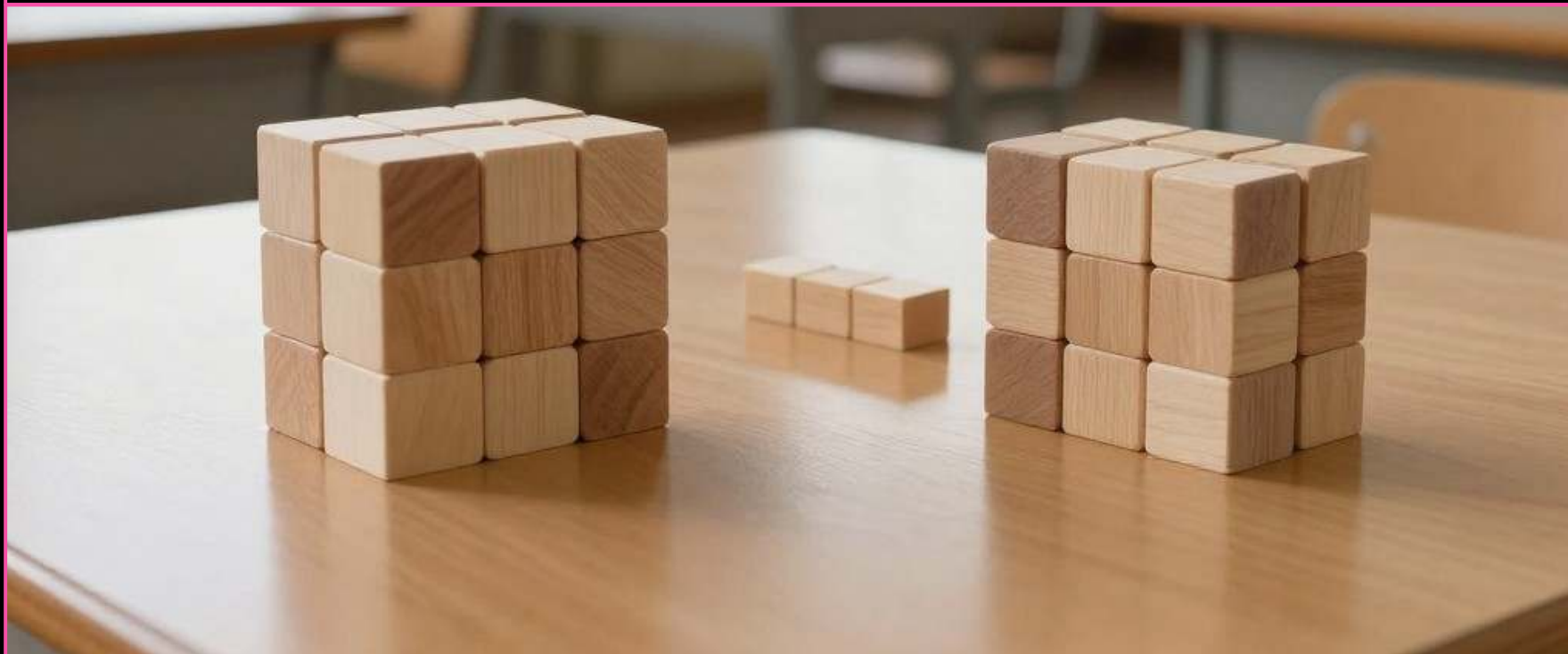
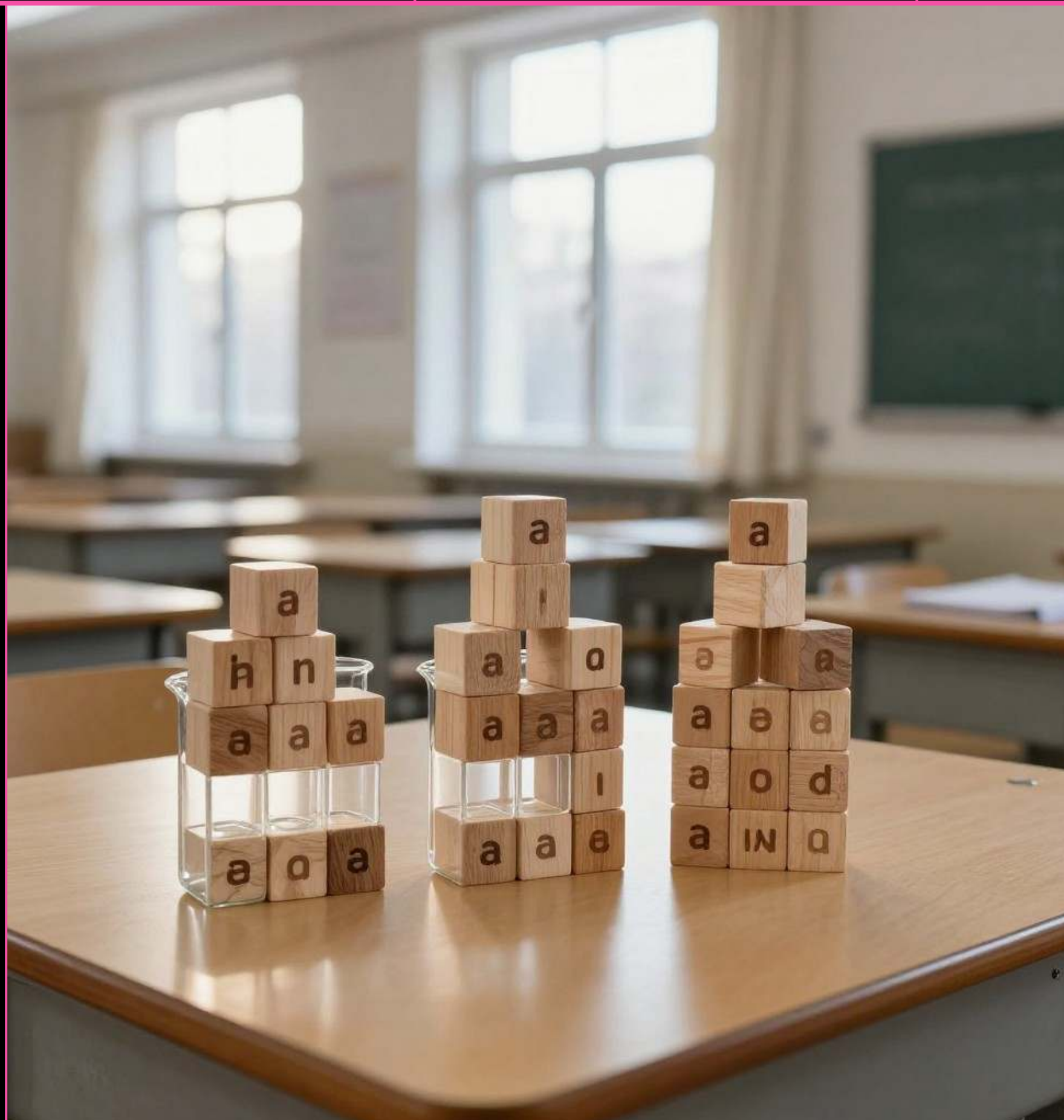


СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ



Краткая запись одинаковых множителей
и правила для быстрых вычислений



ПОЧЕМУ СТЕПЕНИ ВАЖНЫ В 7 КЛАССЕ

Степень показывает повторяющееся умножение, сокращает запись и помогает быстрее считать. В 7 классе это становится базой для упрощения выражений, решения уравнений и работы с задачами по разным предметам.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ И ЕЕ ЧАСТИ

ЗАПИСЬ СТЕПЕНИ

Степень a^n – это произведение, в котором число a повторяется n раз. Такая запись заменяет длинное умножение и делает выражения короче и удобнее для вычислений.

01

ОСНОВАНИЕ

Основание – это число, которое умножается само на себя. Именно оно определяет, какие одинаковые множители входят в произведение и какое значение получится после вычисления.

02

ПОКАЗАТЕЛЬ

Показатель показывает, сколько раз основание повторяется в произведении. Если показатель увеличивается, количество множителей растет, а значение степени меняется очень быстро.

03

ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ

При показателе 1 получаем $a^1 = a$, потому что число записано в произведении один раз. Это помогает понимать, что степень всегда связана с повторением множителя.

04

ОСНОВАНИЕ И ПОКАЗАТЕЛЬ НА КОНКРЕТНОМ ПРИМЕРЕ



Основание 5

В записи 5^3 основанием является число 5. Оно указывает, какое число повторяется в произведении и из каких одинаковых множителей состоит выражение.

Показатель 3

Число 3 показывает, что основание нужно взять три раза. Поэтому запись 5^3 можно прочитать как три одинаковых множителя подряд.

Раскрытие записи

Если развернуть степень, получаем $5 \cdot 5 \cdot 5$. Это наглядно показывает смысл степени как краткой формы записи повторяющегося умножения.

Как запомнить

Основание отвечает на вопрос «что умножаем?», а показатель – на вопрос «сколько раз?». Такая схема помогает быстро разбирать любую степень с натуральным показателем.

ЗНАЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СТЕПЕНЕЙ

В таблице видно, как быстро растут значения степеней при увеличении показателя.

Даже небольшое увеличение показателя заметно меняет результат, особенно у больших оснований.

Степень	Значение	Степень	Значение
2^2	4	3^2	9
2^3	8	3^3	27
2^4	16	10^3	1000



УМНОЖЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ С ОДИНАКОВЫМ ОСНОВАНИЕМ

ГЛАВНОЕ ПРАВИЛО

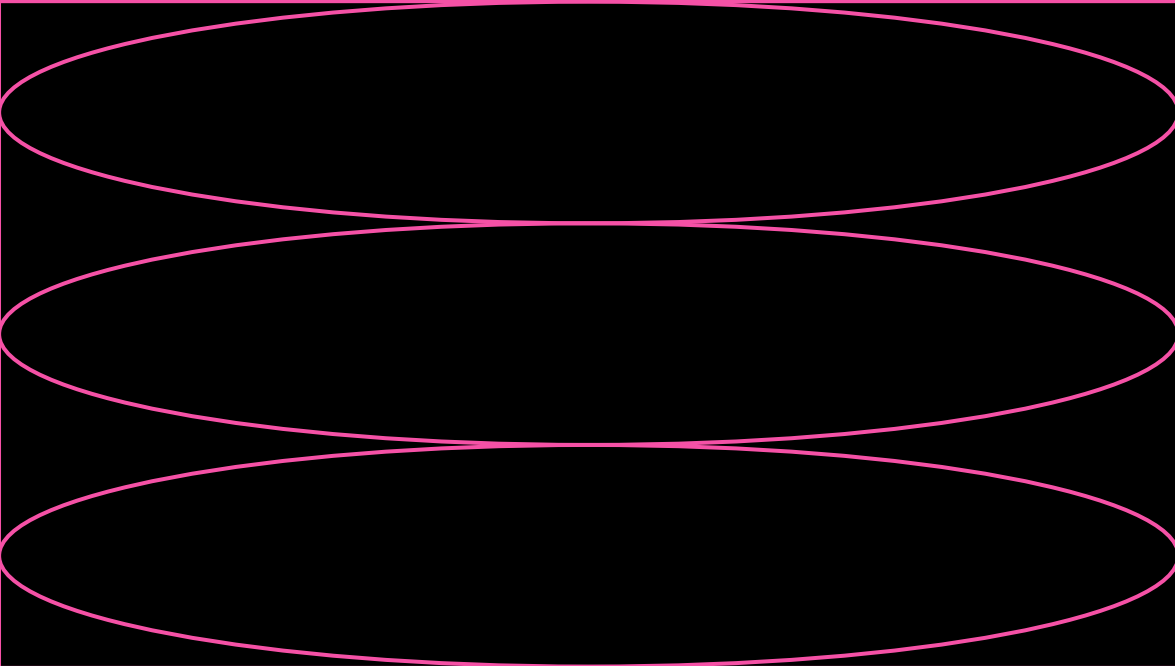
При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Это происходит потому, что одинаковых множителей в записи становится больше.

01

ПОЧЕМУ ТАК РАБОТАЕТ

Если развернуть обе степени, видно общее число одинаковых множителей. При объединении произведений они просто собираются в одну длинную запись, поэтому складываются именно показатели.

02



ПРИМЕР

$2^3 \cdot 2^4 = 2^{(3+4)} = 2^7 = 128$. Такое преобразование позволяет быстро упрощать выражения и не выполнять лишние промежуточные вычисления.

03



КАК БЫСТРО РАСТЕТ ЗНАЧЕНИЕ СТЕПЕНИ

Последовательность удобно показывает, как меняется результат при каждом новом показателе и почему записи со степенями помогают экономить время.

При основании 2 каждое следующее значение вдвое больше предыдущего, поэтому степень быстро описывает рост чисел.



ДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНЕЙ С ОДИНАКОВЫМ ОСНОВАНИЕМ

ОСНОВНОЕ ПРАВИЛО

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$, если $m > n$. Это связано с сокращением одинаковых множителей.

ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ

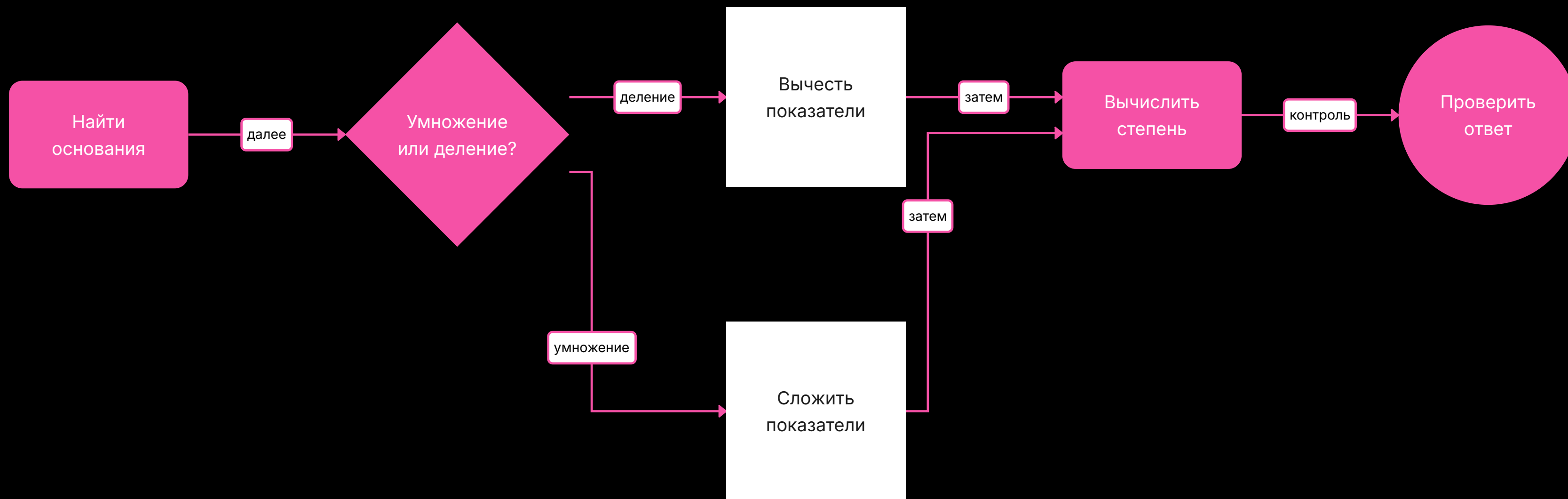
$5^6 : 5^2 = 5^{(6-2)} = 5^4 = 625$. Здесь из общей записи убираются одинаковые множители, а оставшаяся степень вычисляется обычным способом.

РАВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Если показатели одинаковые, то $a^n : a^n = 1$. Все множители сокращаются полностью, поэтому в ответе остается единица, а не новая степень.

КАК УПРОЩАТЬ ВЫРАЖЕНИЯ СО СТЕПЕНЯМИ

Последовательность действий при работе с выражениями вида $a^m \cdot a^n$ и $a^m : a^n$





СТЕПЕНЬ ПРОИЗВЕДЕНИЯ



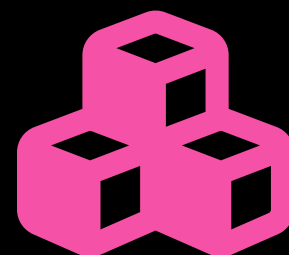
ЗАЧЕМ ОНО НУЖНО

Это свойство удобно при упрощении выражений и проверке вычислений. Оно особенно полезно, когда нужно быстро преобразовать запись с несколькими множителями внутри скобок.



ПРАВИЛО ЗАПИСИ

Если в скобках записано произведение, то каждый множитель возводится в ту же степень: $(ab)^n = a^n b^n$. Это помогает раскрывать скобки без потери равенства.



ПРОВЕРКА НА ПРИМЕРЕ

$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$. Сравнение двух способов вычисления показывает, что правило работает и дает один и тот же результат.

СТЕПЕНЬ ЧАСТНОГО

ПРАВИЛО

Если деление возможно, степень частного можно записать по частям: $(a:b)^n = a^n : b^n$. Это означает, что каждый множитель в скобках возводится в одну и ту же степень.

01

ПРОВЕРКА НА ПРИМЕРЕ

В выражении $(12:3)^2$ сначала находим частное: $12:3 = 4$, затем возводим его в квадрат и получаем 16. Тот же результат дает запись $12^2 : 3^2$.

02

КОГДА РАБОТАЕТ

Правило удобно использовать, когда деление выполняется без остатка и знаменатель не равен нулю. Тогда обе формы записи равны и помогают быстрее упрощать выражения без лишних вычислений.

03



СТЕПЕНЬ СТЕПЕНИ

Смысл правила

Когда степень возводится в новую степень, не перемножаются сами числа, а умножаются показатели. Поэтому $(a^m)^n$ превращается в $a^{(m \cdot n)}$, а запись становится короче и удобнее.

Пример вычисления

Для выражения $(2^3)^4$ сначала можно оставить основание 2, а показатели перемножить: $3 \cdot 4 = 12$. Получаем 2^{12} , что равно 4096, без поэтапного повторения множителей.

Где пригодится

Это правило особенно полезно при упрощении сложных записей, где одна степень стоит внутри другой. Оно помогает быстро убирать лишние скобки и не путаться в вычислениях.

ДВЕ ЗАПИСИ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ ВЫРАЖЕНИЯ

ОДИНАКОВОЕ ОСНОВАНИЕ

Если у степеней одно и то же основание, их можно объединить в одну запись. При умножении показатели складываются, поэтому выражение $a^2 \cdot a^3$ равносильно $a^{(2+3)}$.

01

ПРОВЕРКА НА ЧИСЛЕ

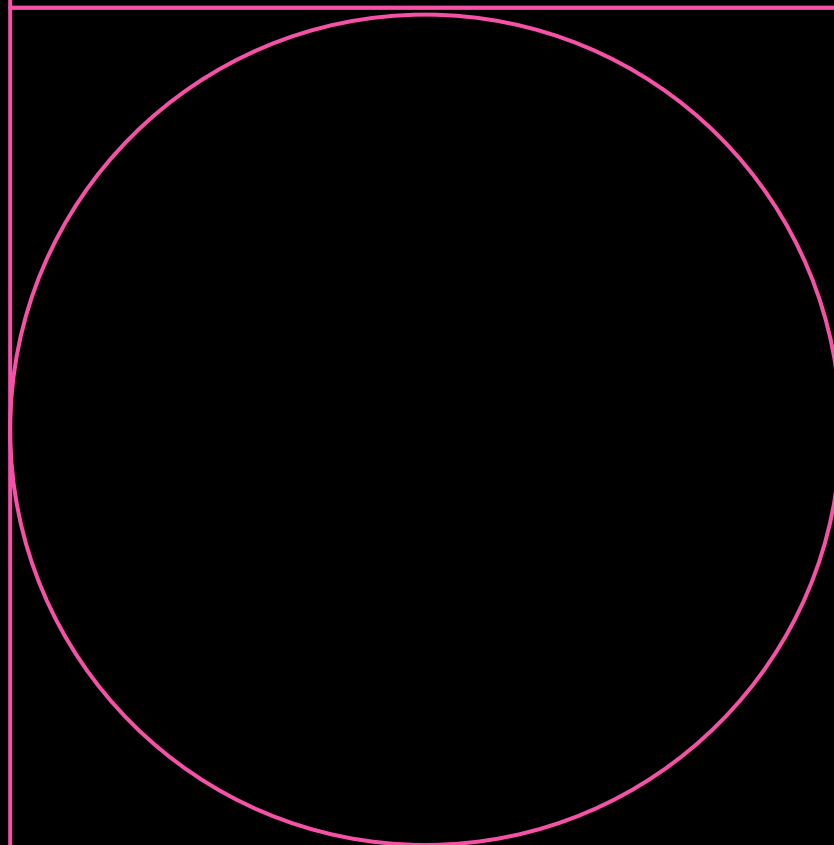
При $a = 4$ получаем $4^2 \cdot 4^3 = 16 \cdot 64 = 1024$. Та же величина получается из записи 4^5 , потому что $2+3 = 5$ и ничего не теряется.

02

ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО

Сравнение двух записей показывает, что одно и то же выражение можно упростить разными путями. Это удобно для проверки решений и помогает видеть структуру алгебраической записи.

03



КАКИЕ СВОЙСТВА СТЕПЕНИ ВСТРЕЧАЮТСЯ ЧАЩЕ

На практике чаще всего отрабатывают правила для одинаковых оснований, потому что они сразу сокращают длинные выражения и помогают быстрее считать.

Первые два правила используются чаще остальных; степень степени тоже встречается регулярно, а степень произведения – в более редких, но важных заданиях.

Обобщение типовых школьных упражнений по теме «Свойства степени с натуральным показателем»



Типичные ошибки при работе со степенями

Путают, что складывать

При умножении степеней с одинаковым основанием складывают показатели, а не основания. Поэтому $2^3 \cdot 2^4$ превращается в 2^7 , а не в 4^7 или 2^{12} .

Неверно раскрывают скобки

Запись $(2+3)^2$ нельзя заменять на $2^2 + 3^2$. Сначала вычисляют сумму в скобках, а затем возводят результат в степень, иначе получится другое число.

Смешивают разные действия

Степень и обычное умножение – не одно и то же. В выражении 3^2 число 3 умножается само на себя, а $3 \cdot 2$ означает совсем другое действие.

ПРОВЕРКА ПРАВИЛ НА ПРИМЕРАХ

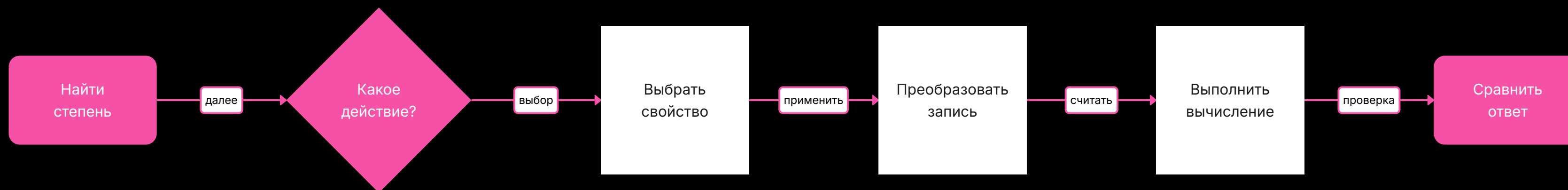
Короткие примеры показывают, что при верном применении свойств разные записи дают одинаковый результат.

Во всех примерах сохраняется равенство исходной и преобразованной записи. Это подтверждает, что свойства степени можно использовать как надежный инструмент проверки.

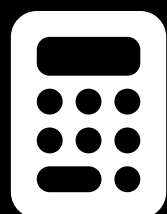
Пример	Результат
$3^2 \cdot 3^4$	$3^6 = 729$
$8^5 : 8^2$	$8^3 = 512$
$(2^2)^3$	$2^6 = 64$
$(4 \cdot 5)^2$	$4^2 \cdot 5^2 = 400$

КАК РЕШАТЬ ВЫРАЖЕНИЯ СО СТЕПЕНЯМИ

Последовательность действий для упрощения выражений и проверки результата.

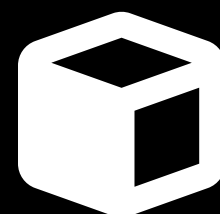


ГДЕ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ СТЕПЕНИ В ЖИЗНИ И УЧЕБЕ



БОЛЬШИЕ ЧИСЛА

Степени помогают коротко записывать крупные числа, например $10^3 = 1000$. Такая запись удобна в вычислениях и делает ответ более компактным и понятным.



ОБЪЕМ КУБА

Для куба со стороной 3 см объем равен $3^3 = 27 \text{ см}^3$. Показатель 3 связан с тремя измерениями: длиной, шириной и высотой.



ПЛОЩАДЬ КВАДРАТА

Если сторона квадрата равна 5 см, его площадь записывают как $5^2 = 25 \text{ см}^2$. Степень 2 показывает, что измеряются две одинаковые стороны.



УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ

Степени часто встречаются в алгебре, геометрии, физике и информатике. Они упрощают формулы, ускоряют вычисления и помогают быстрее понимать структуру задания.

НАГЛЯДНЫЙ ПРИМЕР: ПЛОЩАДЬ И ОБЪЕМ



Квадрат на клетчатой сетке

У квадрата со стороной 4 см площадь легко увидеть как 4^2 . Это 16 одинаковых квадратных сантиметров, собранных в один ровный фигуративный блок. Такой пример хорошо показывает, почему показатель 2 связан с площадью и двумя измерениями.



Куб из одинаковых слоев

Куб со стороной 3 см можно представить как три слоя по 3×3 клетки. В итоге получается $3^3 = 27 \text{ см}^3$. Здесь степень отражает объем, потому что учитываются уже три одинаковых направления.

ГЛАВНЫЙ СМЫСЛ СВОЙСТВ СТЕПЕНИ



Степень с натуральным показателем делает запись одинаковых множителей короткой и удобной. Если знать основные свойства, можно быстро упрощать выражения, проверять вычисления и увереннее решать алгебраические задания.