату коэффициента.

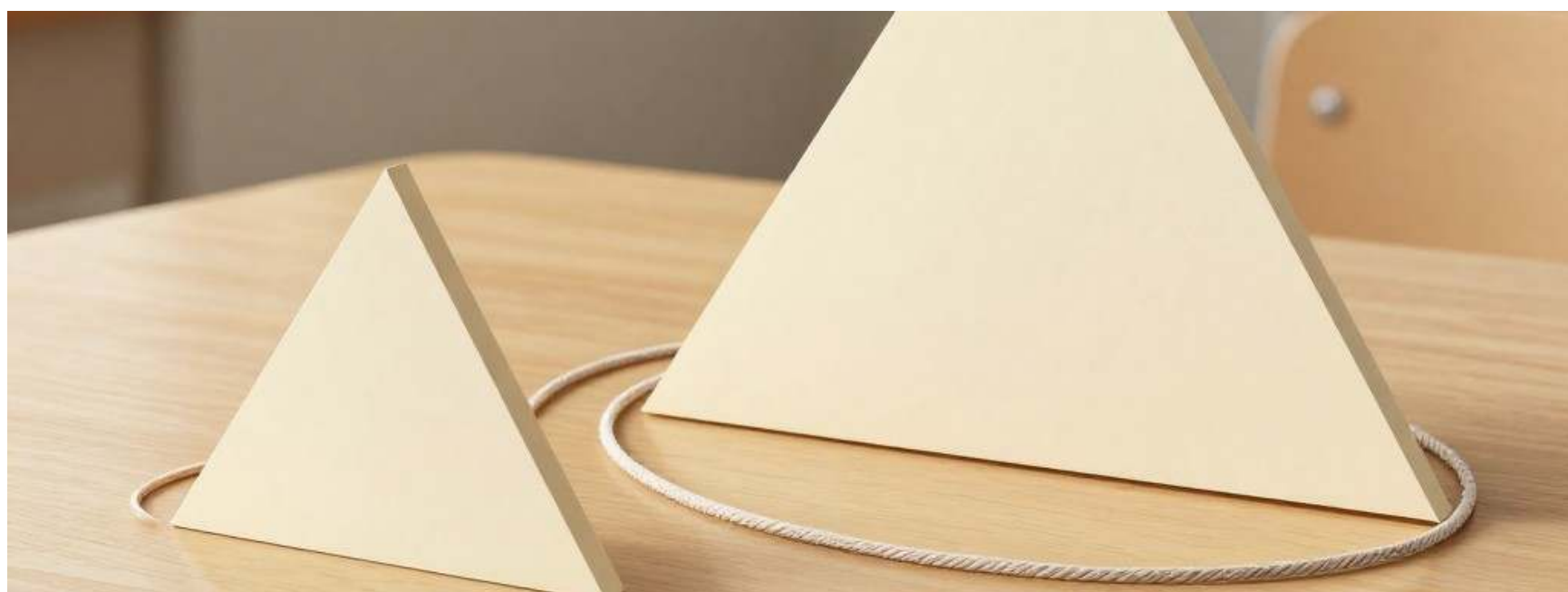
- **Двойное увеличение**

Если обе линейные величины возрастают в k раз, то новая площадь становится равной старой, умноженной на $k \cdot k$. Именно поэтому площадь растёт быстрее, чем стороны.

- **Проверка на примере**

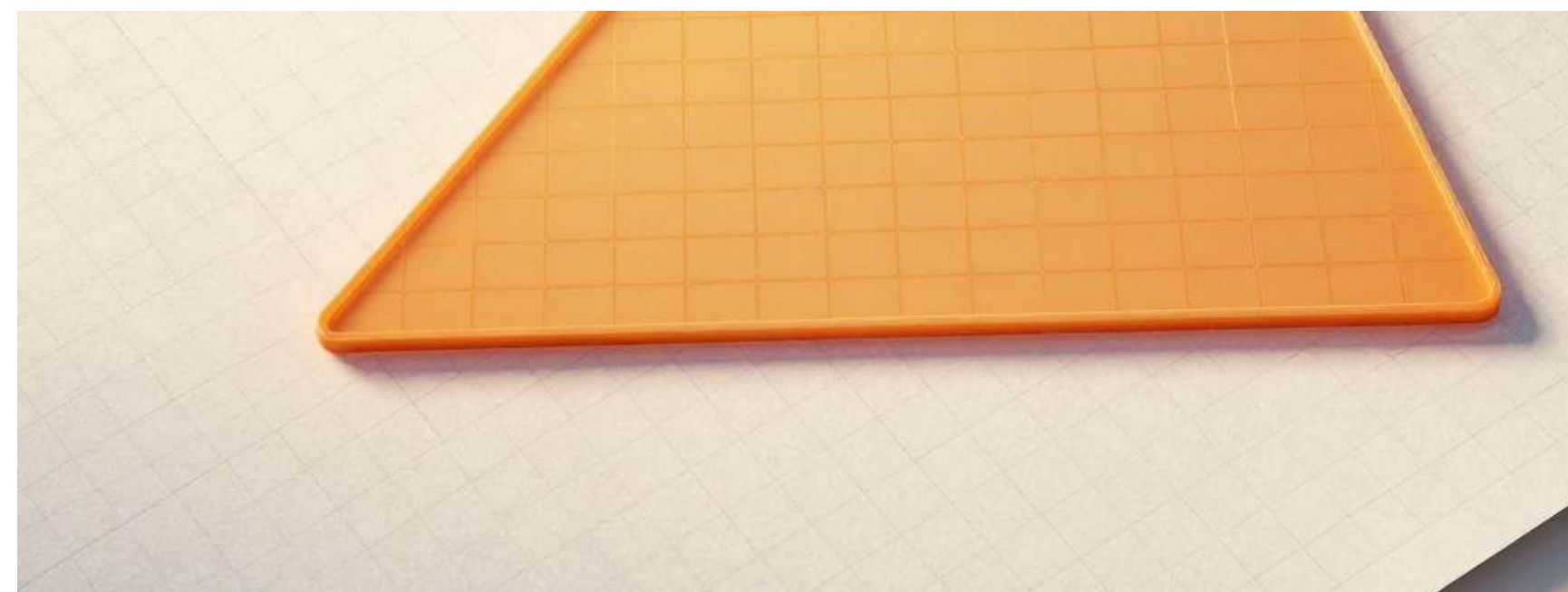
Когда стороны увеличиваются в 3 раза, основание и высота тоже увеличиваются в 3 раза. Тогда площадь возрастает не в 3, а в 9 раз, что подтверждает правило.

Одинаковые углы не означают одинаковую площадь



Один контур, разный размер

Два треугольника могут иметь одинаковые углы и быть похожими, но один может быть заметно больше другого. Если стороны увеличены в 3 раза, фигура сохраняет форму, однако её площадь возрастает уже в 9 раз.



Масштаб меняет площадь

На рисунке это особенно видно: маленький треугольник занимает меньше клеток, а большой — больше, хотя их углы совпадают. Такой пример показывает, что для площади важен не только вид фигуры, но и её масштаб.

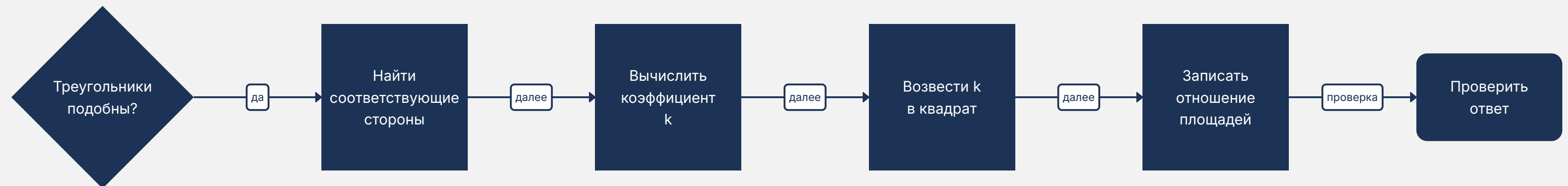
Частые ошибки при сравнении площадей

Чтобы избежать ошибки, полезно сначала записать отношение сторон, а затем отдельно проверить, что для площадей нужен квадрат коэффициента.

Чаще всего учащиеся забывают возвести коэффициент в квадрат. Остальные ошибки связаны с невнимательным чтением чертежа и выбором сторон.

Алгоритм решения задачи на отношения площадей

Последовательность действий для задач на подобные треугольники.



Где используется это правило



Геометрические задачи

Правило помогает быстро находить неизвестные площади в задачах, где на рисунке даны похожие треугольники. Достаточно определить коэффициент подобия и сразу перейти к квадрату этого числа.



Чертежи и схемы

На чертежах удобно сравнивать фигуры без подробных вычислений. Если одна фигура увеличена или уменьшена, отношение площадей показывает, как изменится занимаемое ею место.



Планы и масштабы

В планах и картах линейные размеры и площади меняются по-разному. При масштабе 1:2 все длины уменьшаются в 2 раза, а площади — в 4 раза.



Модели и макеты

При создании моделей важно понимать, что уменьшение размеров не означает такое же уменьшение площади. Это правило помогает сравнивать реальные объекты и их уменьшенные копии.

Главное правило темы

1. Найти коэффициент

Сначала сравнивают соответствующие стороны подобных треугольников и находят коэффициент подобия. Он показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой по длине.

3. Запомнить вывод

Если стороны относятся как $1:3$, то площади относятся как $1:9$. Если стороны равны, то и площади равны. Это основное правило удобно применять в любой задаче.

2. Возвести в квадрат

Затем коэффициент нужно возвести в квадрат. Именно это число показывает, как изменится площадь, потому что площадь зависит сразу от двух линейных размеров.

Быстрая проверка понимания

Проверь, как по отношению сторон сразу находить отношение площадей у подобных треугольников.

Во всех строках отношение площадей является квадратом отношения сторон, поэтому ответ можно находить почти мгновенно.

Стороны	Площади
1:2	1:4
2:5	4:25
3:4	9:16
5:5	1:1

По правилам подобия треугольников и квадрата коэффициента подобия.

Итог: как работает правило квадратов

Для подобных треугольников отношение площадей всегда равно квадрату отношения соответствующих сторон. Это простое правило помогает быстро решать задачи, проверять вычисления и понимать, как масштаб меняет фигуры.