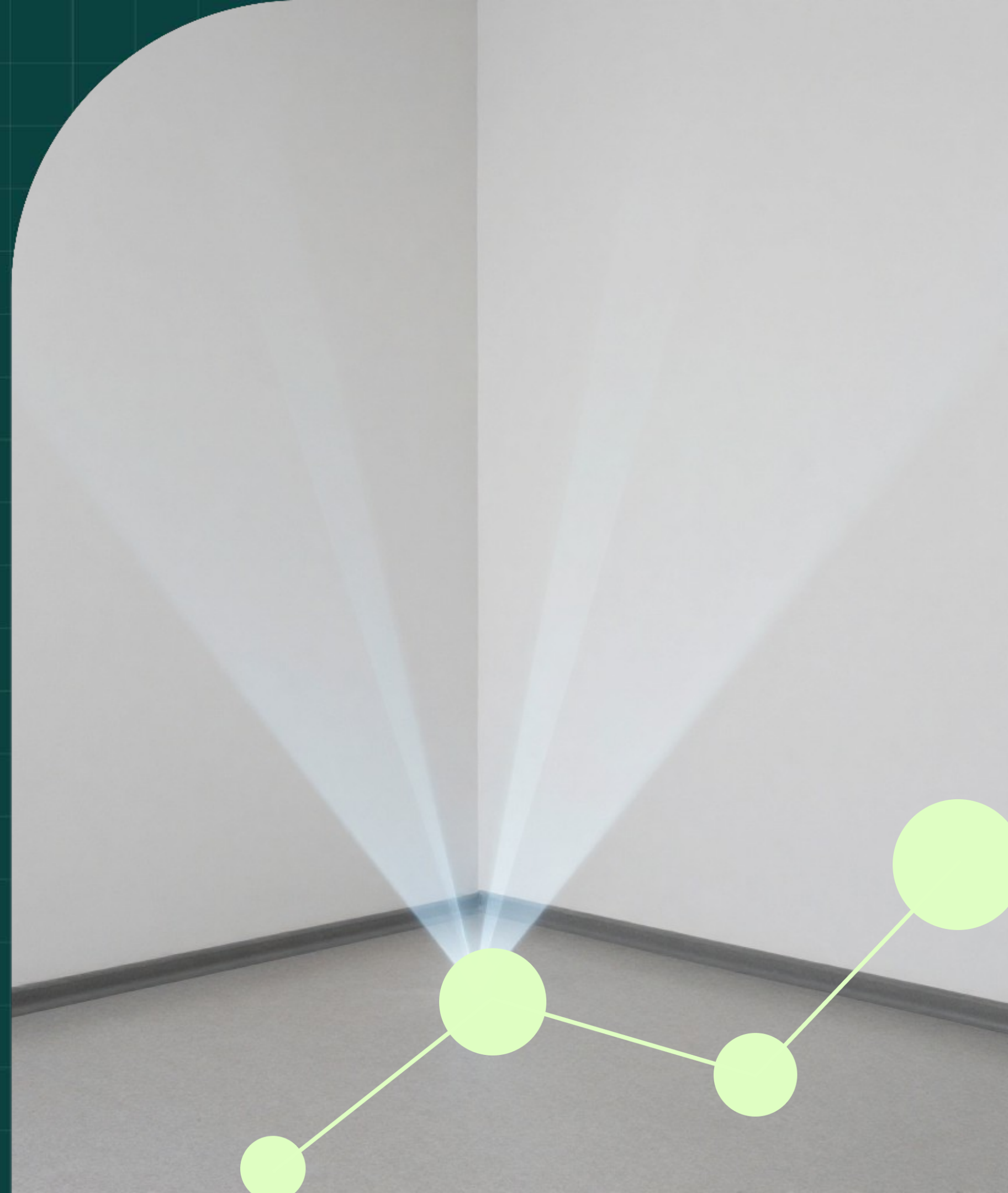




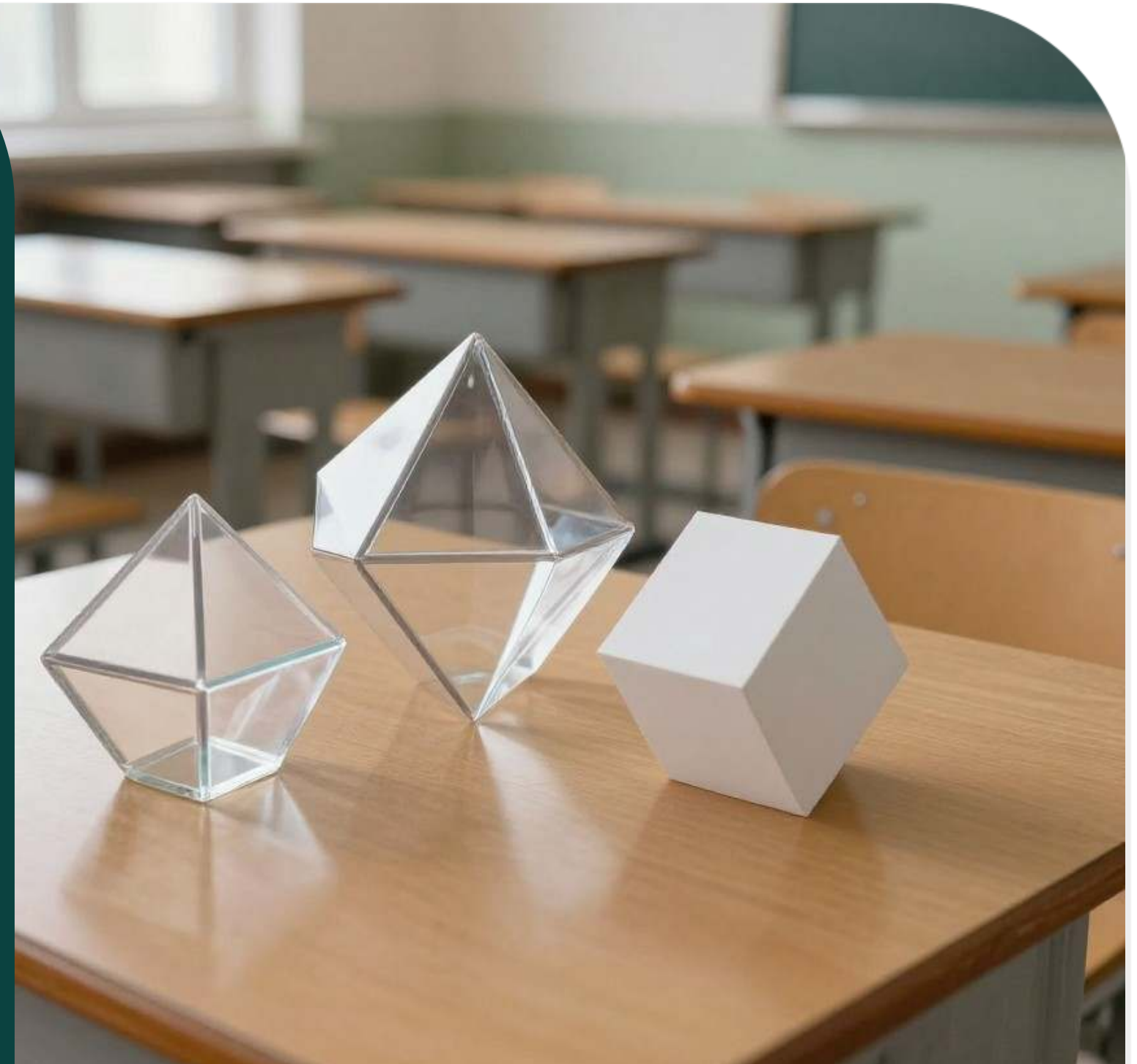
Многогранные углы: угол в пространстве

Разберём, как устроен угол
в объёме, а не на плоскости.



Где в геометрии встречаются многогранные углы

Такие углы есть у куба, параллелепипеда и пирамиды: именно в вершинах сходятся рёбра. Понимание их строения помогает отличать плоские углы от пространственных и увереннее читать чертежи фигур.



Основные элементы многогранного угла



Вершина

Это общая точка, в которой сходятся все части многогранного угла. От неё начинается его «каркас», по которому легко узнать фигуру на рисунке или в модели.



Рёбра

Рёбра выходят из вершины как лучи или отрезки. Они задают направление границ угла и показывают, сколько элементов соединено в одной точке пространства.



Грани

Грани — это плоские углы между соседними рёбрами, расположенные в разных плоскостях. Их может быть три, четыре, пять и даже больше, поэтому форма угла бывает разной.

Как выглядит многогранный угол на рисунке

4

- **Одна общая вершина**

На чертеже сначала заметна точка, из которой выходят несколько линий. Именно эта точка объединяет все элементы и помогает понять, где расположен пространственный угол.

- **Несколько рёбер**

От вершины отходят рёбра, которые образуют границы угла. По ним удобно считать, сколько плоских углов входит в состав многогранного угла.

- **Плоскости не совпадают**

Грани не лежат в одной плоскости, поэтому рисунок показывает не обычный плоский угол, а объёмную фигуру. Хорошие примеры — угол куба, пирамиды или комнаты.



Виды многогранных углов по числу граней

Вид	Граней	Пример
Трёхгранный	3	Куб
Четырёхгранный	4	Пирамида
Пятигранный	5	Пирамида

По числу граней можно сразу понять, к какому виду относится многогранный угол и как он устроен.

Название зависит от числа граней: чем их больше, тем сложнее строение угла в вершине.



По определению многогранного угла и школьным примерам пространственных фигур.

Такой угол часто встречается в вершине куба и в углу комнаты, поэтому его легко представить и сравнить с чертежом.

Школьная геометрия: определение многогранного угла и примеры пространственных фигур.



3

плоских угла образуют самый простой многогранный угол, с которого удобно начинать изучение темы.

Многогранные углы в знакомых телах

У разных фигур отличается не только форма, но и число вершин, где возникают такие углы.

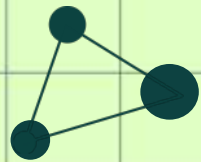
В многогранниках многогранные углы появляются в каждой вершине, а их количество зависит от строения тела.



Геометрические свойства куба, прямоугольного параллелепипеда и пирамид.

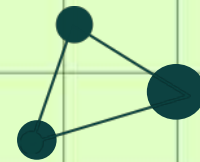
Главные свойства многогранного угла

8



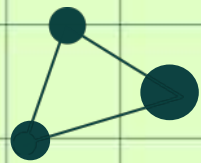
Общая вершина

Все грани многогранного угла имеют одну общую точку. Именно она объединяет его элементы и отличает такую фигуру от набора отдельных плоских углов.



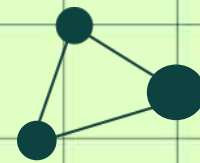
Соседние грани

Две соседние грани пересекаются по ребру. Это соединение помогает увидеть, как одна плоскость переходит в другую и как строится объёмная фигура.



Чем больше граней

Если граней становится больше, угол выглядит сложнее, потому что вокруг вершины появляется больше плоских частей. Однако его основа остаётся той же.

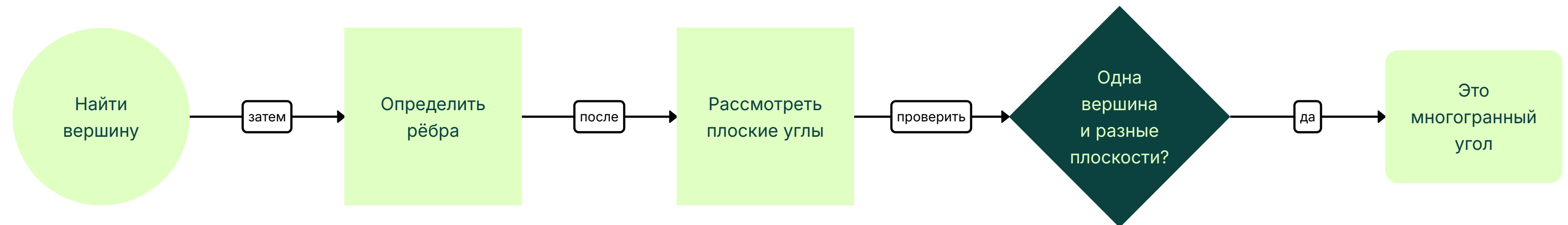


Пространственная фигура

Многогранный угол всегда относится к пространственным объектам. Он не может целиком лежать в одной плоскости, как обычный угол на листе бумаги.

Как узнать многогранный угол на чертеже

Последовательность действий при анализе вершины многогранника.



Многогранные углы в кубе и прямоугольном параллелепипеде



Куб: вершина как точка встречи рёбер

У куба в каждой вершине сходятся три ребра, и там образуется трёхгранный угол. На модели это хорошо видно: все линии чёткие, а грани расположены строго и одинаково. Поэтому куб часто используют для первых объяснений темы.



Прямоугольный параллелепипед: тот же принцип, другой размер

У прямоугольного параллелепипеда в вершине тоже встречаются три ребра, но длины его рёбер могут быть разными. Это удобно для сравнения: структура угла остаётся похожей, хотя сама фигура выглядит вытянутой или более плоской.

Плоский угол и многогранный угол

Признак	Плоский	Многогранный
Плоскости	1	несколько
Элементы	2 стороны	неск. граней
Расположение	в одной плоскости	в пространстве

Сравнение помогает увидеть, чем пространственный угол отличается от плоского и почему в стереометрии важны обе формы.

Плоский угол описывает поворот в одной плоскости, а многогранный — соединение нескольких плоских углов вокруг общей вершины.



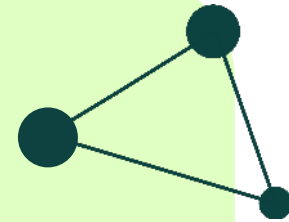
Как обозначают многогранный угол в задачах

12

1

Обозначение вершины

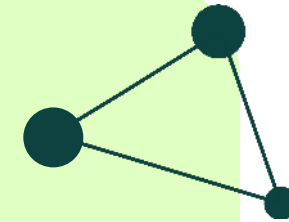
Многогранный угол называют по его вершине и точкам на ребрах: например, $SABC$. Такая запись сразу показывает, какая точка является общей для всех его элементов.



2

Что ищут в условии

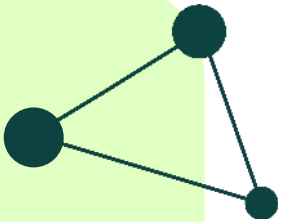
В задачах сначала выделяют вершину, затем определяют ребра и плоские углы между соседними ребрами. Это позволяет не путать сам угол с его отдельными частями.



3

Как применять свойства

Для решения используют сведения о фигуре: равные ребра, симметрию, число граней и особенности многогранника. Эти данные помогают сделать вывод без лишних построений.



Где встречаются многогранные углы вокруг нас

Наиболее заметны такие углы в предметах с четкими ребрами и углами, которые удобно рассматривать на моделях и в чертежах.

Во всех примерах важны вершины, где сходятся ребра; именно они создают устойчивую форму предмета.



Иллюстративные примеры из повседневной среды; данные качественные, без числовых измерений

Связь многогранного угла с многогранником

1. Вершина фигуры

Любой многогранник имеет вершины. В каждой вершине сходятся несколько ребер, и именно здесь можно выделить многогранный угол как часть пространственной фигуры.

2. Число ребер

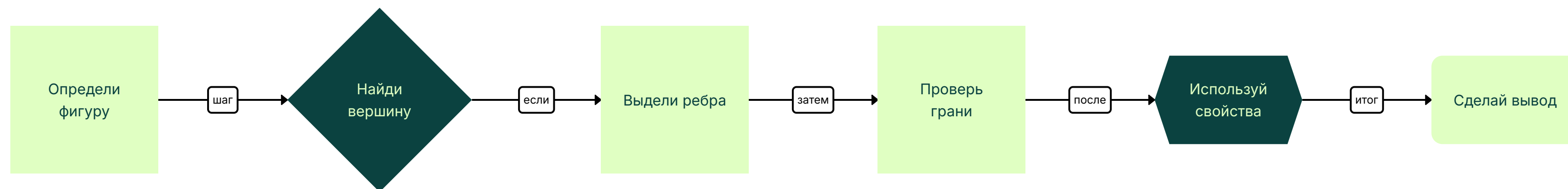
Количество ребер, выходящих из одной вершины, определяет вид угла. Поэтому у разных многогранников в вершинах образуются углы различной сложности.

3. Строение тела

Понимание многогранных углов помогает читать форму куба, призмы и пирамиды: по вершинам можно быстрее представить, как устроены грани и ребра всего тела.

Алгоритм работы с вершиной многогранника

Последовательность действий при анализе вершины на чертеже или в модели



Правильные многогранники и равные углы

- **Одинаковые грани**

У правильного многогранника все грани равны между собой, поэтому его форма выглядит особенно аккуратно и симметрично. Это удобно для сравнения вершин и углов.

- **Равные вершины**

Многогранные углы в вершинах правильного многогранника тоже равны. Значит, каждая вершина устроена одинаково, а свойства одной вершины подходят для всех остальных.

- **Удобные примеры**

Куб и правильный тетраэдр часто используют в школьной геометрии, потому что на них легко видеть симметрию, ребра, грани и одинаковые пространственные углы.

Сколько ребер сходится в одной вершине

Фигура	Рёбра	Вид угла
Куб	3	трехгранный
Тетраэдр	3	трехгранный
Четырехугольная пирамида	4	четырёхгранный
Пятиугольная пирамида	5	пятигранный

Таблица показывает, что по числу ребер у вершины можно узнать, какой многогранный угол образуется в этой точке.

Число ребер в вершине напрямую связано с видом многогранного угла: чем больше ребер, тем больше граней у угла.

Типичные ошибки при изучении темы

18

1

Путают ребро и грань

Ребро — это линия соединения граней, а грань — плоская часть фигуры. Если смешать эти понятия, легко ошибиться при чтении чертежа и объяснении ответа.

2

Считают угол плоским

Многогранный угол нельзя изображать как обычный плоский угол, потому что его части лежат в разных плоскостях. Главное здесь — объемная форма вокруг вершины.

3

Видят не все ребра

На рисунке не всегда заметны все ребра, сходящиеся в вершине. Нужно учитывать скрытые линии и мысленно достраивать фигуру по условию задачи.

4

Берут только видимую часть

Иногда рассматривают лишь одну пару ребер и забывают остальные. Но для верного ответа важно выделить все грани и все плоские углы, связанные с вершиной.

Как меняется сложность многогранного угла

При росте числа граней чертеж становится насыщеннее, но принцип построения остается одним: одна вершина и несколько плоских углов вокруг нее.

Сложность связана не с новым принципом, а с количеством граней: структура сохраняется, меняется только масштаб и наглядная плотность изображения.





Главное, что нужно запомнить

Многогранный угол — это несколько плоских углов с общей вершиной. Он помогает читать объемные фигуры, узнавать их вершины и уверенно решать задачи по геометрии.