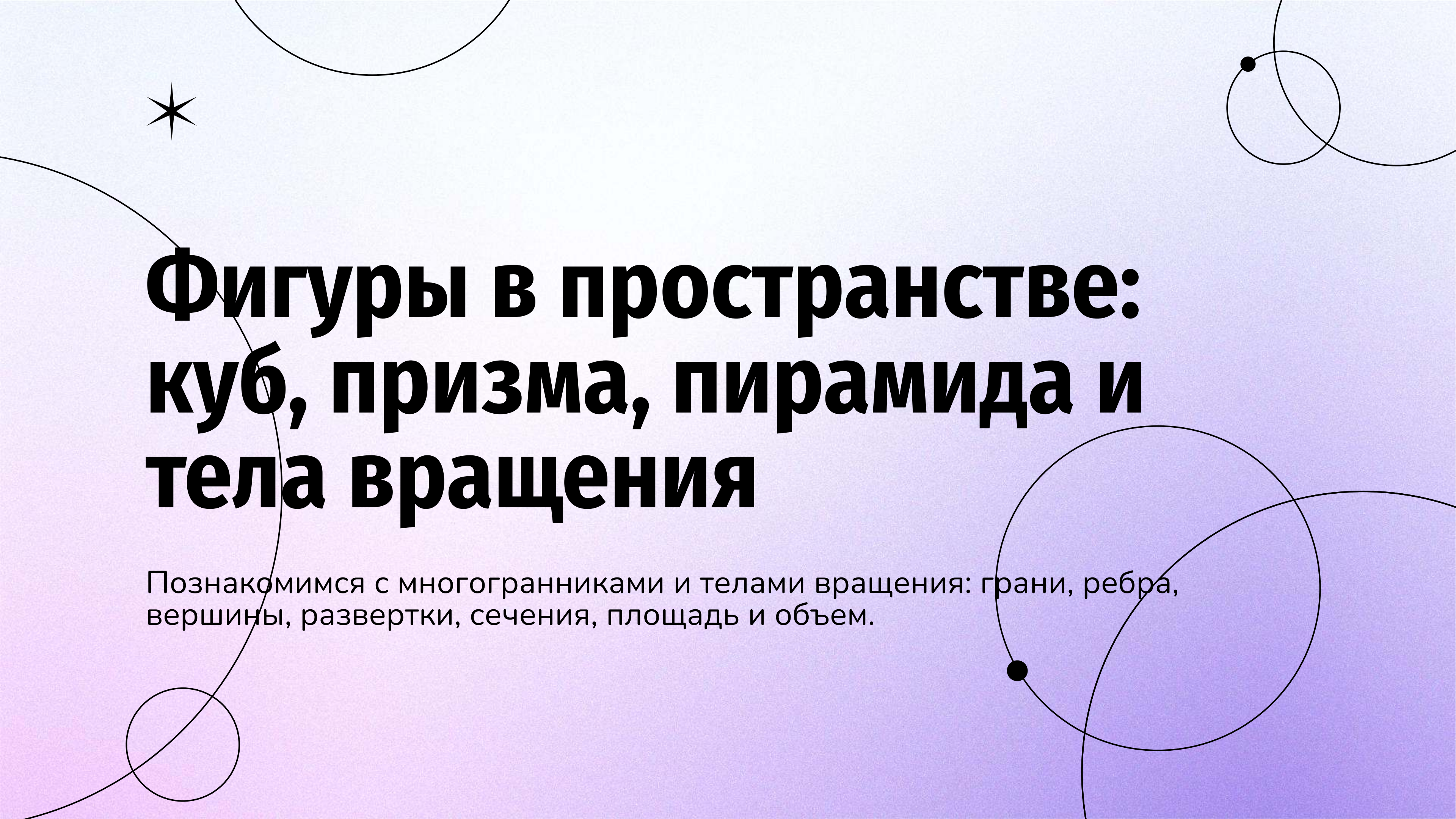


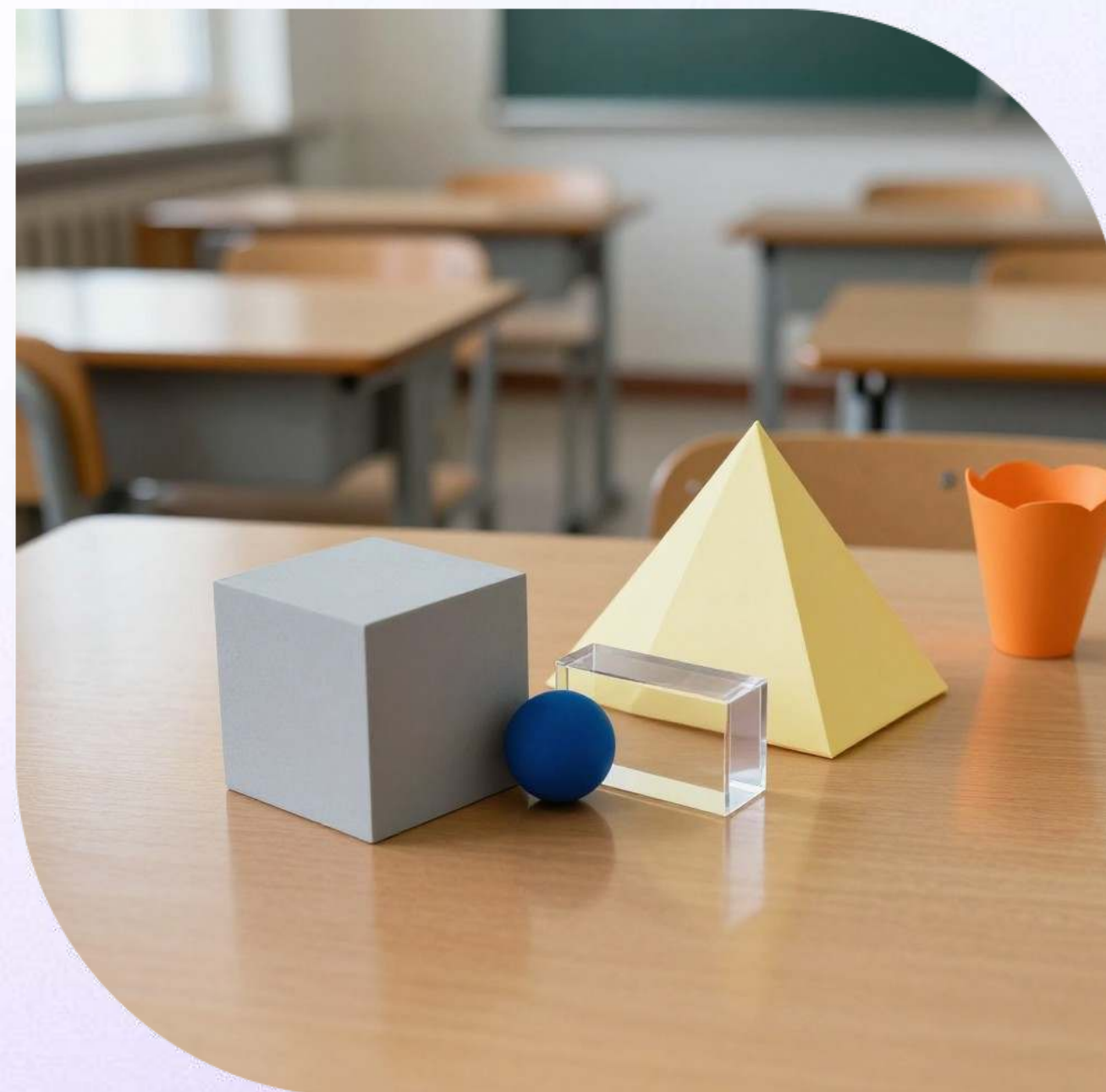


Фигуры в пространстве: куб, призма, пирамида и тела вращения

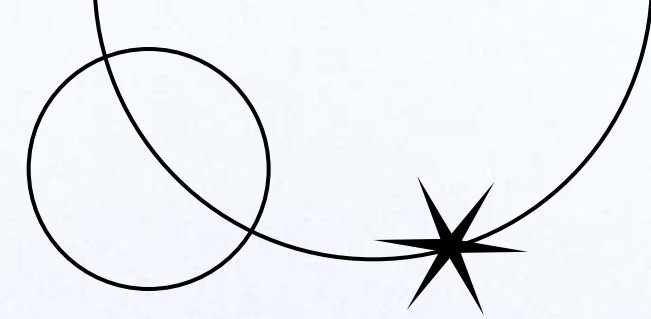
Познакомимся с многогранниками и телами вращения: грани, ребра, вершины, развертки, сечения, площадь и объем.

Где встречаются пространственные фигуры в ЖИЗНИ

С пространственными фигурами вы сталкиваетесь каждый день: коробки, книги, кирпичи, банки, стаканы, мячи, крыши и упаковки. В 7 классе это помогает находить элементы фигур и понимать, как считают площадь поверхности и объем.



Три измерения любой объемной фигуры



1

У объемной фигуры можно измерить длину, ширину и высоту. Плоская фигура помещается в одной плоскости, а пространственная занимает место в объеме и «имеет толщину».

2

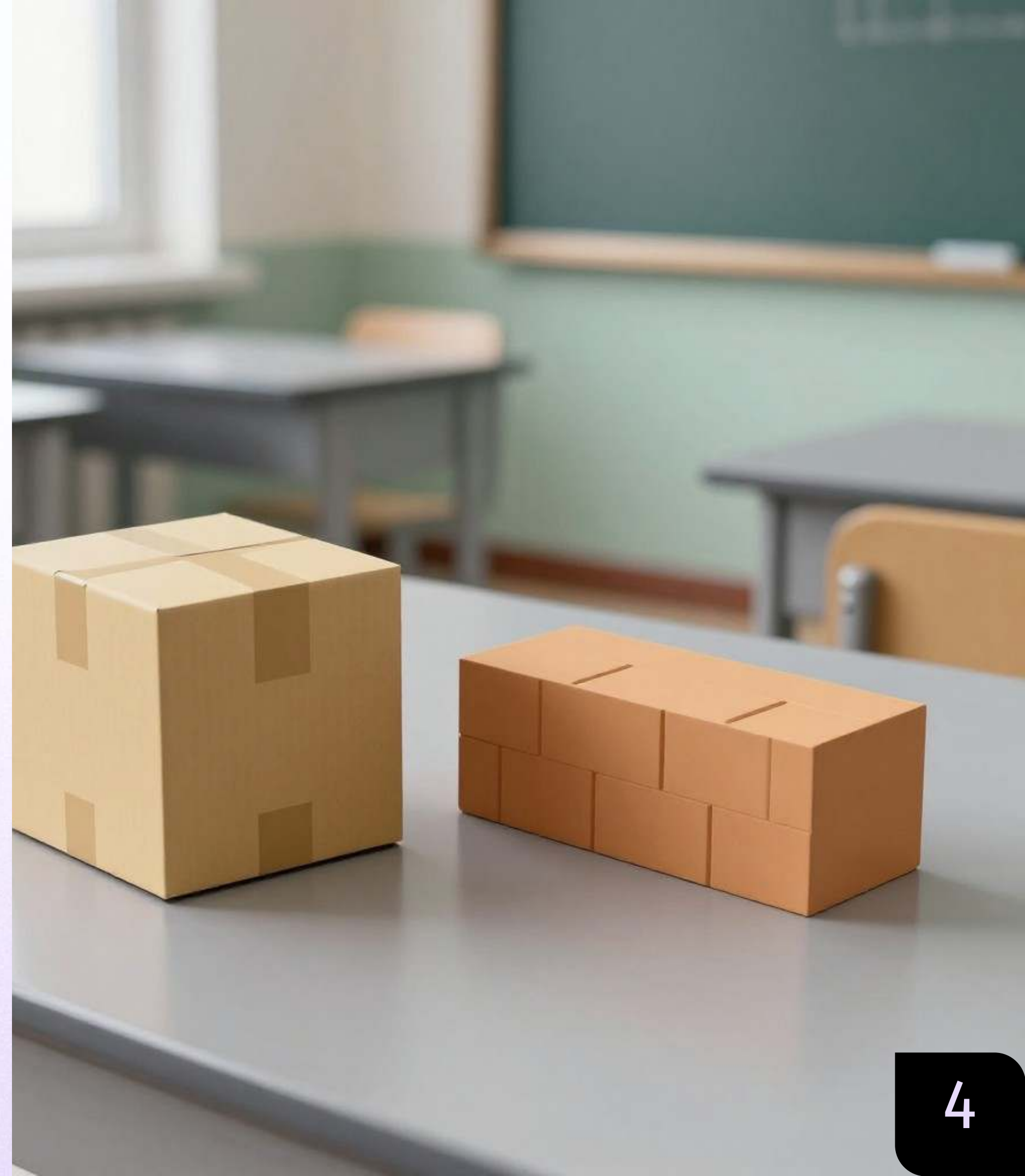
У пространственных фигур появляются элементы: грани, ребра и вершины. Также говорят об основании и боковых поверхностях — они показывают, как устроена фигура с разных сторон.

3

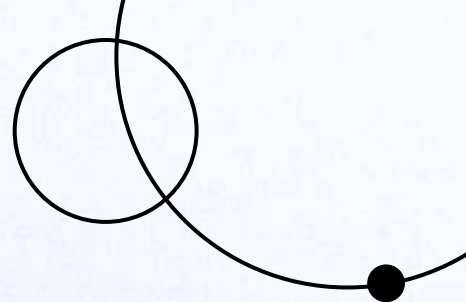
Объем — это величина, которая показывает, сколько места фигура занимает внутри. Его связывают с «вместимостью» формы, например при заполнении водой, песком или воздухом.

Куб и прямоугольный параллелепипед

- Куб имеет 6 равных квадратных граней, 12 ребер и 8 вершин. У прямоугольного параллелепипеда тоже 6 граней, 12 ребер и 8 вершин, но грани — прямоугольники разной длины.
- Эти фигуры легко узнать по предметам: коробкам, кирпичам, шкафам и строительным блокам. Именно их «правильность» помогает уверенно отличать стороны, ребра и вершины при вычислениях.



Сравнение основных пространственных фигур



Фигура	Основание	Поверхность
Куб	квадратное	плоские грани
Цилиндр	2 круга	кривая боковая поверхность
Шар	нет оснований	вся поверхность круглая

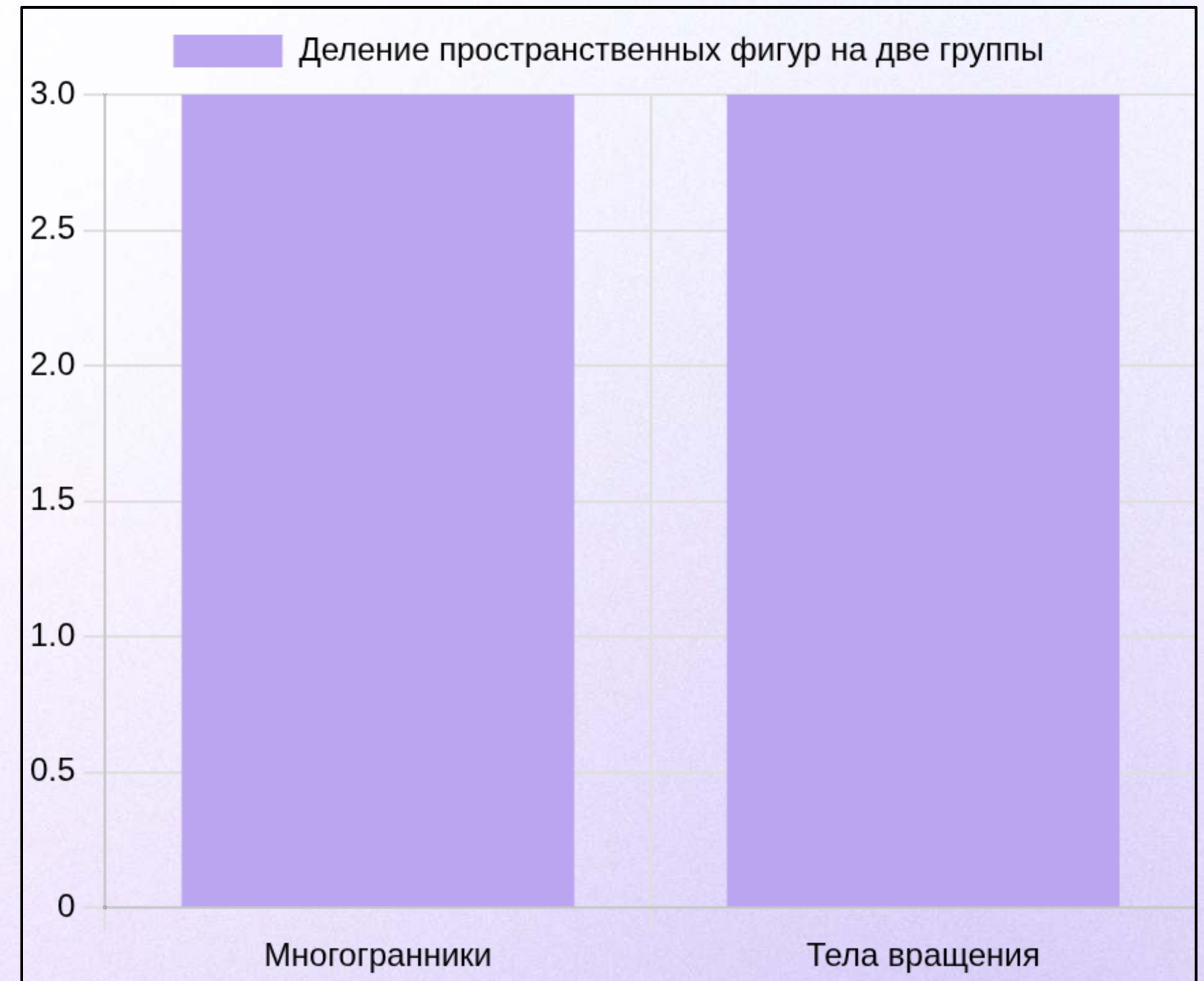
Для сравнения берут куб, прямоугольный параллелепипед, треугольную призму, квадратную пирамиду, цилиндр, конус и шар. Главные признаки: грани, ребра и вершины; форма основания; наличие круглой поверхности; число оснований. Ключевой смысл: многогранники имеют плоские грани, а тела вращения — кривые поверхности.

По таблице видно главное различие: у многогранников поверхность состоит из плоских граней, а у тел вращения — из кривых поверхностей.

Две большие группы пространственных фигур

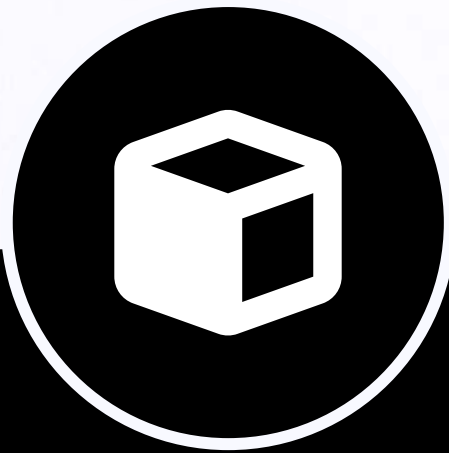
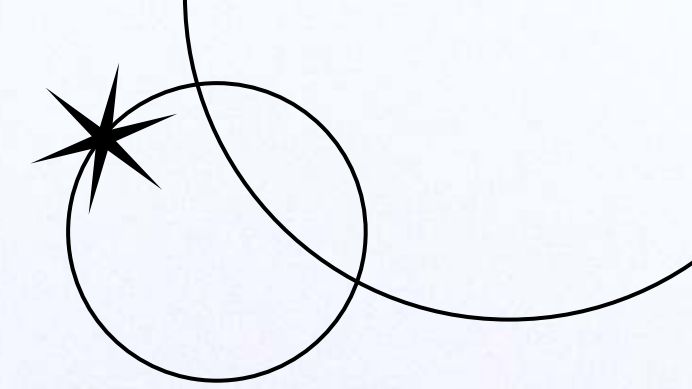
Многогранники обычно «читаются» по ребрам и вершинам, а тела вращения — по наличию круглых оснований и кривой поверхности.

Разделение помогает быстро выбрать правильный подход: для многогранников рассматривают плоские грани и ребра, для тел вращения — форму оснований и кривизну поверхности.



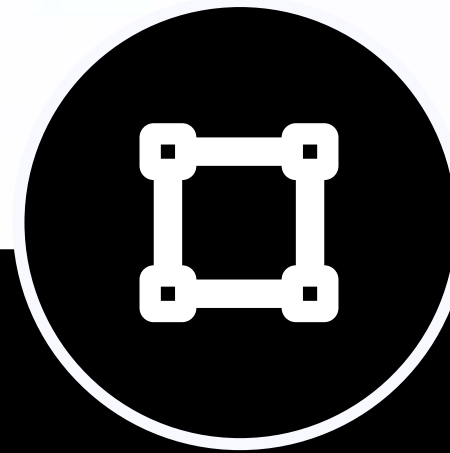
★ Состав групп по перечню фигур школьного курса: куб, призма, пирамида; цилиндр, конус, шар.

Призмы и их признаки



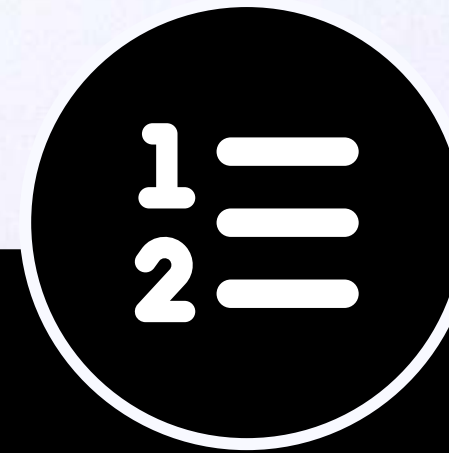
Два равных основания

У призмы есть два равных и параллельных основания. Обычно их форма определяет название призмы: например, треугольная призма имеет треугольные основания, четырехугольная — четырехугольные.



Боковые грани

Боковые грани призмы — параллелограммы. В прямой призме эти грани становятся прямоугольниками, поэтому «наклон» боковой части отсутствует.



Сколько боковых граней

Число боковых граней равно числу сторон основания. Поэтому у призмы с треугольным основанием боковых граней три, а с четырехугольным — четыре.

Пирамида и ее элементы

1

У пирамиды одно основание, а боковые грани — треугольники. Эти треугольники сходятся в одной общей точке — вершине пирамиды, из-за чего боковые стороны выглядят «собранными» к центру.

2

Название пирамиды зависит от формы основания: треугольная, четырехугольная (и квадратная как частный случай), шестиугольная. По форме основания можно сразу представить, сколько будет треугольных боковых граней.

3

У пирамиды выделяют основание, боковые ребра, боковые грани и вершину. Такая структура важна для задач: нужно понимать, какие элементы считать при нахождении площади поверхности и объема.

Цилиндр и конус в окружающих предметах

1

Цилиндр: «как банка или стакан»

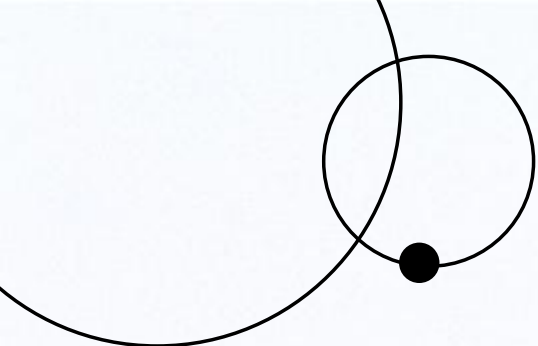
Цилиндр имеет два равных круглых основания и боковую поверхность. На боковой поверхности нет вершин и «острых точек», поэтому фигура выглядит ровной и гладкой по высоте. Примеры: банка, стакан, труба.

2

Конус: «как дорожный конус или воронка»

Конус имеет одно круглое основание и одну вершину. У боковой поверхности есть плавный переход от основания к вершине, поэтому фигура сужается вверх. Примеры: дорожный конус, рожок мороженого, воронка.





0

У шара нет ребер,
вершин и граней,
поэтому он не
похож на
многогранники.

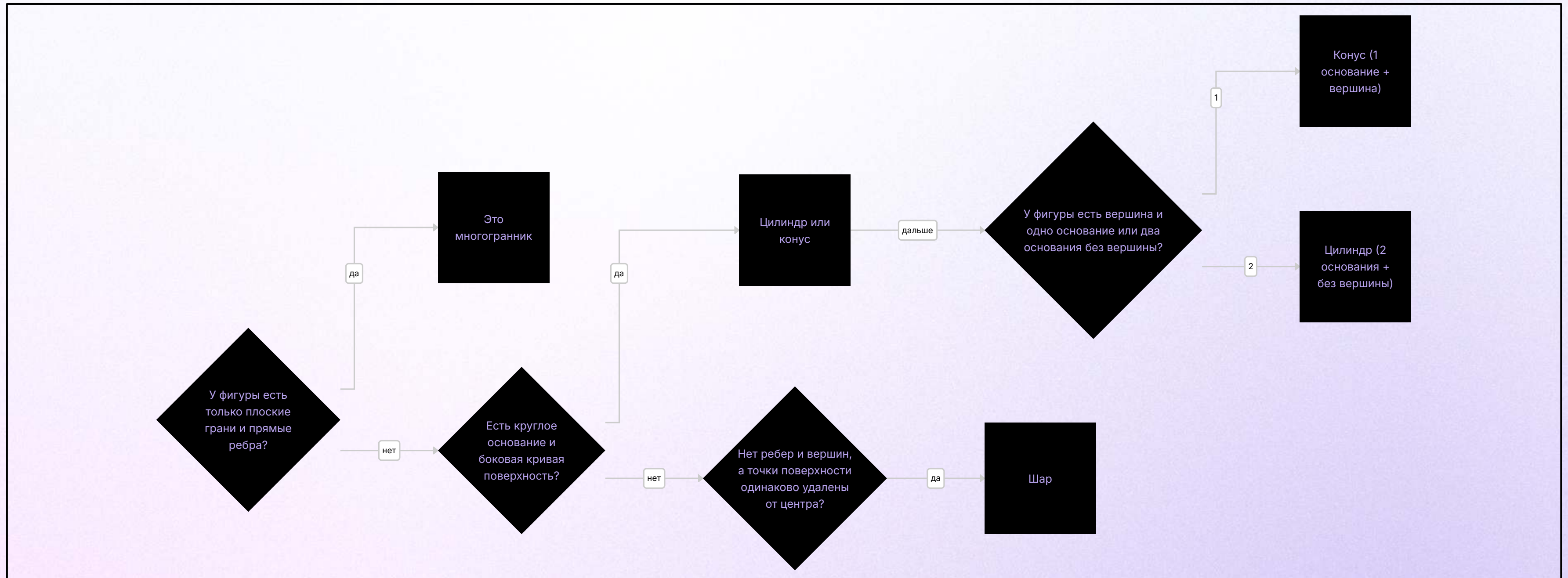
Проверяя признаки,
помните: у шара нет
элементов, характерных
для гранных тел.



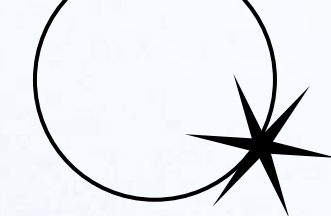
Определение шара в школьном курсе геометрии: все точки поверхности равноудалены от центра, ребер, вершин и граней не имеет.

Как быстро определить пространственную фигуру

Идем от признаков поверхности: плоские грани, наличие круглых оснований и радиальная симметрия.



Развертки пространственных фигур



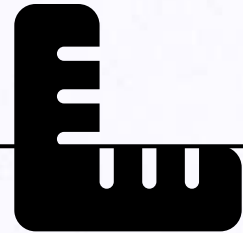
1 Развертка — это плоская фигура, которая раскладывает объемное тело так, чтобы все его поверхности стали видны на одном листе. По развертке удобно заранее продумать форму и размеры упаковки.

2 Для куба развертка состоит из 6 квадратов, для прямоугольного параллелепипеда — из 6 прямоугольников. Эти части соединяются по ребрам, образуя замкнутый «коробочный» контур.

3 Цилиндр на развертке представляют как прямоугольник (боковая поверхность) и два круга (основания). У конуса боковая поверхность превращается в сектор круга, а основанием служит круг.

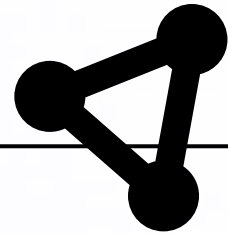
4 Развертки применяют при изготовлении коробок, конвертов для дисков и упаковок, а также при создании моделей для уроков. Они помогают понимать связь между площадью и тем, сколько материала потребуется.

Сечения фигур плоскостью



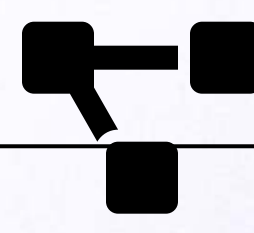
Куб и параллелепипед

Если пересечь куб или прямоугольный параллелепипед плоскостью, сечение часто получается квадратом или прямоугольником. Его форма зависит от того, как именно расположена плоскость относительно ребер.



Цилиндр

У цилиндра сечение может быть кругом, если плоскость проходит параллельно основанию, или прямоугольником, когда плоскость наклонена. По виду сечения судят о положении плоскости.



Пирамида

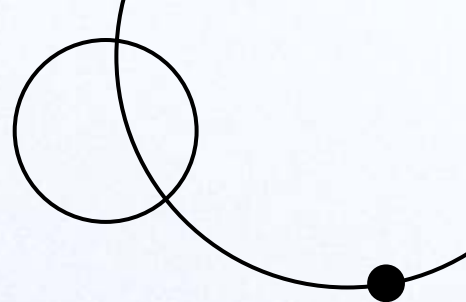
Для пирамиды сечения нередко бывают треугольниками или четырехугольниками. Такая форма получается благодаря тому, что боковые грани сходятся в одной вершине.



Зачем изучают сечения

Сечения помогают представить внутреннее строение объемных тел. Они дают «снимок» того, что происходит внутри, когда плоскость условно разрезает фигуру.

Сколько элементов у разных фигур



Фигура	Грани	Ребра	Вершины
Куб	6	12	8
Прям. параллелепипед	6	12	8
Треугольная призма	5	9	6
Квадратная пирамида	5	8	5

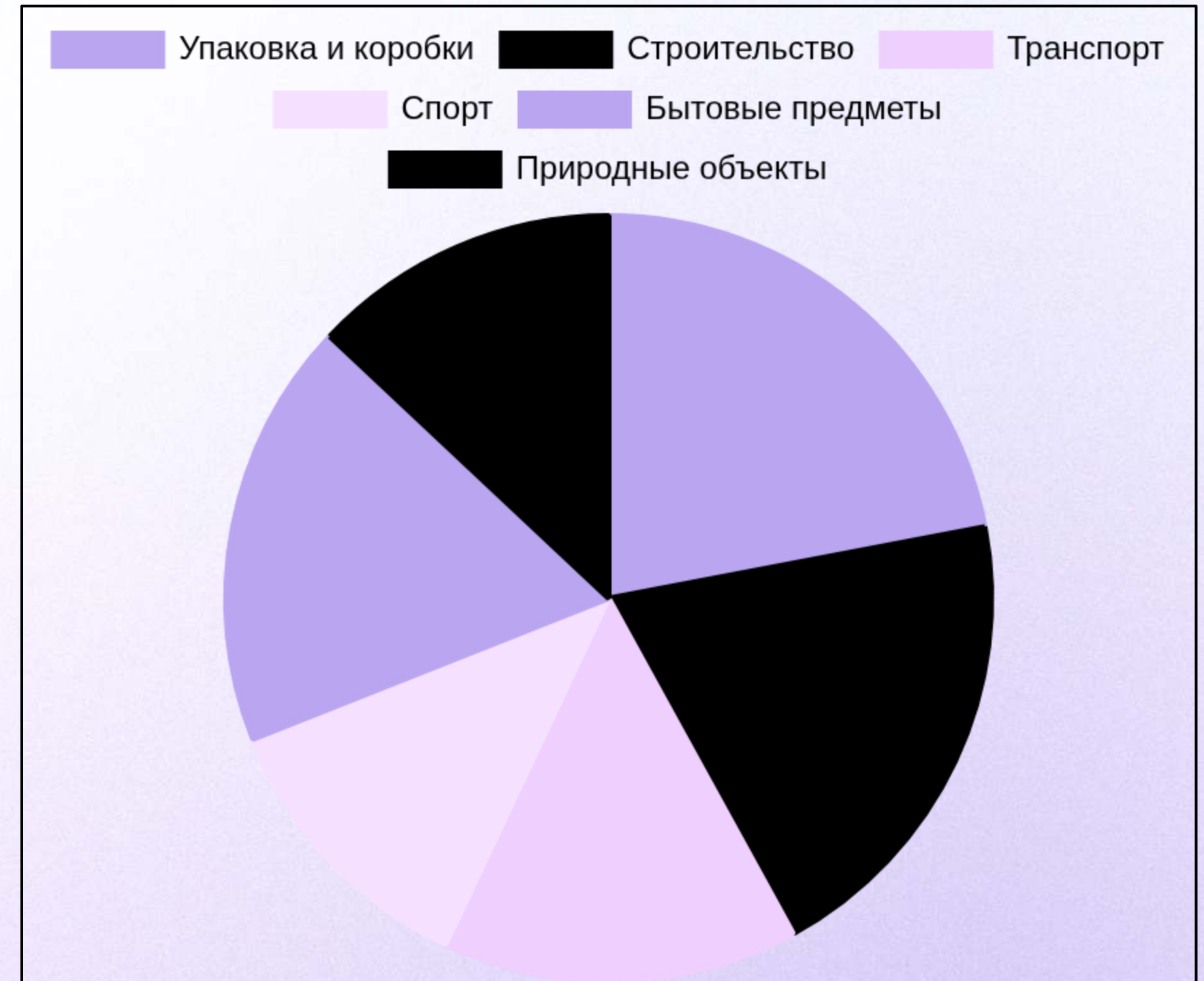
В таблице сравниваются числа граней, ребер и вершин. Видно, что даже у фигур из разных типов оснований набор элементов может заметно отличаться.

Количество граней, ребер и вершин определяется строением фигуры: числом сторон основания и тем, как вершины «собираются» в пространстве.

Где в жизни встречаются пространственные фигуры

Фигуры удобно распознавать по «скелету»: у коробок и блоков — ребра и грани, у банок и труб — круглые поверхности, у мячей — полностью гладкая сфера.

Самые частые в повседневности формы связаны с простыми поверхностями: прямыми плоскостями и поверхностями вращения. Поэтому их легко использовать в проектировании и производстве.



★ Обобщение школьного опыта и примеров из быта (точные статистические данные не приводятся).

Площадь поверхности и объем

1

Площадь поверхности показывает, сколько места занимает «оболочка» фигуры: сколько материала понадобится, чтобы ее накрыть или облицевать. Это величина измеряется в квадратных единицах.

2

Объем отвечает на другой вопрос: сколько места занимает тело внутри. Он важен, когда нужно наполнить контейнер, заполнить деталь или рассчитать расход вещества.

3

Для измерений используют разные единицы: площадь считают в квадратных единицах, объем — в кубических. Поэтому сравнивать и смешивать эти величины нельзя: они относятся к

4

В самых простых случаях площадь и объем находят по известным формулам для куба, параллелепипеда, цилиндра и конуса. Дальше алгоритм обычно опирается на размеры ребер, радиусы и высоту.

Практические задачи по теме

1

В задачах обычно требуется найти размеры: длины ребер, радиус, высоту. Иногда просят определить площадь основания или боковой поверхности, чтобы затем продолжить расчет объема или общей площади.

2

В качестве сюжетов часто используют коробки, аквариумы, банки, детали и упаковку. По рисунку нужно выделить, какие элементы относятся к основаниям, а какие — к боковым поверхностям.

3

Чтобы получить правильный результат, важно читать условие внимательно: найти известные величины, выбрать подходящую формулу и проверить себя по смыслу — подходит ли ответ по размерности и по величине.

Типичные ошибки при изучении фигур



1

Часто путают грань и ребро: грань — это плоская (или кривая) поверхность, а ребро — линия пересечения поверхностей. Из-за этого неправильно считают элементы и применяют неверные признаки.

2

Другие ошибки связаны с путаницей основания и боковой поверхности. Основание — «нижняя» или «опорная» часть, а боковая поверхность — все, что соединяет основания между собой.

3

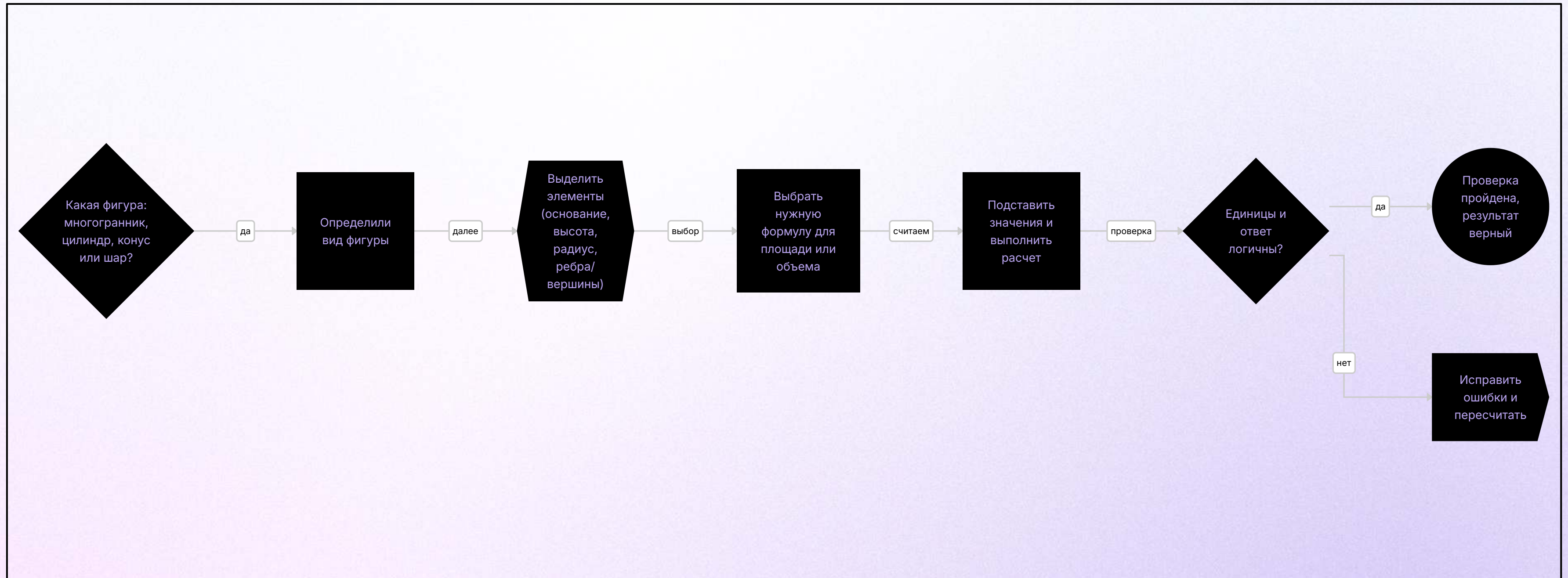
Неправильно смешивают площадь поверхности и объем: площадь — это оболочка, а объем — внутреннее пространство. Если заменить одну величину другой, ответ почти всегда получится несоответствующим условию.

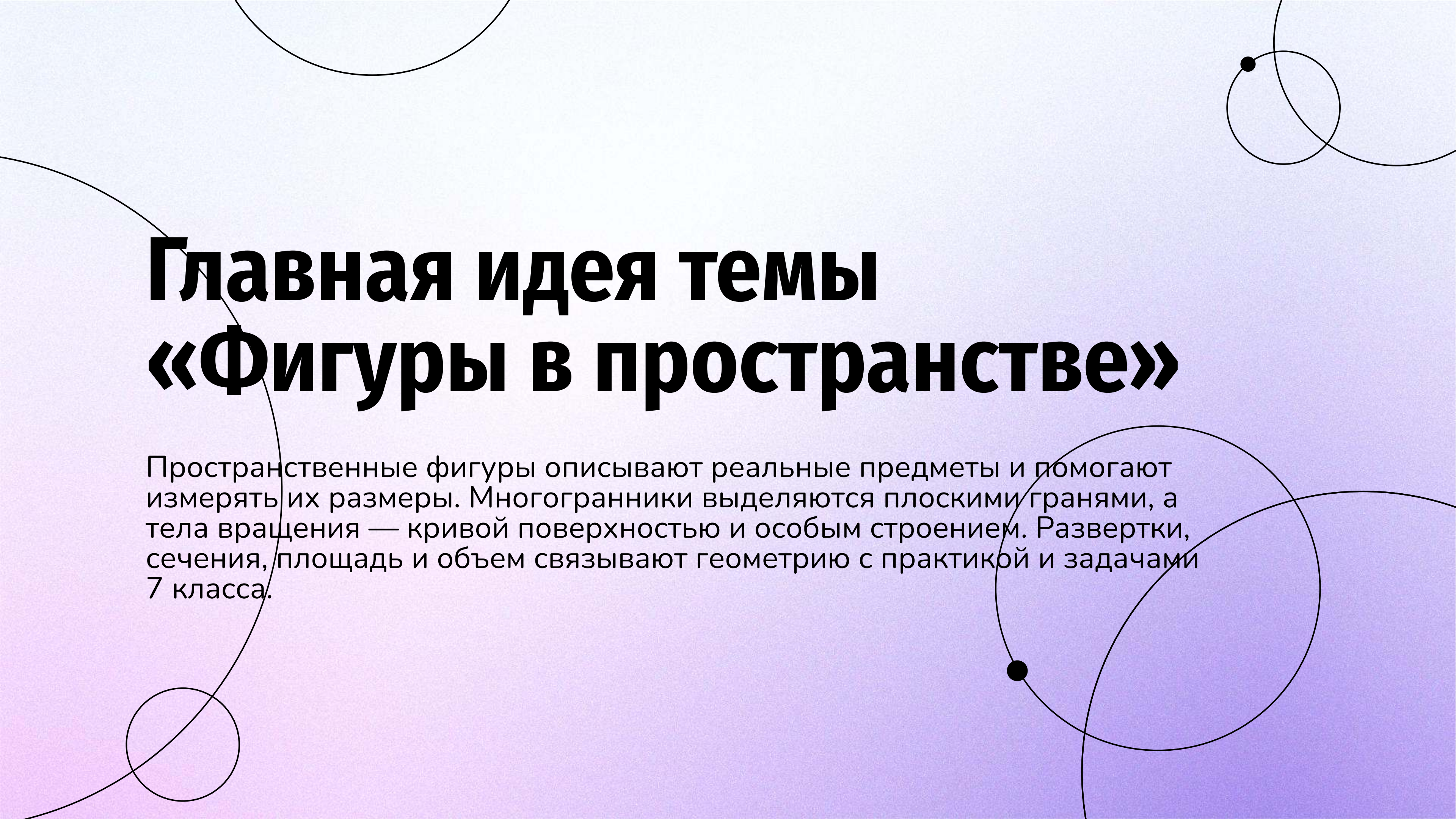
4

Еще одна типичная ошибка — неверная классификация: шар не имеет ребер и вершин, поэтому его нельзя считать многогранником. Цилиндр тоже не характеризуется ребрами, как у многогранников.

От модели фигуры к вычислению результата

Шаги решения: распознать тип, выделить элементы, выбрать формулу, затем проверить единицы и смысл.



The background features several thin black lines and circles. A large circle is partially visible at the top left. In the top right, there is a small circle with a dot on its circumference, and a line passing through it. At the bottom left, there is a small circle. At the bottom right, there are two overlapping circles, one of which has a dot on its circumference. The overall design is minimalist and geometric.

Главная идея темы «Фигуры в пространстве»

Пространственные фигуры описывают реальные предметы и помогают измерять их размеры. Многогранники выделяются плоскими гранями, а тела вращения — кривой поверхностью и особым строением. Развертки, сечения, площадь и объем связывают геометрию с практикой и задачами 7 класса.