



Возрастание и убывание функции

Научимся читать изменения на графиках
и в таблицах значений.

Почему эта тема важна в 9 классе

- Функции помогают описывать изменения вокруг нас: движение, температуру, рост величин. Умение видеть, где значение увеличивается, уменьшается или остаётся неизменным, делает графики понятнее и готовит к более сложным задачам.





Что такое функция и её график

Связь величин

Функция показывает зависимость одной величины от другой: каждому значению x соответствует одно значение y . Так удобно описывать изменения в числах, таблицах и графиках.

Независимая и зависимая переменные

Переменную x называют независимой, потому что её значения выбирают заранее. Значение y зависит от x и меняется вместе с ним по заданному правилу.

Как устроен график

График функции состоит из всех точек с координатами $(x; y)$, которые подходят под правило функции. По нему можно увидеть не только значения, но и общее направление изменения.

Роль таблицы значений

Таблица помогает сравнить несколько значений функции и заметить, как ведёт себя y при разных x . Это первый шаг к пониманию графика без сложных построений.

Определение возрастающей функции



1

Смысл возрастания

Функция возрастает на промежутке, если при увеличении x значения y тоже увеличиваются. Это значит, что точки графика расположены всё выше по мере движения вправо.

Запись правила

Формально это записывают так: если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) < f(x_2)$. Сравнение двух точек одного участка показывает, что значение функции стало больше.

2

3

Как выглядит на графике

У возрастающей функции график идёт снизу вверх слева направо. Такой наклон легко заметить даже на простом ломаном или линейном графике.

4

Где встречается в задачах

Возрастание часто связано с накоплением, ростом, увеличением расстояния или числа объектов. Поэтому этот признак полезен не только в алгебре, но и в жизненных ситуациях.

Определение убывающей функции

Смысл убывания

.....

Функция убывает на промежутке, если при увеличении x значения y уменьшаются. Значит, по мере движения вправо точки графика оказываются ниже.

Запись правила

.....

Формально: если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$. Такое сравнение показывает, что при большем значении аргумента функция принимает меньшее значение.

Как выглядит на графике

.....

Убывающий участок идёт сверху вниз слева направо. На рисунке его легко узнать по наклону, направленному вниз при движении по оси x .

Примеры из жизни

.....

Убывание видно при снижении температуры, уменьшении скорости, расходовании запаса или уменьшении остатка. Такие ситуации часто встречаются в учебных и реальных задачах.



Как различить возрастающую и убывающую функцию

Сравним два типа поведения функции по основным признакам.

Главный ориентир — не положение графика относительно оси, а изменение y при росте x на одном и том же промежутке.

Признак	Возрастает	Убывает
x растёт	y растёт	y падает
График	вверх	вниз
Пример	накопление	снижение

По определению возрастания и убывания функции в курсе алгебры 9 класса



Как выглядит изменение функции на графике

Участки разного поведения

На одном и том же графике функция может сначала возрастать, а потом убывать. Это видно по тому, как линия меняет наклон при движении слева направо.

Где искать смену направления

Точку, в которой график перестаёт подниматься и начинает опускаться, особенно важно заметить. Она показывает границу между разными промежутками поведения функции.

Зачем выделять цветом

Если на рисунке выделить участки роста и убывания разными цветами, становится легче читать график. Так проще увидеть, где функция ведёт себя одинаково, а где меняет направление.

Изменение значений функции на нескольких промежутках

Линия показывает, как меняется значение функции на соседних шагах: сначала рост, затем спад.

По первым трём точкам функция возрастает, а затем на двух следующих точках убывает.



Учебный пример для иллюстрации возрастания и убывания функции

Промежутки возрастания и убывания

Промежуток роста

На одном участке функция может увеличиваться, пока направление графика сохраняется. Для такого участка записывают промежуток, на котором y растёт при росте x .

Граница изменения

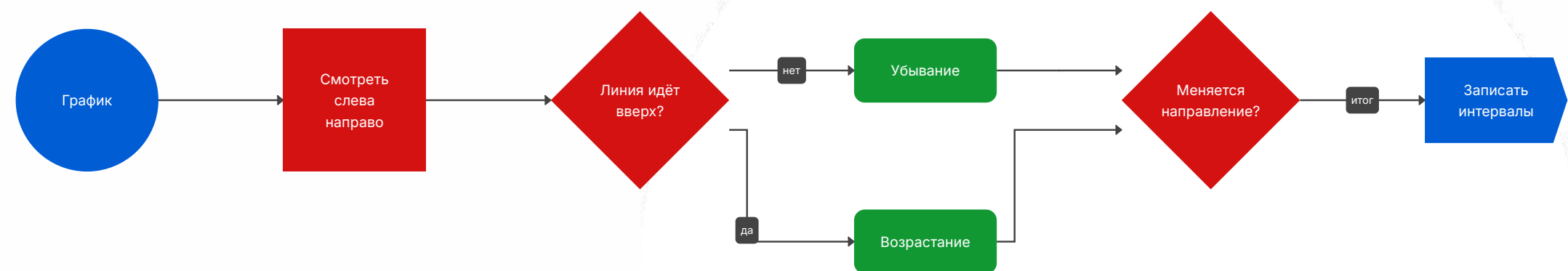
Когда график перестаёт подниматься и начинает опускаться, появляется граница между двумя промежутками. Именно здесь меняется поведение функции.

Запись ответа

В ответе указывают не одну точку, а целый интервал, например $(a; b)$. Это показывает, где функция ведёт себя одинаково.

Определение возрастания и убывания по графику

Последовательность анализа
графика функции от выбора
направления до записи
ответа интервалами



Точки смены поведения и экстремумы



Переход к максимуму

Если график до точки поднимается вверх, а после неё начинает снижаться, эта точка показывает локальный максимум. Она помогает увидеть место смены направления на ближайшем участке.



Переход к минимуму

Когда график сначала опускается, а затем идёт вверх, в точке поворота находится локальный минимум. Здесь значение функции на рассматриваемом участке становится самым маленьким.



Значение на участке

Экстремум сравнивают не со всеми значениями функции сразу, а только с точками рядом. Поэтому максимум и минимум описывают поведение функции в пределах одного промежутка.



Связь с графиком

На графике экстремумы обычно видны в местах, где линия меняет наклон. Такие точки удобны для анализа, потому что по ним легко определить, где функция росла или убывала.

Экстремумы на примерах из жизни



Температура в течение дня

Утром воздух постепенно прогревается, затем в середине дня температура достигает наибольшего значения, а вечером начинает снижаться. На таком графике легко заметить точку максимума и увидеть, где направление изменения меняется.



Скорость велосипеда на дороге

Когда велосипедист разгоняется, скорость растёт, а при торможении — уменьшается. Если изобразить это на графике, можно выделить участок подъёма, участок спада и точку, где движение меняет характер.

Сравнение изменений на равных промежутках

Каждый столбец показывает изменение значения функции на следующем шаге. По знаку столбца сразу видно рост, спад или отсутствие изменений.

На первых двух шагах функция возрастает, затем убывает и в конце не изменяется. Поведение меняется, но интервалы остаются одинаковыми.



Учебный пример, составленный по описанию задачи; данные условные.

Пример по таблице значений

1

Первые значения

При $x = 1, 2, 3$ значения y последовательно увеличиваются: 4, 6, 9. Это означает, что на данном участке функция возрастает, потому что каждое следующее значение больше предыдущего.

2

Переход к спаду

После достижения значения 9 рост прекращается, и y становится равным 8. Такое изменение показывает начало убывания, так как при увеличении x значения функции уже уменьшаются.

3

Продолжение изменения

Следующее значение y равно 7, то есть спад продолжается. По таблице видно, что поведение функции изменилось не в одной точке, а на отдельном промежутке после роста.

4

Вывод по таблице

Даже без построения графика можно заметить, где функция растёт, а где убывает. Для этого достаточно сравнить соседние значения и проследить их изменение подряд.



Как по таблице понять, растёт функция или убывает

х	у	Изменение	Вывод
1	4	—	начало
2	6	+2	возрастает
3	5	-1	убывает

Сравнивайте соседние значения y и смотрите на знак изменения. Это помогает определить, где функция возрастает, убывает или остаётся постоянной.

Положительное изменение указывает на рост, отрицательное — на убывание. Для полного вывода нужно проверять все соседние пары значений.

Учебный пример на основе таблицы значений.

0

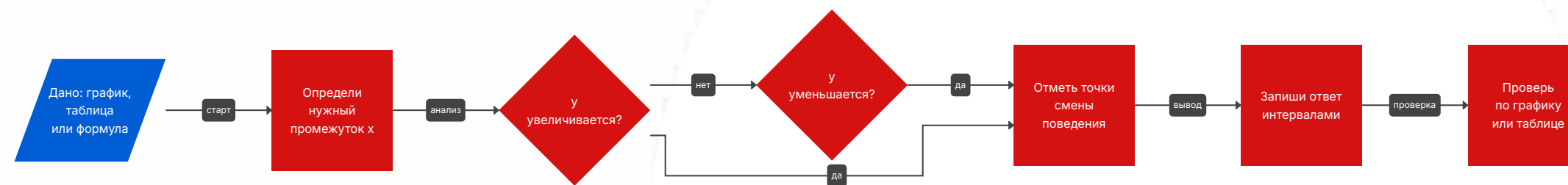
изменения между соседними значениями нет, значит функция постоянна.

Если при каждом новом x значение y не меняется, график идёт горизонтально. Это удобно сравнивать с ростом и спадом, где направление меняется.

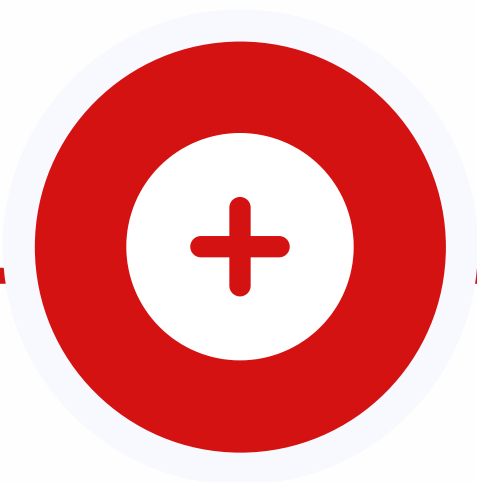
Определение постоянной функции из школьного курса алгебры.

Алгоритм решения задач на возрастание и убывание

Последовательность
действий для работы
с графиком, таблицей
или формулой функции.



Типичные ошибки при изучении темы



Путают с положительными значениями

Возрастание — это не просто значения выше нуля. Функция может быть положительной, но убывать, поэтому всегда нужно смотреть на изменение y при росте x .



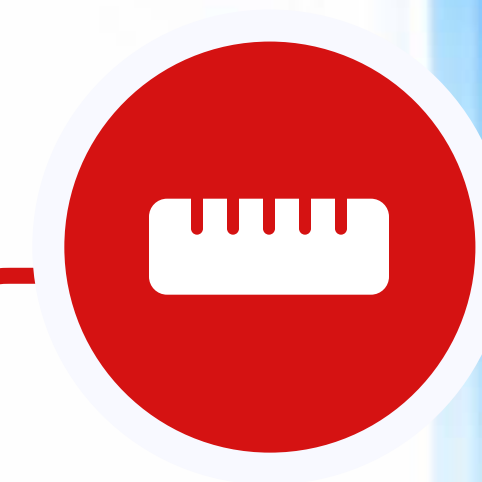
Смотрят только на высоту графика

График выше оси Ox ещё не означает рост. Линия может находиться над осью и при этом постепенно опускаться, то есть функция убывает.



Смешивают точку и промежуток

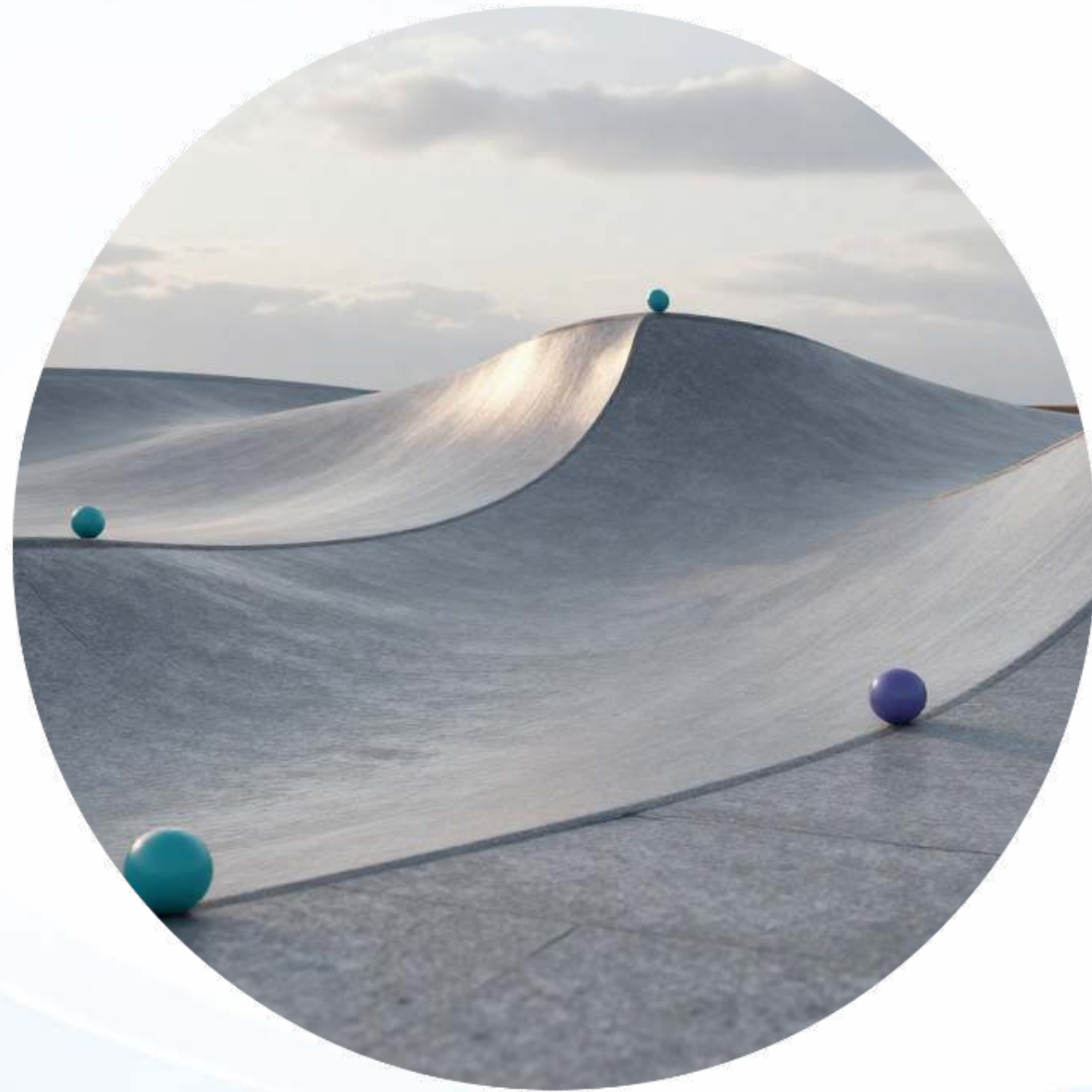
Максимум — это одна точка, а возрастание и убывание описывают целый участок. Если не различать это, ответ по задаче получится неточным.



Записывают отдельные точки

Иногда вместо промежутков указывают только одну точку, где график меняет направление. Но важно назвать весь участок, на котором сохраняется одно и то же поведение функции.

Проверка понимания темы на коротких примерах



1

Когда у уменьшается

Если x увеличивается, а y становится меньше, функция убывает. Это правило удобно проверять по таблице или по графику, двигаясь слева направо и сравнивая значения.

2

Где видно возрастание

Участок возрастания на графике заметен там, где линия поднимается вверх слева направо. Такое движение показывает, что новые значения функции больше предыдущих.

3

Чем максимум отличается

Максимум — это отдельная точка, а убывание — поведение на промежутке. Поэтому нельзя заменять одно другим: точка указывает на вершину, а промежуток описывает изменение.

4

Функция может меняться не один раз

Одна и та же функция способна сначала возрастать, затем убывать, а потом снова возрастать. Такие задачи встречаются часто, и в них важно следить за каждым участком по очереди.

Главный вывод о возрастании и убывании функции

Возрастание и убывание помогают понять, как меняется функция на разных участках. Эти признаки делают графики и таблицы понятнее и показывают связь математики с реальными изменениями вокруг нас.