

Понятие многочлена: что это такое и где встречается

Многочлены помогают записывать алгебраические выражения компактно, понятно и удобно.

Многочлены в школьной алгебре

В 7 классе многочлены учат не случайно: они делают выражения короче, упрощают вычисления и помогают решать задачи на скобки, уравнения, периметр и площадь фигур. Это важная основа для дальнейшей алгебры, где преобразования выражений встречаются постоянно.



Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен — это алгебраическое выражение, составленное из нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Каждый его член записывается как отдельная часть выражения.

Что входит в член

Внутри члена может быть число, буквы и их произведение. Например, в записи $5x$ или $-3a^2$ буквенная часть показывает переменные, а числовая — коэффициент.

Какие действия допустимы

В многочлене между членами разрешены только знаки «+» и «-». Деление на переменную, корни и отрицательные показатели степени не входят в определение многочлена.

Как распознать запись

Чтобы понять, является ли запись многочленом, нужно проверить её форму. Если выражение собрано из одночленов и не содержит запрещённых действий, перед вами многочлен.

Одночлены — «строительные блоки» многочлена



Из чего состоит одночлен

Одночлен включает коэффициент и буквенную часть. Коэффициент показывает числовой множитель, а буквенная часть содержит одну или несколько переменных, перемноженных между собой.

Примеры записи

Одночленами являются $7x$, $-3a^2$, $5xy$ и $-m$. В каждом примере видно число и буквенную часть, а знак перед записью относится ко всему одночлену.

Как собирается многочлен

В выражении $4x^2 - 2x + 9$ видно три отдельных члена. Они соединены знаками «+» и «-», поэтому запись можно представить как набор отдельных блоков.

Члены многочлена и значение знаков

1

Сначала знак

Каждый член многочлена читается вместе со своим знаком. В выражении $8x-5y+2$ член $-5y$ отрицательный, потому что минус относится именно к этому члену.

2

Коэффициент может скрываться

Если коэффициент равен 1 или -1 , его часто не записывают отдельно. Поэтому x означает $1x$, а $-x$ — это сокращённая запись для $-1x$.

3

Важно не потерять минус

При переписывании выражений знак нужно сохранять для каждого члена. Одна ошибка в знаке может изменить всё значение многочлена и привести к неверному ответу.

4

Чтение по частям

Удобно сначала выделить каждый член, а затем определить его знак и коэффициент. Такой способ помогает не путать отрицательные и положительные части выражения.

Стандартный вид многочлена

Что это значит

Стандартный вид — это запись без лишних скобок, где подобные члены уже приведены, а выражение записано в удобном для чтения и вычислений порядке.

Порядок членов

Обычно члены располагают по убыванию степеней. Так легче увидеть старший член и быстрее выполнять дальнейшие преобразования, особенно в длинных выражениях.

Пример правильной записи

Выражение $3x^2+2x-7$ уже записано в стандартном виде. Оно короткое, понятное и сразу показывает, какой член является старшим.

Почему порядок важен

Запись $2x-7+3x^2$ содержит те же члены, но она не является стандартной. Стандартный вид помогает избегать ошибок и упрощает сравнение выражений.

Подобные члены и их приведение

1.

Что делает члены подобными

Подобные члены имеют одинаковую буквенную часть и одинаковые показатели степеней. Поэтому можно складывать или вычитать только их коэффициенты, не меняя буквенную часть.

2.

Как выполняется приведение

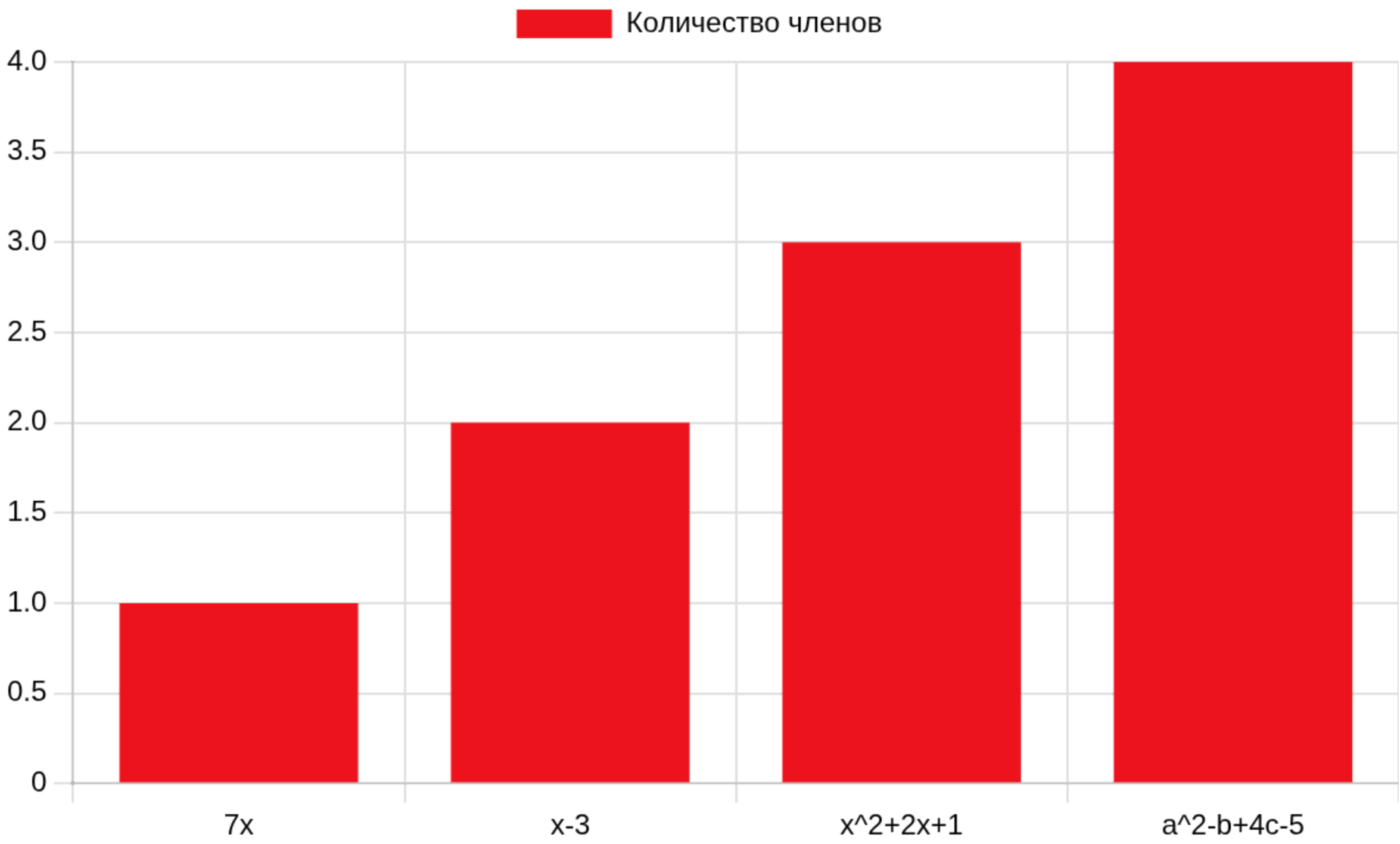
В выражении $2x+5x$ коэффициенты складываются, и получается $7x$. Аналогично $4a^2-9a^2$ даёт $-5a^2$, а $3xy-xy$ превращается в $2xy$.

3.

Что объединять нельзя

Неподобные члены, например $2x$ и $2x^2$, складывать как одинаковые нельзя. У них различаются степени, поэтому они обозначают разные величины и остаются отдельными.

Виды многочленов по числу членов



Название зависит от количества членов в записи: один, два, три или больше. При этом степень выражения и число членов — это разные признаки.

Число членов определяет название, а не степень. Даже простой по виду многочлен может иметь несколько членов.

Учебная классификация многочленов по числу членов; примеры из условия задания.

Степень многочлена



Как находят степень

Степень многочлена — это наибольшая степень его одночлена после приведения подобных членов. Именно старший член показывает общую степень выражения.

Степень числа и буквы

У числа 5 степень равна 0, потому что в нём нет переменной. У $3x$ степень равна 1, так как переменная записана в первой степени.

Примеры для сравнения

В многочлене $2x^3 - 7x + 1$ степень равна 3, а у выражения $4a^2 - 3a + 8$ степень равна 2. Наибольший показатель всегда решающий.

Особый случай

Нулевой многочлен не имеет степени, потому что в его записи нет ненулевых членов. Поэтому для него нельзя выделить старший член.

Проверка выражения на многочлен

Алгоритм помогает определить, подходит ли запись под определение многочлена, и привести её к стандартному виду.



Примеры многочленов и выражений, которые не являются многочленами

Подходящие примеры

К многочленам относятся выражения $2x^2-3x+1$, $7a-4$, u^3+2u и $5m^2-8m+6$. В них члены соединены только знаками сложения и вычитания, а степени переменных — целые неотрицательные.

Запрещённые записи

Выражения $5/x$, $\sqrt{x+3}$ и $x^{-2}+4$ не считаются многочленами. Здесь появляется деление на переменную, корень или отрицательная степень, а такие формы не входят в определение.

Почему важно правило

Если в записи есть знаменатель с переменной, то выражение уже нельзя рассматривать как многочлен. Например, форма $x-2y-1$ допустима, но только пока ни одна переменная не стоит в знаменателе.

Проверка на уроке

Чтобы быстро определить вид выражения, достаточно посмотреть на его части: есть ли только сложение и вычитание, нет ли корней, дробей с переменной и степеней меньше нуля.

Сравнение выражений по основным признакам

Выражение	Члены	Степень	Многочлен
7	1	0	да
4x-1	2	1	да
3x^2+2x+5	3	2	да
1/x+2	2	—	нет

Учебные примеры по теме «Многочлены» для 7 класса

Таблица помогает увидеть, чем многочлены отличаются от других выражений и какие признаки нужно проверять в первую очередь.

Для проверки важны не только число членов, но и форма записи: дробь с переменной сразу исключает выражение из многочленов.

Многочлены в задачах на площадь и периметр

Площадь как произведение

Если стороны прямоугольника равны $x+2$ и $x+3$, его площадь записывают как $(x+2)(x+3)$. После раскрытия скобок получается x^2+5x+6 . Так геометрическая задача превращается в многочлен.



Периметр без лишних шагов

Для прямоугольника со сторонами x и $x+5$ периметр равен $2x+10$. Здесь многочлен сразу показывает сумму всех сторон, а короткая запись помогает быстрее считать и проверять ответ.



Связь с чертежом

На рисунке можно подписать стороны прямоугольника и рядом показать раскрытие скобок. Такой пример помогает увидеть, что многочлены возникают не только в учебнике, но и при работе с фигурами.



Зачем приводить многочлен к простому виду

1.

Убираем лишние части

Сначала находят одинаковые члены и объединяют их. После этого выражение становится короче, а вычисления — заметно проще, потому что в записи остаётся только нужная информация.

2.

Избегаем ошибок

Когда многочлен записан в стандартном виде, легче не перепутать знаки и не пропустить одинаковые слагаемые. Это особенно важно в длинных выражениях и при решении уравнений.

3.

Сравниваем выражения

Приведённые многочлены удобнее сравнивать между собой: сразу видно старший член, коэффициенты и степень. Поэтому такой вид нужен почти в каждом задании по алгебре.

Типичные ошибки при работе с многочленами

Путают подобные члены

Частая ошибка — складывать $2x$ и $2x^2$, хотя у них разная буквенная часть. Подобными считаются только члены с одинаковыми переменными и одинаковыми показателями степеней.

Теряют знак минус

При переписывании выражения минус иногда «исчезает», и ответ получается неверным. Нужно внимательно относиться к каждому члену, потому что знак относится именно к нему.

Неверно находят степень

Степень многочлена определяют по старшему члену после приведения к стандартному виду. Если порядок нарушен или подобные члены не объединены, результат может оказаться ошибочным.

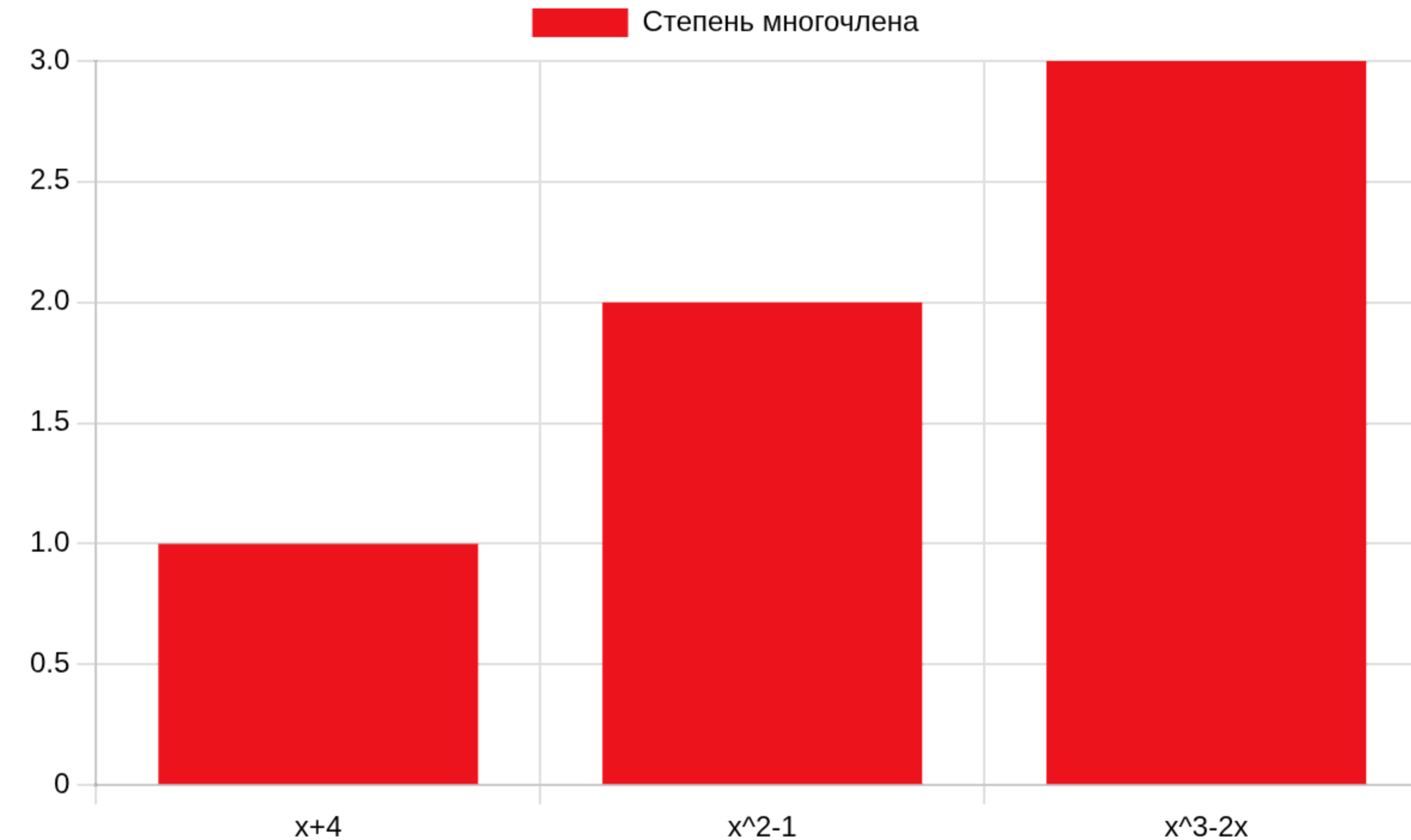
Считают дробь многочленом

Выражения с переменной в знаменателе, например $5/x$, не являются многочленами. Даже если в записи мало действий, деление на переменную меняет сам вид выражения.

Не упорядочивают запись

Если старший член стоит не первым, выражение остаётся тем же, но его труднее читать и проверять. Стандартный вид делает решение аккуратным и понятным.

Как меняется степень в примерах разных многочленов



На диаграмме сравниваются три многочлена, которые отличаются степенью старшего члена. Это помогает увидеть, что важен не внешний вид записи, а наибольшая степень переменной.

Степень растёт вместе со старшим членом: 1, 2 и 3. Количество слагаемых и букв в записи не определяют степень.

Старший член, старший коэффициент и степень

Таблица показывает, как по записи многочлена определить его главный член, степень и числовой коэффициент при старшем члене.

Старший член задаёт степень всего многочлена, а его числовая часть является старшим коэффициентом.

Многочлен	Старший член	Степень	Коэф.
$5x^4-2x+1$	$5x^4$	4	5
$-3a^2+7$	$-3a^2$	2	-3
$9y-6$	$9y$	1	9

Словарь основных терминов темы



Одночлен

Это произведение числа и буквенной части. В одном таком выражении нет сложения между частями, а переменные записаны только через умножение и степени.



Многочлен

Это сумма или разность нескольких одночленов. Между его частями стоят только знаки «+» и «-», поэтому запись можно разбить на отдельные члены.



Член многочлена

Это отдельная часть записи, которая отделена знаком сложения или вычитания. У каждого члена есть свой знак, и его важно не потерять при преобразованиях.



Коэффициент

Это число, которое умножается на буквенную часть. Иногда коэффициент равен 1 или -1, и тогда его часто не записывают отдельно.



Стандартный вид

Это удобная запись многочлена после приведения подобных членов и упорядочивания по степеням. Такой вид помогает быстрее читать, сравнивать и вычислять выражения.

Алгоритм работы с многочленом в 7 классе

1. Найти члены

Сначала выделяют все части выражения, разделённые знаками «+» и «-». Это помогает понять, из каких слагаемых состоит запись.

2. Проверить подобные

Затем ищут члены с одинаковой буквенной частью и одинаковыми степенями. Такие слагаемые можно объединить в одно.

3. Привести к виду

После объединения подобных членов многочлен записывают аккуратно и по порядку. Обычно старший член ставят первым, чтобы было легче читать выражение.

4. Определить степень

Далее находят наибольшую степень среди всех членов. Именно она показывает степень всего многочлена после приведения к стандартному виду.

5. Использовать в задаче

В конце многочлен применяют для сравнения выражений, решения уравнений или вычисления площадей и периметров. Так абстрактная запись становится полезным инструментом.

Главное о многочлене

Многочлен — это удобная форма записи алгебраических выражений, где важны члены, степени и порядок записи. Умение работать с многочленами помогает решать задачи и понимать алгебру глубже.