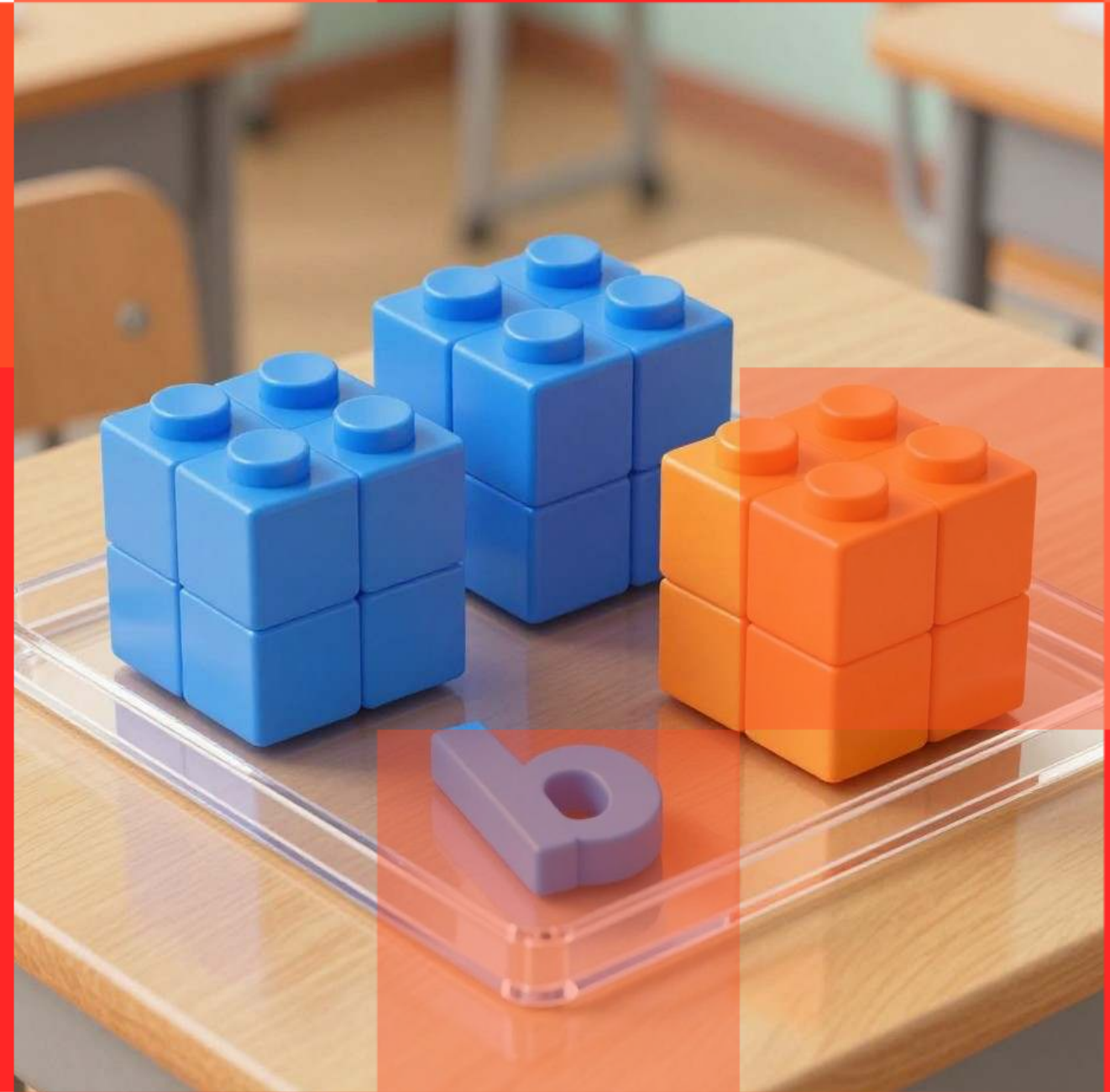


Сумма и разность кубов: зачем нужны эти формулы

Формулы кубов упрощают выражения и помогают быстро находить множители.

Куб числа и его появление в выражениях

Куб — это третья степень числа: $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$.
Такие числа легко узнавать в выражениях вроде x^3+8 или $27y^3-1$, чтобы выбрать нужную формулу разложения на множители.



Формула суммы кубов

Записываем формулу

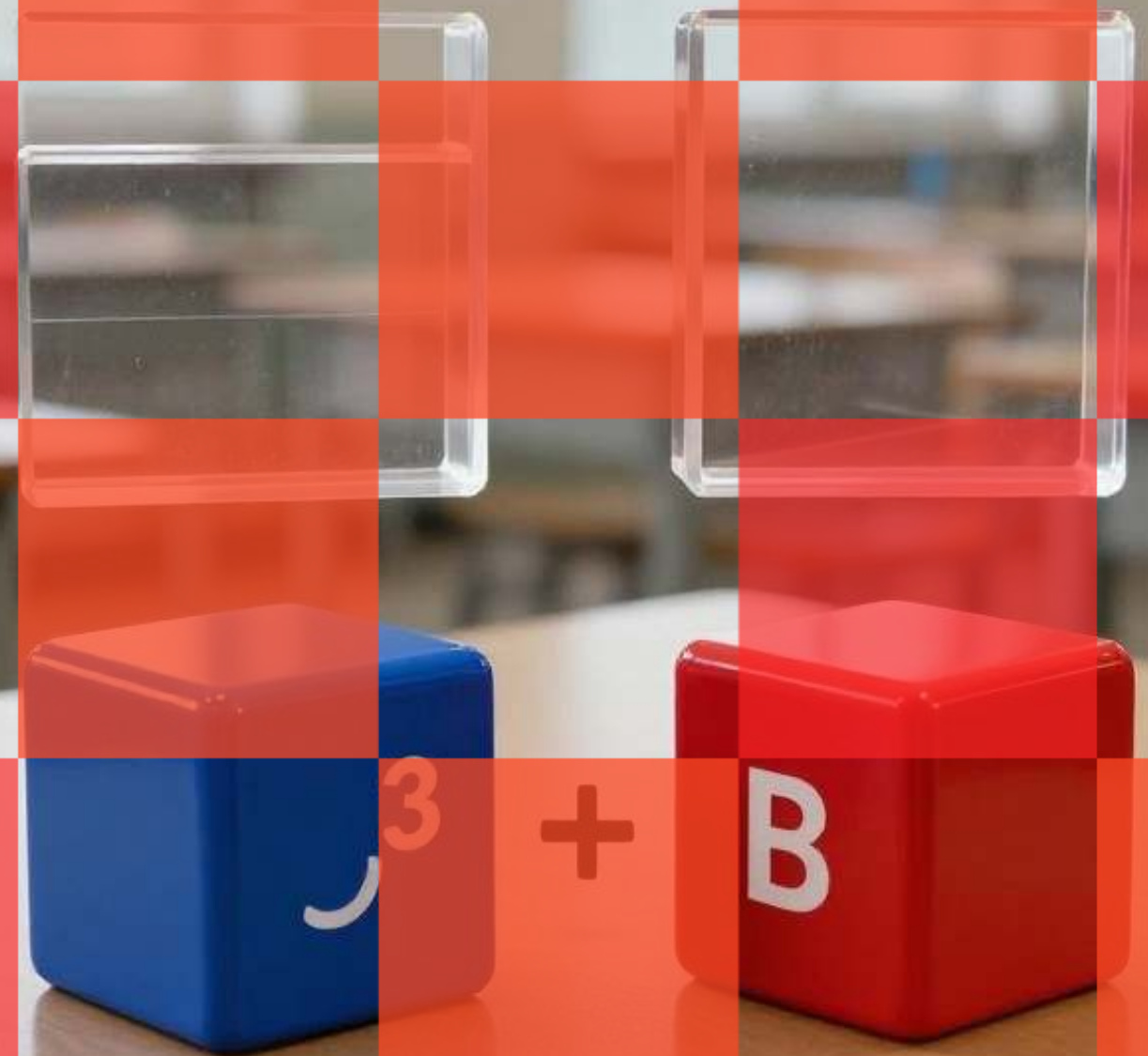
- 1 Сумма кубов раскладывается так: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$. Эта запись помогает заменить сложное выражение произведением двух множителей, которые удобнее раскрывать и упрощать.

Как устроены скобки

- 2 В первой скобке стоит сумма исходных оснований a и b . Во второй — квадрат первого числа, затем средний член ab со знаком минус и квадрат второго числа.

Почему формула работает

- 3 Если раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, лишние члены сократятся. В результате останется именно исходная сумма кубов, без изменений и дополнительных добавок.



Формула разности кубов

Основной шаблон

Разность кубов раскладывается по правилу $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$. Оно выглядит похоже на формулу суммы, но знаки во второй скобке меняются.

Что важно заметить

В первой скобке остаётся разность $a - b$, то есть знак повторяет исходное выражение. Во второй скобке средний член ab записывается уже с плюсом.

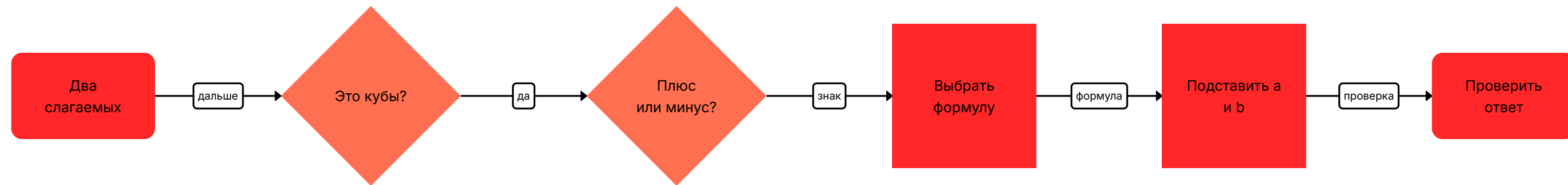
Проверка раскрытием

Если перемножить множители по распределительному закону, все лишние слагаемые сократятся. Тогда получится исходное выражение $a^3 - b^3$, что подтверждает правильность разложения.



Как распознать сумму или разность кубов

Схема показывает последовательность действий при разложении выражения на множители.



Геометрический смысл кубов

Куб как объём

В геометрии куб с равными рёбрами имеет объём, равный третьей степени стороны. Поэтому куб со стороной 2 имеет объём 8, а со стороной 3 — объём 27.

Смысл разложения

Когда выражение раскладывают на множители, это похоже на разбиение большого объёма на более простые части. Так сложная запись превращается в удобное произведение.

Почему это полезно

Наглядная схема из кубов и блоков помогает увидеть, как сумма объёмов связана с произведением множителей. Такой образ делает формулы понятнее и запоминающимися.



Проверка формул на простых числах

Числовые примеры показывают, что формулы дают тот же результат, что и прямое вычисление выражений.

Во всех трёх случаях значения совпадают, значит правило работает одинаково для чисел и буквенных выражений.

Вычисления по формулам суммы и разности кубов

Пример разложения суммы кубов



1. Узнаём куб

Записываем 8 как 2^3 ,
поэтому выражение x^3+8
удобно представить в виде
 x^3+2^3 .

2. Применяем формулу

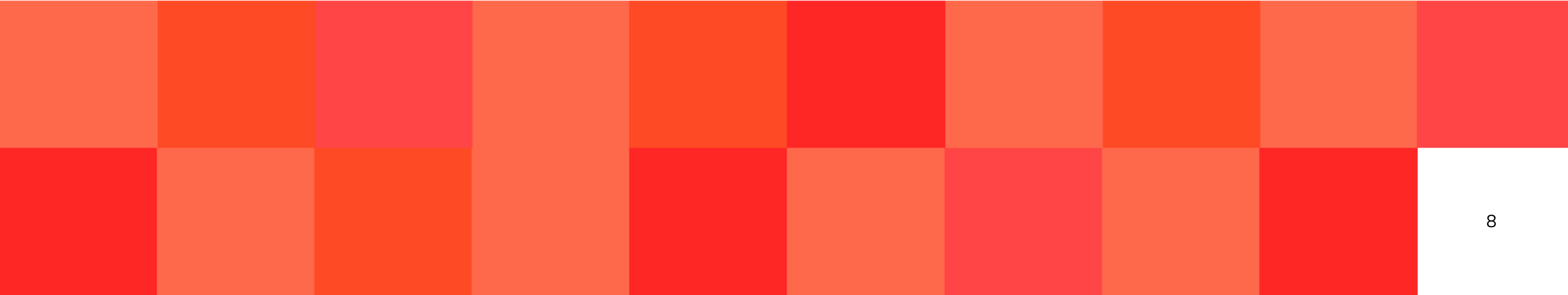
По формуле суммы кубов
получаем: $x^3+2^3=(x+2)$
 (x^2-2x+4) .

3. Раскрываем скобки

При умножении множителей
появляются x^3 , $-2x^2$, $+4x$,
 $+2x^2$, $-4x$ и $+8$.

4. Получаем ответ

После сокращения
одинаковых членов остаётся
 x^3+8 , что подтверждает
правильность разложения.



Пример разложения разности кубов

1

Представляем кубы

Выражение $27y^3 - 1$ можно переписать как $(3y)^3 - 1^3$, потому что $27y^3$ равно кубу выражения $3y$.

2

Подставляем в формулу

Используем формулу разности кубов и получаем: $27y^3 - 1 = (3y - 1)(9y^2 + 3y + 1)$. Здесь первый множитель сразу показывает разность.

3

Зачем это удобно

Такое разложение облегчает дальнейшие преобразования: произведение легче сокращать, подставлять в уравнения и использовать при упрощении дробей и выражений.

Сравнение двух формул разложения

Таблица показывает, чем отличаются формулы суммы и разности кубов и какие знаки нужно ставить в скобках.

Первый множитель повторяет знак исходного выражения, а во второй скобке знак среднего члена меняется на противоположный.

Вид	1-я скобка	2-я скобка	Знак 1	Знак 2
a^3+b^3	$a+b$	a^2-ab+b^2	плюс	минус
a^3-b^3	$a-b$	a^2+ab+b^2	минус	плюс

Формулы сокращённого умножения

Типичные ошибки при разложении

Неверный второй множитель

Часто во второй скобке ошибочно пишут $a^2 \pm ab - b^2$. В правильной формуле знак у крайнего члена всегда положительный, а средний член зависит только от суммы или разности кубов.

Не замечают кубы чисел

Многие не сразу видят, что 8, 27, 64 и 125 — это 2^3 , 3^3 , 4^3 и 5^3 . Без этого невозможно выбрать нужную формулу и правильно начать разложение.

Путают знаки скобок

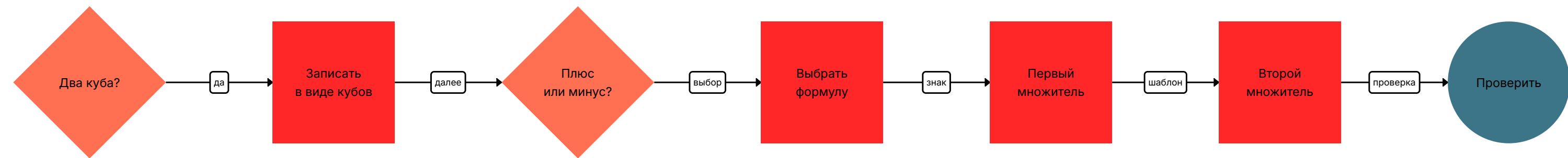
В первой скобке знак совпадает с исходным выражением, а во второй для среднего члена используется противоположный шаблон. Из-за этого ученики нередко меняют знаки местами.

Не делают проверку

Если раскрыть скобки и получить исходное выражение, ответ верный. Такая проверка быстро показывает ошибку в знаке, коэффициенте или выборе формулы, особенно в выражениях с буквами.

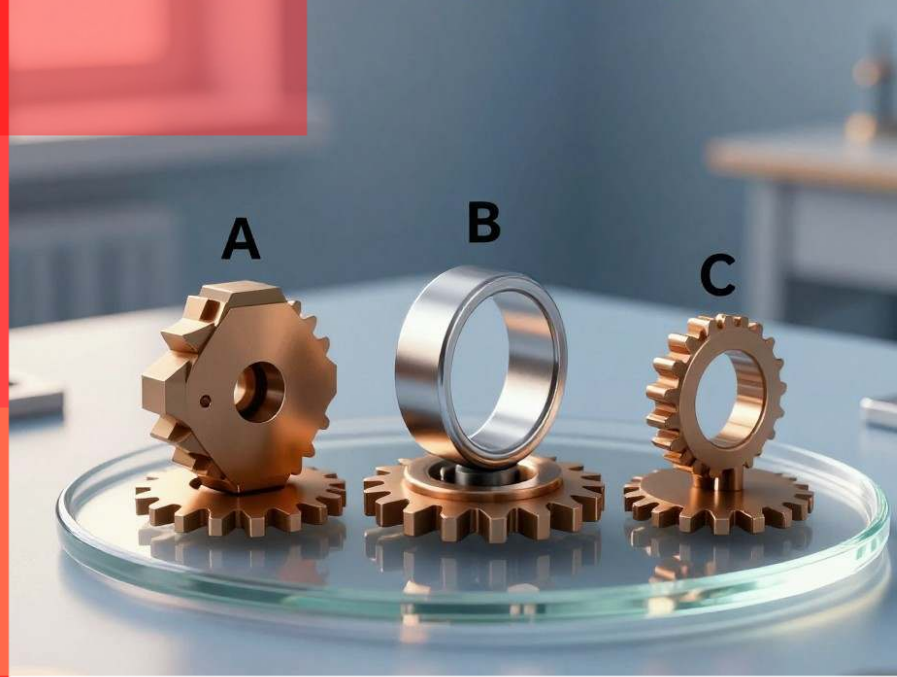
Алгоритм разложения на множители

Последовательность шагов для выражений вида a^3+b^3 и a^3-b^3 .



Связь с другими формулами сокращённого умножения

Одна тема — разных приемов



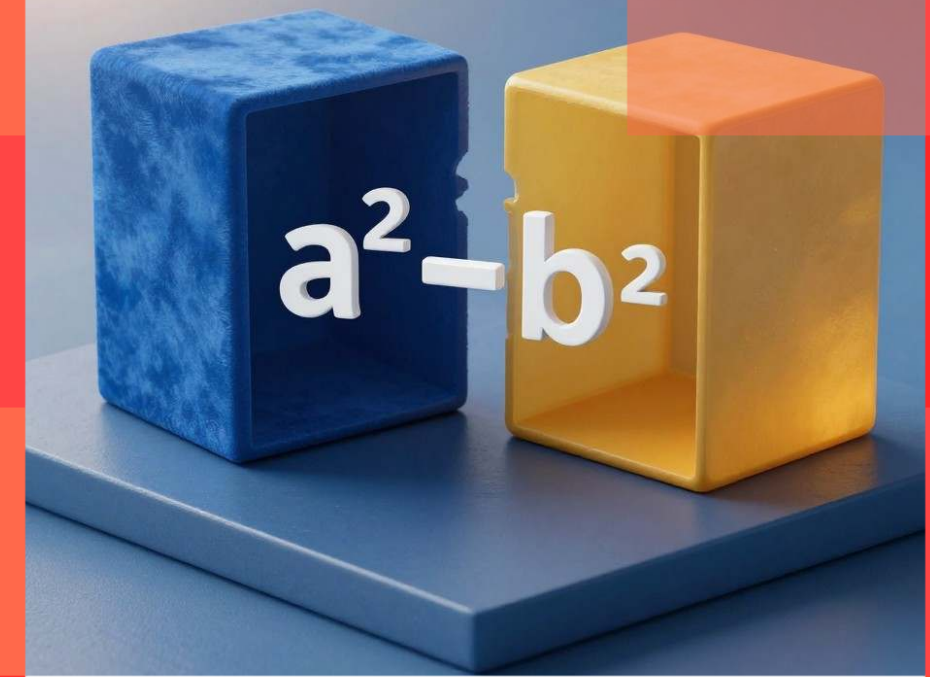
Одна тема — несколько приёмов

Формулы кубов стоят рядом с другими формулами сокращённого умножения и работают по похожей логике. В каждом случае длинное выражение заменяется более удобным произведением, что экономит время и уменьшает число ошибок при вычислениях.



Родство с квадратами

Формулы $(a+b)^2$ и $(a-b)^2$ помогают видеть общую структуру: есть первая скобка и второй множитель с членами, зависящими от a и b . Формулы для кубов продолжают эту идею, но используют третий показатель степени.



Единый смысл преобразований

Формула $a^2 - b^2$, а также формулы суммы и разности кубов показывают, как разложение помогает упростить выражения без громоздкого раскрытия скобок. Для ученика это набор инструментов, а не отдельные правила.

Какие ошибки встречаются чаще всего

Диаграмма помогает быстро увидеть, какие места требуют особого внимания при повторении темы и проверке решения.

Чаще всего ошибки связаны со знаками и распознаванием кубов, поэтому полезнее всего отдельно тренировать шаблон формулы и проверку раскрытием скобок.

Сводка типичных ошибок по теме «сумма и разность кубов»; учебная методика для 7 класса.

Тренировочные примеры и ответы

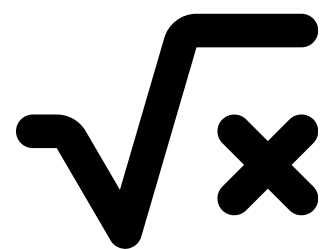
Сначала найдите куб каждого числа или выражения, а затем подставьте его в нужную формулу.

Выражение	Кубы	Ответ	Что заметить
m^3+1	m^3 и 1^3	$(m+1)(m^2-m+1)$	1 — тоже куб
$64-n^3$	4^3 и n^3	$(4-n)(16+4n+n^2)$	Разность кубов
$125p^3-q^3$	$(5p)^3$ и q^3	$(5p-q)(25p^2+5pq+q^2)$	Ищем общий множитель

Во всех примерах сначала определяется вид куба, затем выбирается соответствующий шаблон. Это делает разложение быстрым и одинаковым для чисел и букв.

Формулы суммы и разности кубов

Зачем нужны эти формулы в задачах



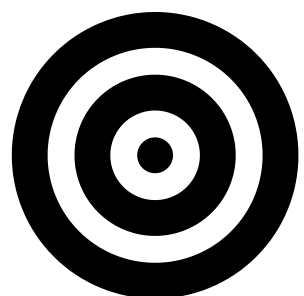
Сокращение дробей

Если в числителе или знаменателе встречается x^3-8 или x^3+27 , разложение на множители помогает сократить дробь и увидеть общий множитель быстрее.



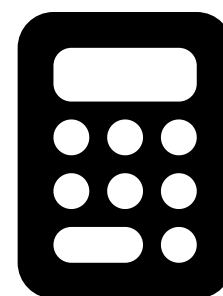
Решение уравнений

После разложения уравнение часто превращается в произведение двух выражений. Это позволяет перейти к более простым уравнениям и найти корни по отдельности.



Правило нуля

Когда произведение равно нулю, достаточно, чтобы один из множителей был равен нулю. Поэтому разложение сразу открывает путь к решению задачи.



Упрощение вычислений

Формулы кубов делают выражения короче и понятнее. Это особенно полезно в задачах, где нужно быстро преобразовать ответ без лишних действий.

Проверка результата раскрытием скобок

Перемножить множители

1

Сначала примените распределительный закон и аккуратно умножьте каждое слагаемое первой скобки на каждое слагаемое второй. Это помогает увидеть, все ли члены записаны правильно.

Сравнить с исходным выражением

2

После раскрытия скобок должны остаться только исходные кубы, без лишних членов. Если появляется лишний знак или коэффициент, значит, в записи есть ошибка.

Использовать проверку как привычку

3

Особенно полезно проверять выражения с буквами, где легко перепутать знак или забыть средний член. Пример с $(x+2)(x^2-2x+4)$ показывает, как работает точная проверка.

Пошаговая самопроверка

Каждый следующий шаг опирается на предыдущий, поэтому пропуск одного пункта сразу повышает риск ошибки в ответе.

Последовательная проверка помогает не терять знаки и быстрее находить верное разложение. Самый надёжный финальный шаг — раскрытие скобок и сравнение с исходным выражением.

Методический алгоритм самопроверки для темы «сумма и разность кубов».

2

**основные формулы
для кубов достаточно
выучить, чтобы быстро
узнавать сумму
и разность кубов.**

Две формулы — для суммы и разности кубов — дают готовый шаблон для разложения выражений в 7 классе.

Формулы сокращённого умножения

Итог: что важно помнить о кубах

Сумма и разность кубов раскладываются по чёткой схеме, которую легко применять и к числам, и к буквенным выражениям. Если узнавать кубы, выбирать формулу и проверять ответ, ошибки становятся редкостью.