

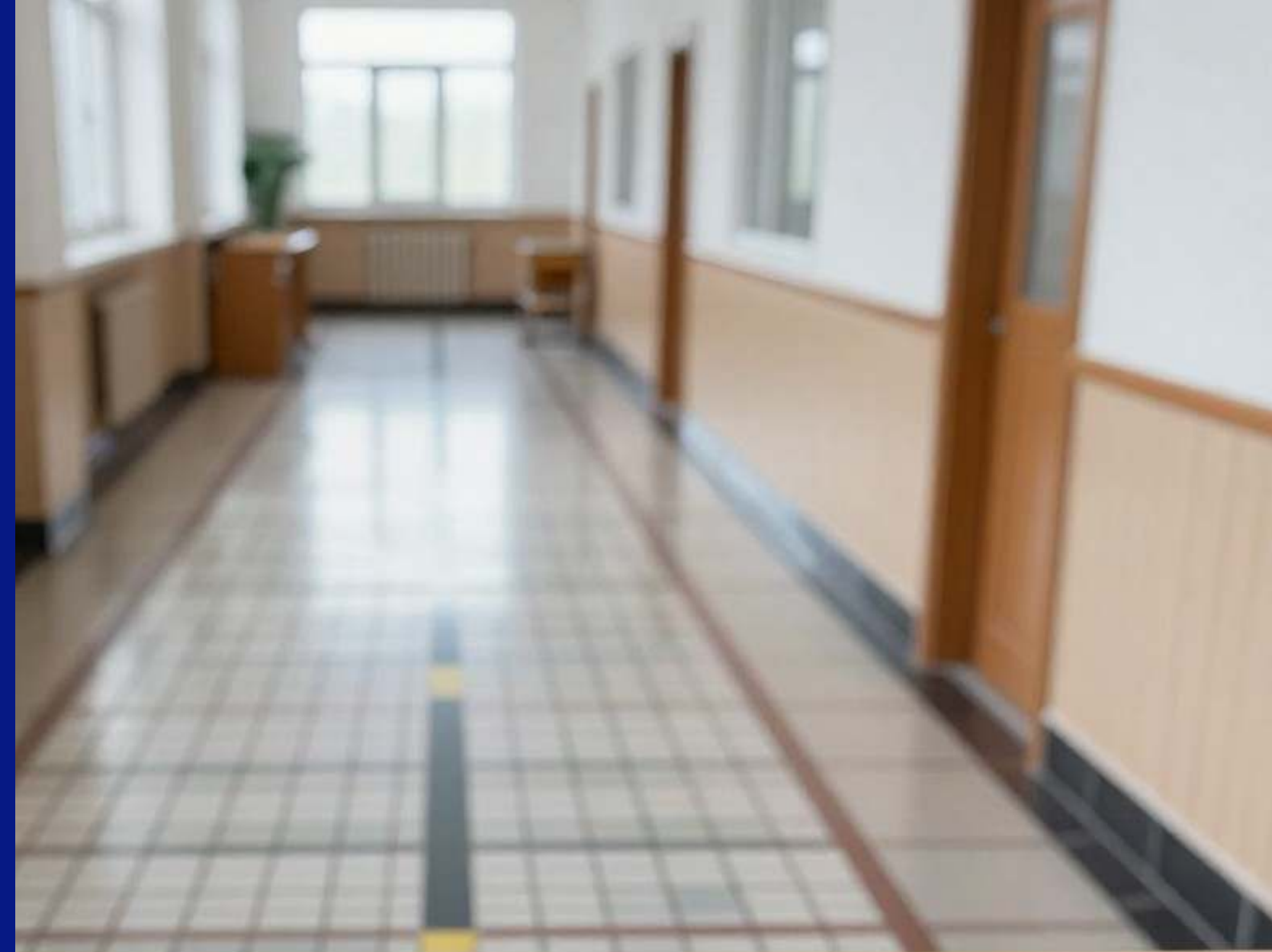
Уравнение прямой: основная тема урока геометрии в 8 классе



Формула $y = kx + b$ связывает точки, график и смысл прямой.

Зачем изучать уравнение прямой

Это удобный способ описывать линии на плоскости, находить точки по формуле, строить графики и сравнивать прямые в задачах по геометрии и координатам.



Линейная зависимость на координатной плоскости

Равномерное изменение

Если x изменяется на одинаковую величину, то y тоже меняется на одно и то же число. Такая закономерность называется линейной зависимостью и встречается во многих задачах.

График в виде прямой

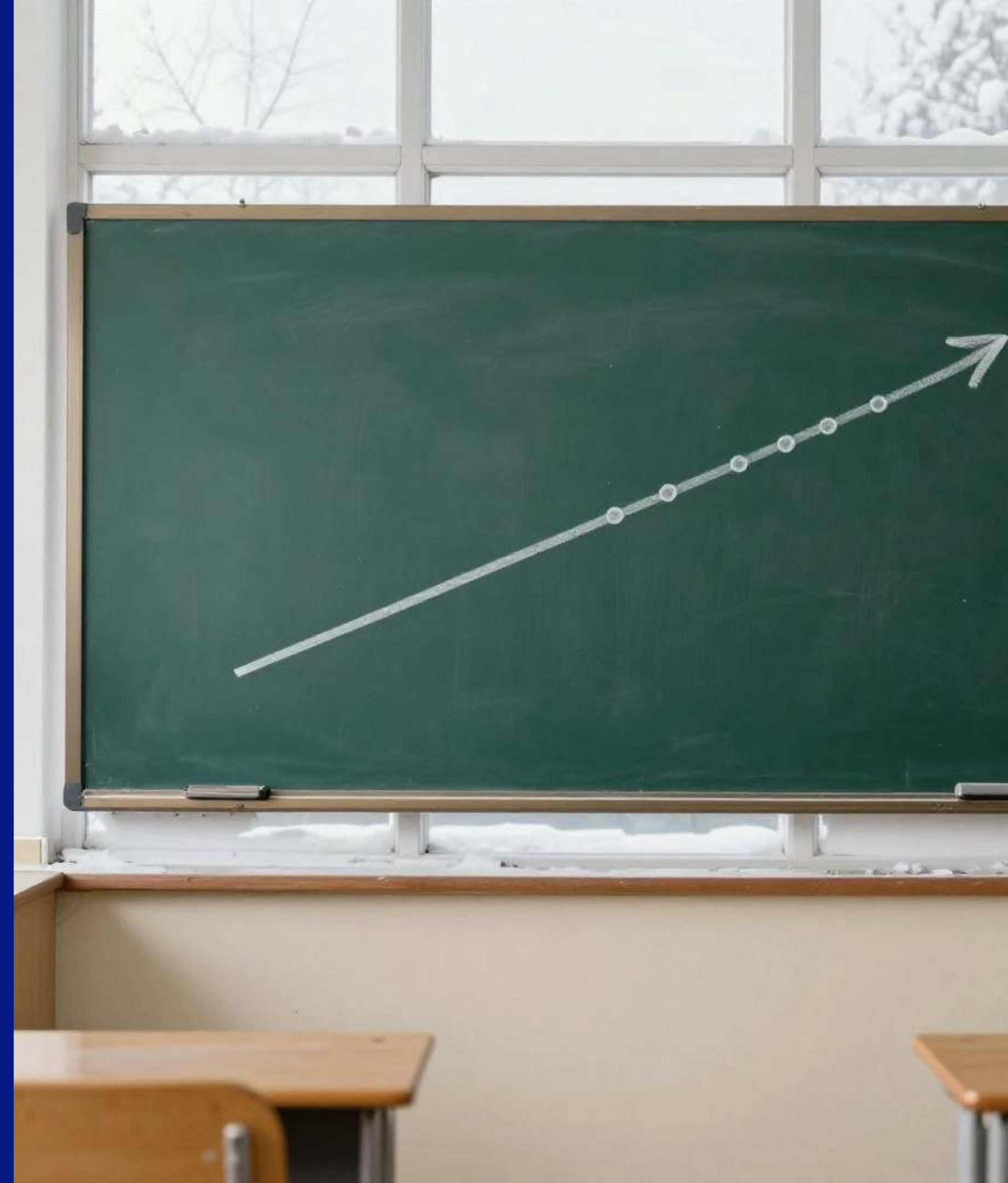
Линейная зависимость изображается прямой линией. По её виду можно сразу заметить, возрастает ли величина, убывает ли она или остаётся постоянной.

Понятные жизненные примеры

Так описывают стоимость нескольких одинаковых предметов, путь при постоянной скорости и другие ситуации, где изменение происходит без резких скачков и остановок.

Связь с алгеброй

Уравнение прямой показывает, как одну геометрическую линию можно записать формулой. Это помогает решать задачи не только на рисунке, но и вычислениями.





Координатная плоскость и точки прямой

Две оси

Координатная плоскость строится на двух взаимно перпендикулярных осях: горизонтальной x и вертикальной y . Именно по ним задают положение любой точки.

Координаты точки

Каждая точка имеет пару чисел $(x; y)$. Первое число показывает положение по оси x , второе — по оси y , поэтому точку можно точно найти на плоскости.

Множество точек

Прямая состоит из бесконечного числа точек. Все они подчиняются одному уравнению, поэтому любая точка линии может быть проверена вычислением.

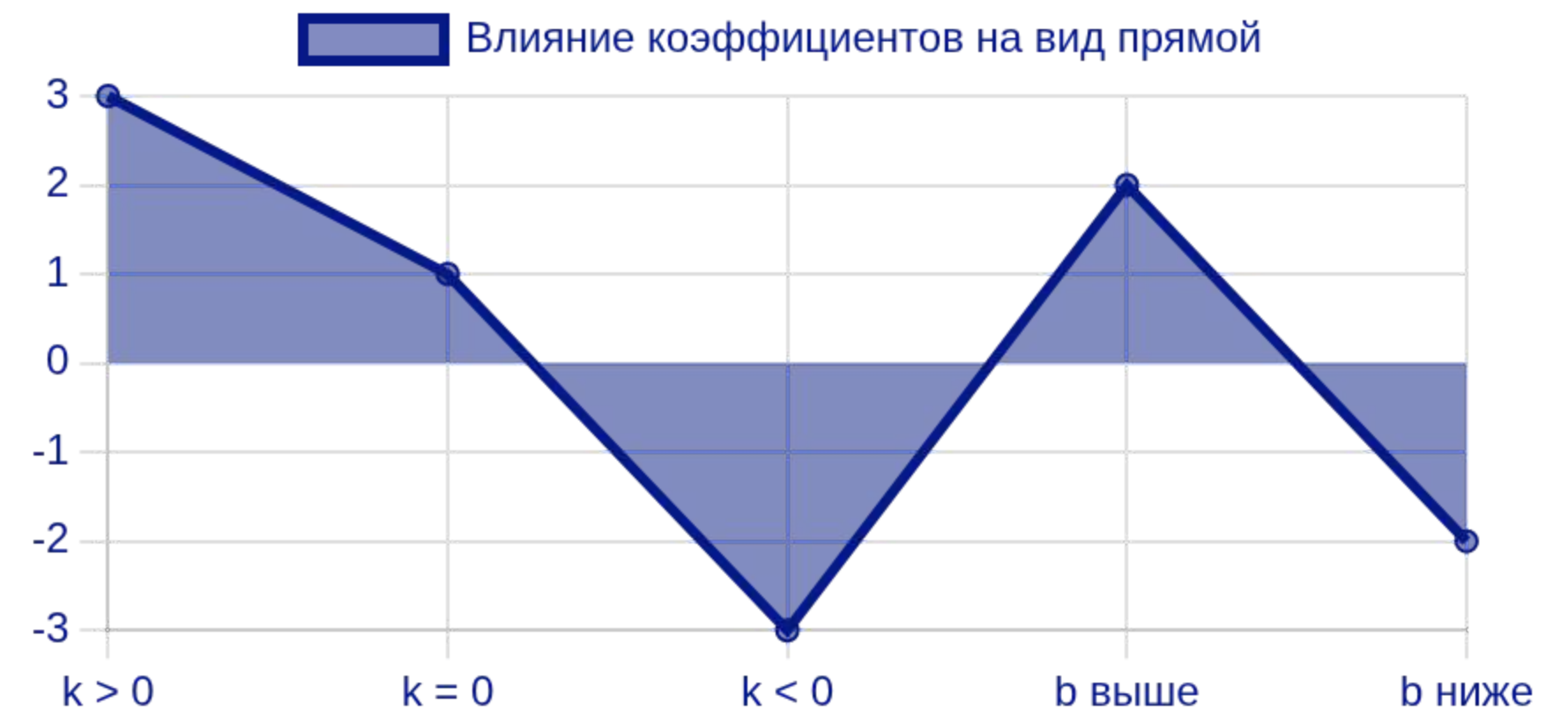
Что видно на рисунке

На схеме удобно рассмотреть начало координат, оси, несколько отмеченных точек и саму прямую. Это помогает понять, как формула связана с изображением.

Как меняется график при разных значениях k и b

На схеме сравниваются прямые с разным наклоном и разным положением относительно оси y .

Положительный k даёт рост, отрицательный — убывание, а b сдвигает прямую вверх или вниз без изменения наклона.



Иллюстративная схема на основе свойств линейной функции $y = kx + b$.

Форма записи $y = kx + b$

1. Общая запись

Уравнение $y = kx + b$ называют уравнением прямой. Оно позволяет задать линию на плоскости через два числа: коэффициент наклона и свободный член.

2. Что означает k

Коэффициент k показывает, насколько круто идёт прямая вверх или вниз. Чем больше его модуль, тем заметнее наклон линии на графике.

3. Что означает b

Коэффициент b показывает, где прямая пересекает ось y . Если $x = 0$, то $y = b$, поэтому эта точка сразу известна из формулы.

4. Особые случаи

Если $b = 0$, прямая проходит через начало координат. Если $k = 0$, линия становится горизонтальной и не поднимается и не опускается.

Значение коэффициентов k и b

Коэффициент	Значение	Влияние
k	положит.	возрастает
k	отрицат.	убывает
b	не равно 0	сдвиг по y
b	0	через (0; 0)

Свойства линейного уравнения $y = kx + b$.

Таблица показывает, как коэффициенты влияют на направление и положение прямой.

Коэффициент k отвечает за наклон, а b — за вертикальное положение прямой. Вместе они полностью задают её вид на координатной плоскости.

Как построить прямую по уравнению

1. Найти первую точку

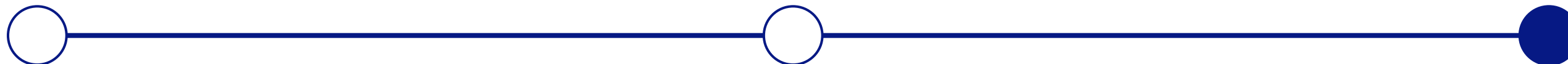
Сначала подставляют $x = 0$ и получают точку $(0; b)$. Она сразу показывает, где прямая пересекает ось y , и служит удобной опорой для построения.

2. Найти вторую точку

Затем выбирают любое удобное значение x и вычисляют соответствующее y по формуле. Так получают вторую точку, которой достаточно для проведения прямой.

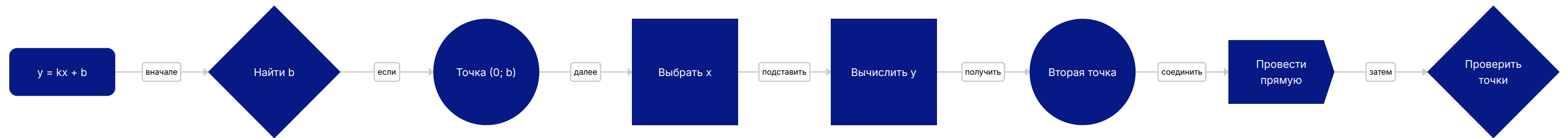
3. Провести и проверить

Через две отмеченные точки проводят прямую и при необходимости проверяют ещё одну точку. Если она тоже подходит, построение выполнено верно.



Построение прямой по уравнению

Последовательность показывает переход от формулы к графику и проверке результата.



Как проверить, принадлежит ли точка прямой

1. Подставить координаты

Берут координаты точки и подставляют их в уравнение вместо x и y . Важно не перепутать порядок чисел, иначе проверка даст неверный результат.

2. Сравнить значения

Если после подстановки получается верное равенство, точка лежит на прямой. Если равенство не выполняется, точка к этой прямой не принадлежит.

3. Использовать в задачах

Такой приём помогает проверять построение графиков, находить нужные точки и сравнивать несколько вариантов решения без лишних построений.

Сравнение прямых с разными наклонами

Все три прямые проходят через одну и ту же точку на оси y , но расходятся по-разному из-за значения k .

Чем больше k , тем быстрее возрастает прямая; отрицательное k меняет направление на убывание.



Составлено по уравнениям $y = 2x + 1$, $y = x + 1$ и $y = -x + 1$.

Вертикальная прямая: когда x остаётся постоянным

Одна координата для всех точек

На вертикальной прямой y всех точек совпадает значение x , а координата y может меняться как угодно. Поэтому такую прямую удобно представлять как множество точек с одним и тем же абсциссой.

Почему это не вид $y = kx + b$

Если x не меняется, наклон описать коэффициентом k нельзя: прямая идёт параллельно оси y . На рисунке это хорошо видно по сравнению с обычной наклонной линией, где обе координаты изменяются одновременно.

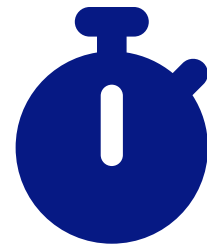


Как уравнение прямой связано с движением



Путь как формула

При равномерном движении путь меняется одинаково за равные промежутки времени. Поэтому зависимость удобно записывать линейной формулой, где каждая новая минута добавляет один и тот же вклад.



Скорость как k

Коэффициент v показывает, насколько быстро увеличивается расстояние. Чем больше скорость, тем круче график зависимости s от t и тем быстрее растёт значение пути.



Начальная точка

Величина s_0 задаёт расстояние в начале отсчёта. Она работает как свободный член: график начинается не обязательно с нуля, а с указанного стартового значения.

Пример реальной линейной зависимости: стоимость поездки

Рост стоимости одинаков на каждом следующем отрезке пути, поэтому таблица значений легко превращается в прямую линию.

Фиксированная подача создаёт начальную цену, а доплата за километр задаёт равномерный рост общей стоимости.



Учебный пример; значения подобраны для иллюстрации модели $y = 30x + 120$.

Формула, график и координаты: что можно узнать

Элемент	На графике	Смысл
k	наклон	изменение
b	пересечение с y	начало
x, y	точка	значение

Составлено по теме «Уравнение прямой».

Сравнение показывает, как одна и та же зависимость выглядит в записи, на рисунке и в решении задачи.

Формула задаёт расчёт, график показывает направление, а координаты помогают проверить конкретную точку.

Типичные ошибки при работе с уравнением прямой

Путаница координат

Иногда в формулу подставляют x и y в неверном порядке. Из-за этого получается неправильный ответ, хотя сама точка могла быть выбрана верно.

Неверный знак k

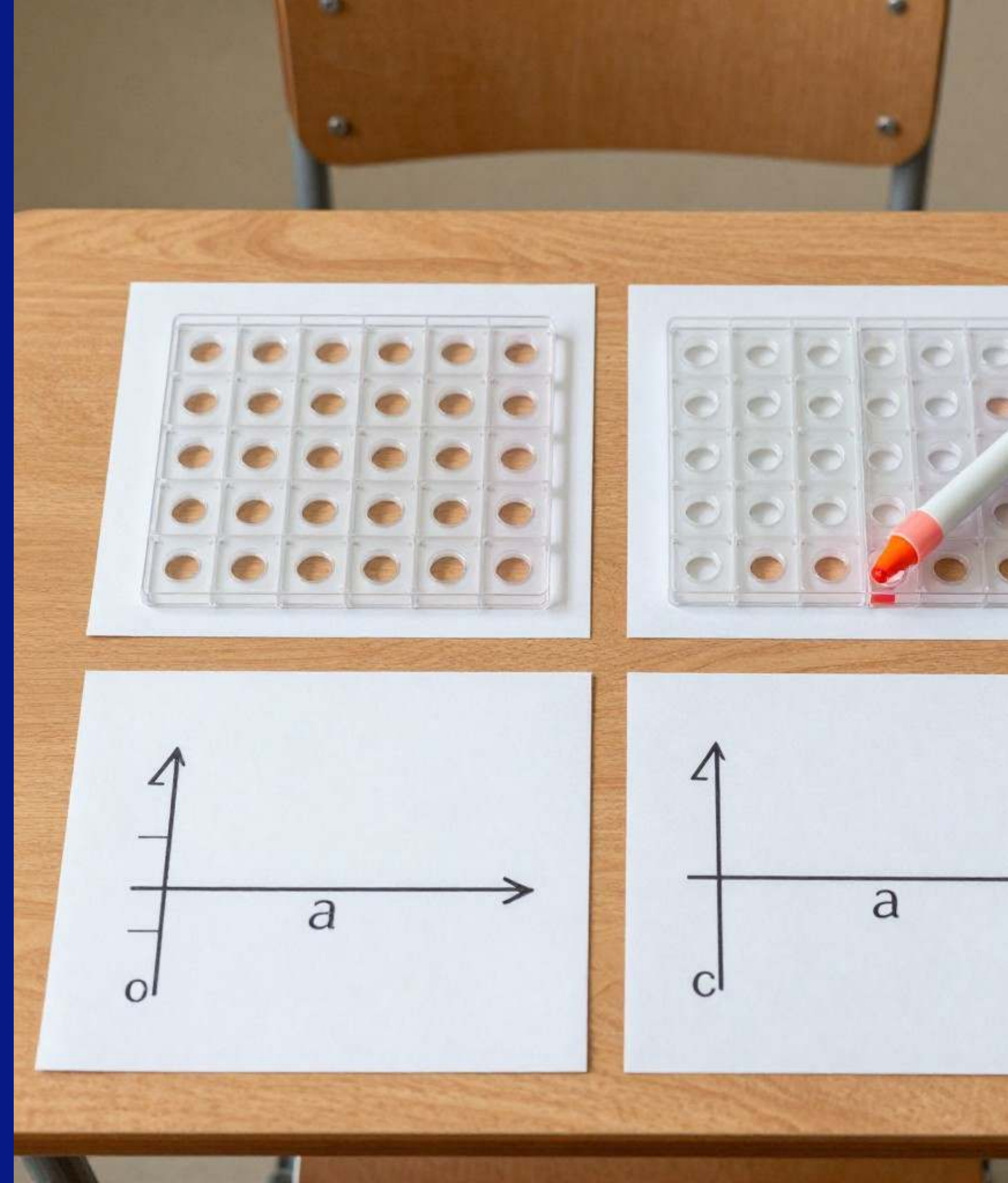
Если перепутать знак коэффициента, прямая на графике пойдёт в другую сторону: вместо возрастания получится убывание или наоборот.

Скобки в вычислениях

При подстановке чисел важно ставить скобки, особенно если x отрицательное. Иначе меняется порядок действий, и значение y вычисляется неверно.

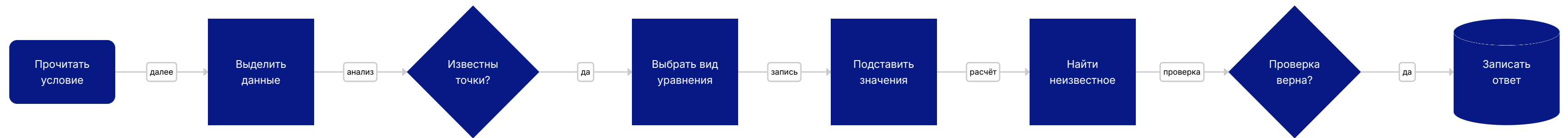
Не всякая прямая одинакова

Некоторые думают, что любая прямая записывается только как $y = kx + b$. Вертикальная прямая описывается иначе: $x = c$.



Алгоритм решения задач на уравнение прямой

Последовательность действий помогает перейти от условия к уравнению и проверить ответ.



Параллельные и пересекающиеся прямые

1. Одинаковый k

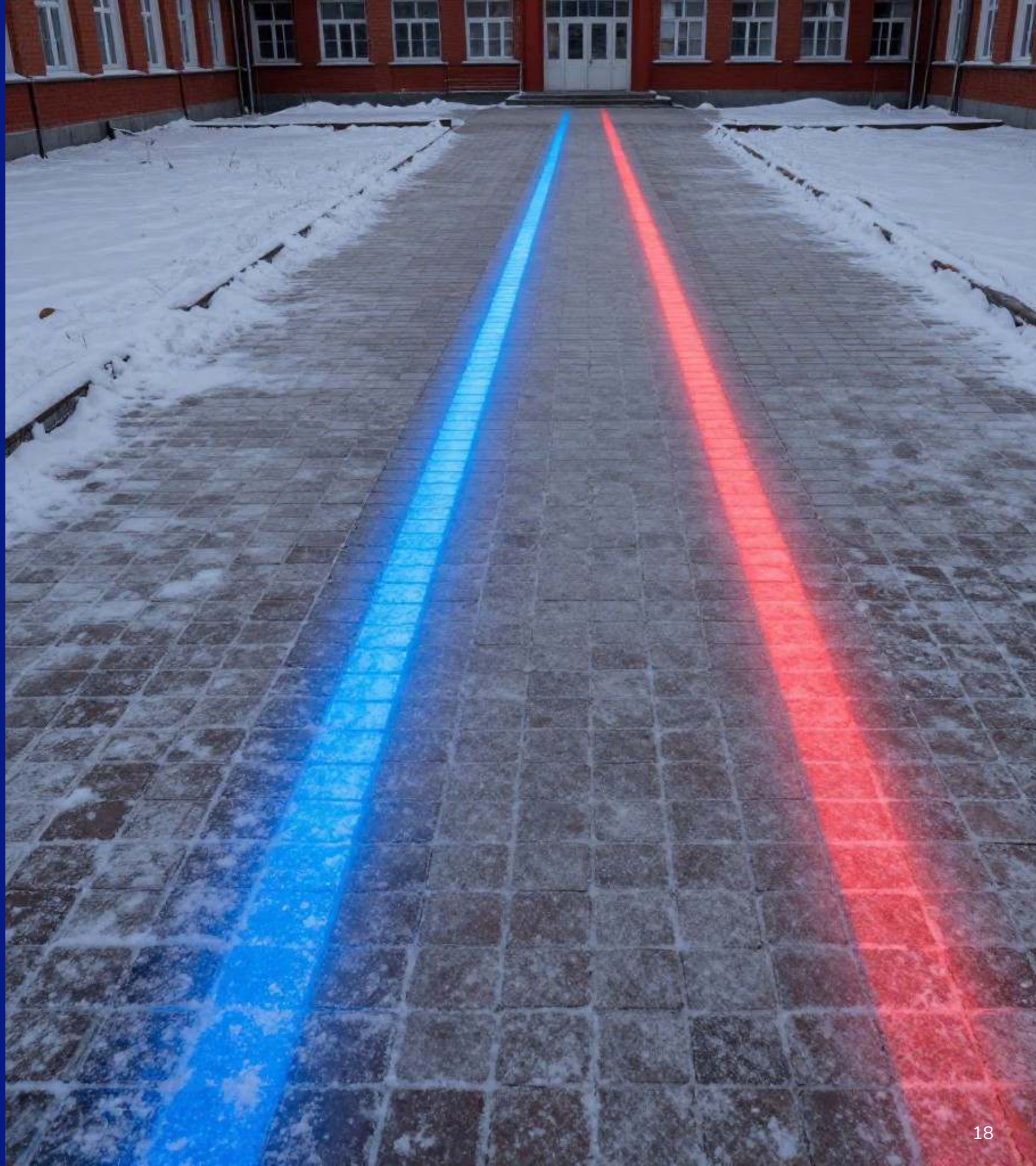
Если коэффициенты k совпадают, прямые имеют один и тот же наклон. Тогда они идут рядом и не встречаются, если только не совпадают полностью.

2. Разный k

Когда коэффициенты k различаются, прямые поворачиваются по-разному и обычно пересекаются. Точка пересечения показывает, где две зависимости дают одинаковые значения.

3. Роль b

Свободный член b помогает понять, на какой высоте прямая пересекает ось y . При одинаковом k разные значения b дают параллельные прямые на разном уровне.



Школьный пример: стоимость занятий в кружке

1. Стартовый платёж

Запись в кружок стоит 200 рублей. Это значение не зависит от числа занятий и задаёт начальную точку графика на оси y .

2. Цена одного занятия

Каждое занятие добавляет по 50 рублей. Поэтому общая стоимость растёт равномерно, а прямая на графике поднимается с постоянным наклоном.

3. Формула оплаты

Запись $y = 50x + 200$ удобно использовать для расчётов. Она сразу показывает, сколько заплатят за любое число занятий и как меняется сумма.



Уравнение прямой: формула, график и смысл

Тема показывает, как одно уравнение связывает координаты, график и реальную ситуацию. Умение читать коэффициенты помогает быстрее строить прямые, находить точки и решать задачи без лишних ошибок.