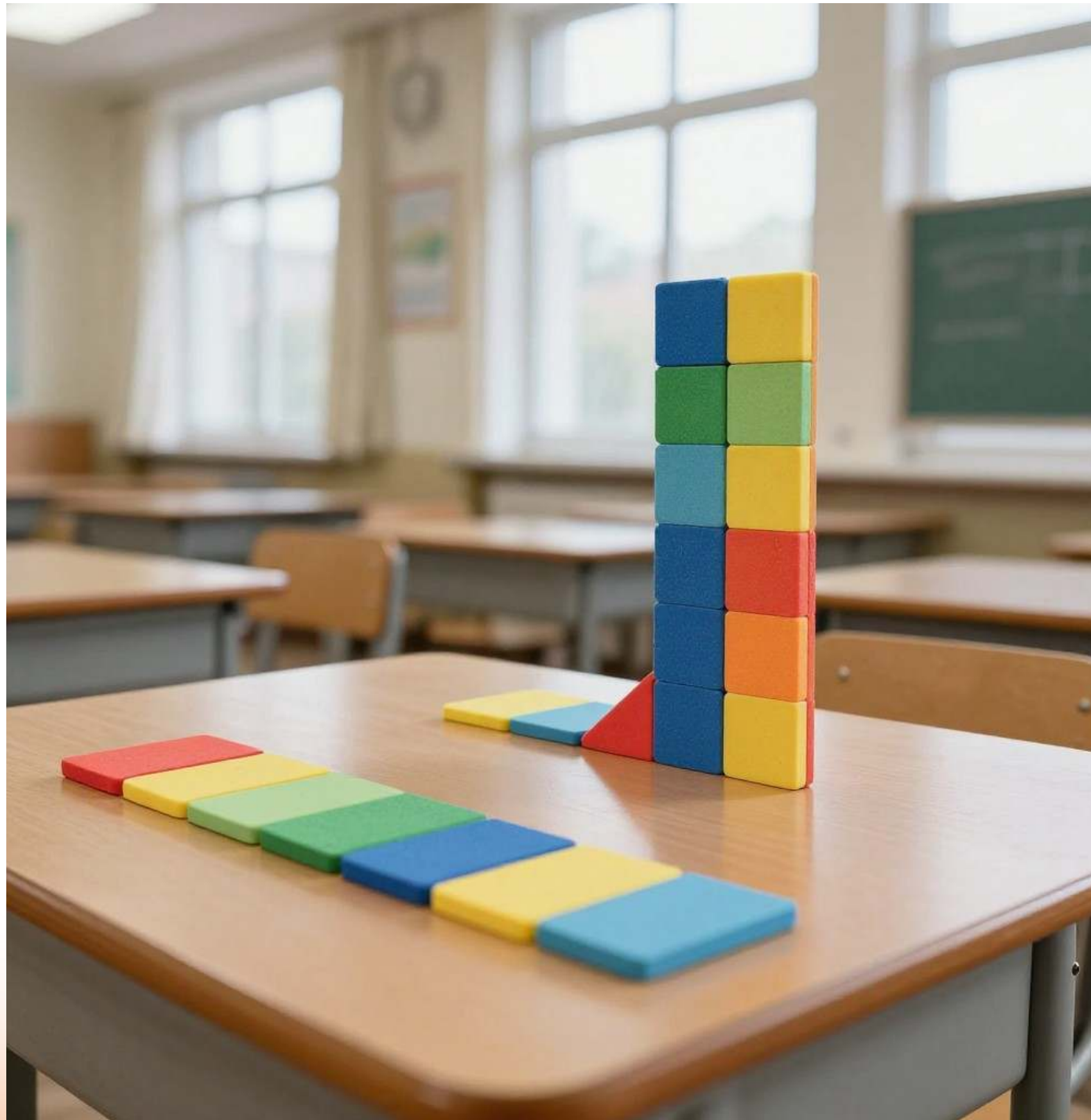

Умножение многочлена на многочлен

Как раскрывать скобки и получать новый многочлен.





+ Почему это важно в алгебре

Это умение помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и решать уравнения. Оно встречается в задачах на площадь, проверке формул и подготовке к формульным преобразованиям в старших классах.

← → Что такое многочлен

Состав выражения

Многочлен состоит из нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Каждый такой одночлен называется членом многочлена и может содержать числа, буквы и степени.

Примеры записи

К многочленам относятся выражения $3x + 2$, $x^2 - 5x + 1$, $4a - 7b + 9$. Они отличаются числом членов, но все записываются как сумма или разность одночленов.

Степень многочлена

Степень многочлена определяется наибольшей степенью одночлена, входящего в его состав. Это помогает сравнивать выражения и понимать, как изменяется их сложность при умножении.

Почему это важно

Чтобы умножать многочлены, нужно уметь видеть каждый член отдельно. Тогда легче не пропустить ни одно произведение и правильно привести подобные слагаемые после раскрытия скобок.



Распределительное свойство умножения

1/ Основное правило

Если число умножается на сумму, оно должно умножиться на каждое слагаемое. Именно поэтому $a(b + c)$ превращается в $ab + ac$, а не в одно произведение.

2/ Больше слагаемых

Когда в скобках несколько членов, правило остаётся тем же. Каждый член первого выражения должен быть умножен на каждый член второго, чтобы не потерять ни одного результата.

3/ Работа со скобками

Скобки показывают, какие части выражения нужно рассматривать вместе. При умножении их раскрывают по шагам, а затем упрощают получившуюся запись.

4/ Основа темы

Именно распределительное свойство делает возможным умножение многочлена на многочлен. Без него невозможно получить полный набор произведений и правильный ответ.

Площадь прямоугольника как модель умножения

— Стороны прямоугольника

Если стороны равны $x + 2$ и $x + 3$, то площадь находят как произведение этих выражений. Геометрическая модель сразу показывает, что умножаются обе стороны целиком.

— Получение ответа

После вычисления всех частей получаем $x^2 + 3x + 2x + 6$. Затем приводим подобные слагаемые и записываем окончательно: $x^2 + 5x + 6$.

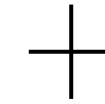
— Четыре части площади

Прямоугольник можно мысленно разделить на четыре части: $x \cdot x$, $x \cdot 3$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 3$. Каждая часть даёт отдельное произведение, которое входит в итоговую сумму.

— Зачем нужен рисунок

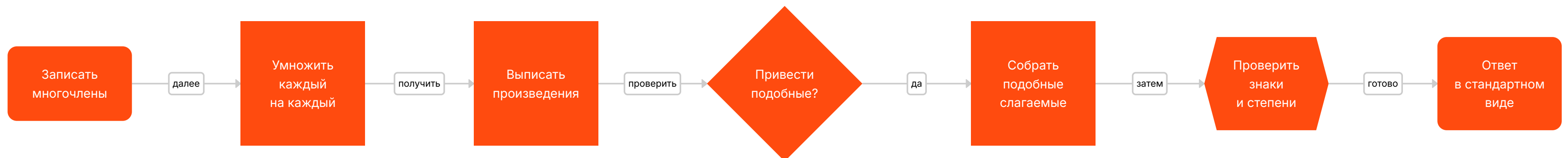
Схема помогает увидеть, откуда берётся каждое слагаемое в ответе. Это делает правило умножения более наглядным и понятным для проверки.





Алгоритм умножения многочленов

Последовательность действий при раскрытии скобок и упрощении выражения





Правила работы со знаками

+ Плюс на плюс

При умножении двух положительных чисел или выражений получается положительный результат. Это самый простой случай, но его всё равно нужно проверять в каждом произведении.

⇔ Плюс и минус

Если знаки разные, результат будет отрицательным. Поэтому при раскрытии скобок важно внимательно смотреть на каждый множитель, особенно если один из них со знаком минус.

— Минус на минус

Два отрицательных множителя дают положительный результат. Это правило часто помогает избежать ошибок, когда в выражении есть вычитание или отрицательный коэффициент.

✕ Проверка по шагам

Удобно ставить знак у каждого отдельного произведения сразу после умножения. Так легче не перепутать ответ и правильно привести подобные слагаемые.

← → Умножение одночлена на многочлен

1/ Умножаем поочерёдно

Сначала одночлен умножают на каждый член многочлена отдельно. Например, в выражении $2x(x - 4)$ нужно получить два произведения: $2x \cdot x$ и $2x \cdot (-4)$.

2/ Записываем результат

После вычисления получаем $2x^2 - 8x$. Этот пример показывает, как distributive свойство работает в более короткой записи и готовит к умножению двух многочленов.

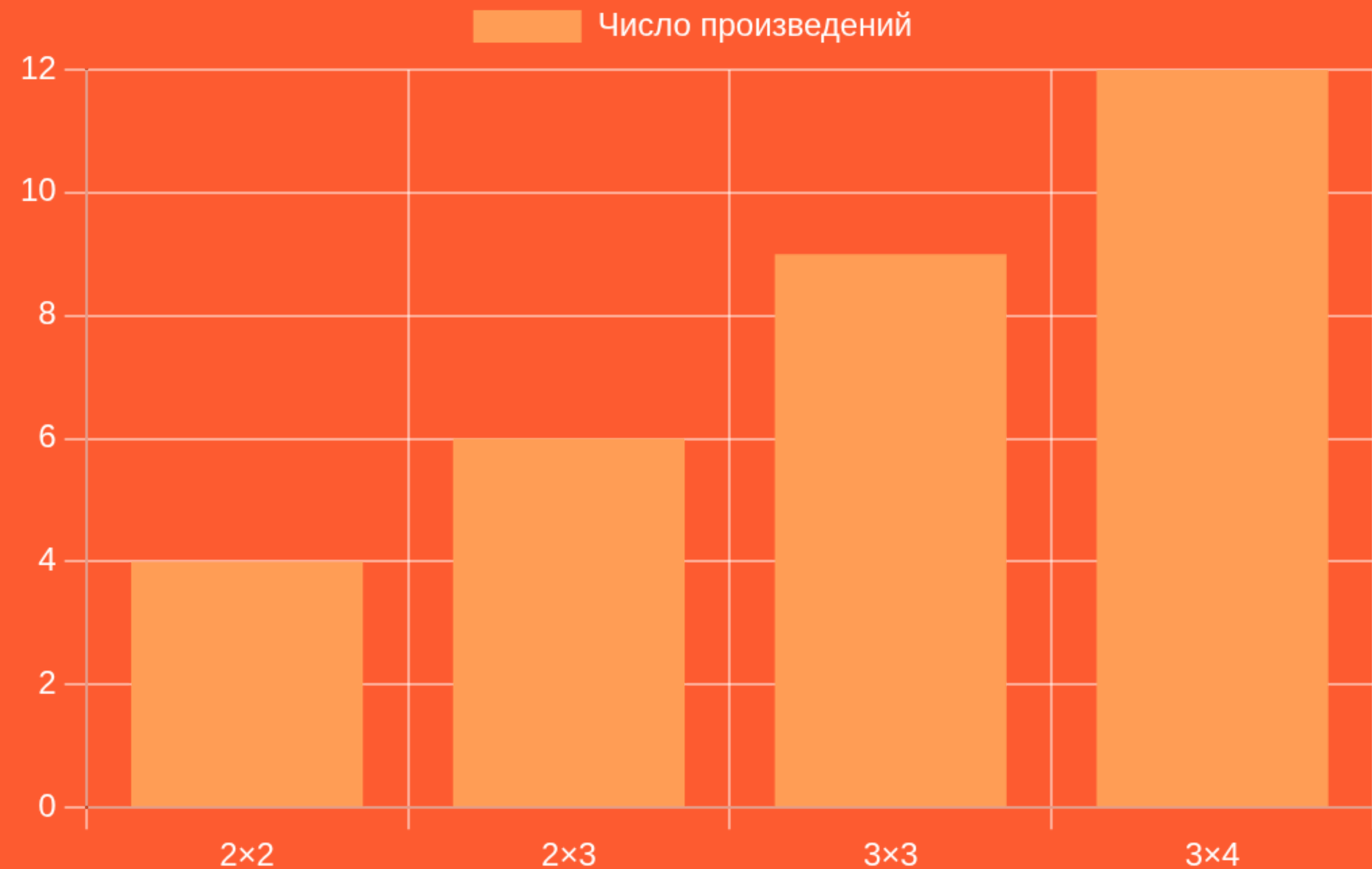


Сколько произведений получается

Чем больше членов в скобках, тем внимательнее нужно работать с каждым произведением. Ошибка в одном действии меняет весь ответ.



Количество произведений растёт очень быстро, поэтому важно действовать по порядку и не пропускать ни одного члена.



Школьный курс алгебры 7 класса, теоретическая модель подсчёта произведений.



Пример умножения двух двучленов

Раскрываем скобки полностью

В выражении $(x + 2)(x + 5)$ каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. Получаются четыре произведения: $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $2 \cdot x$ и $2 \cdot 5$. Такой разбор помогает увидеть, что ответ строится из отдельных шагов, а не появляется сразу.



Собираем одинаковые члены

После вычисления всех произведений запись становится длиннее: $x^2 + 5x + 2x + 10$. Затем находятся одинаковые по виду слагаемые $5x$ и $2x$, которые можно сложить. В итоге получается короткий и удобный для работы многочлен $x^2 + 7x + 10$.



Проверяем ход решения

Этот пример показывает главную идею темы: важно не только раскрыть скобки, но и аккуратно привести подобные слагаемые. Если пропустить хотя бы одно произведение, итог будет неверным, поэтому полезно пересчитывать действия по порядку и сверять каждую строку.



Примеры умножения и ответы

Пример	Результат	Особенность
$(x+1)(x+2)$	x^2+3x+2	все члены положительные
$(x-3)(x+4)$	x^2+x-12	разные знаки

Несколько типичных примеров показывают, как один и тот же алгоритм даёт разные результаты в зависимости от коэффициентов и знаков.

При умножении многочленов важно учитывать каждый член и внимательно работать со знаками: именно они меняют вид итогового многочлена.



Как проверить правильность ответа

1/ Проверьте все произведения

Сначала убедитесь, что в записи есть каждое произведение членов первого и второго многочлена. Если хотя бы одно слагаемое пропущено, ответ будет неполным.

2/ Сверьте знаки и коэффициенты

Затем внимательно сравните знаки и числовые множители. Ошибка в одном знаке или коэффициенте сразу меняет значение всего выражения и делает преобразование неверным.

3/ Приведите подобные слагаемые

После раскрытия скобок найдите одинаковые по виду члены и сложите их. Именно этот шаг переводит длинную запись в более короткий и удобный многочлен.

4/ Сделайте быструю проверку

Для контроля можно подставить простое число, например $x = 1$, в исходное выражение и в полученный ответ. Совпадение значений подтверждает правильность вычислений.

⬅ ➡ Типичные ошибки при умножении многочленов

Пропуск произведения

Иногда забывают умножить один из членов на каждый член второго многочлена. В результате ответ становится короче, чем должен быть, и теряет часть слагаемых.

Неправильное объединение

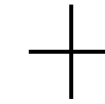
После раскрытия скобок похожие слагаемые иногда складывают или вычитают неверно. Это приводит к лишним ошибкам в коэффициентах и окончательном виде выражения.

Неверный знак

Часто ошибка возникает при умножении отрицательных чисел или при переносе минуса перед скобками. Один неверный знак меняет весь итоговый многочлен.

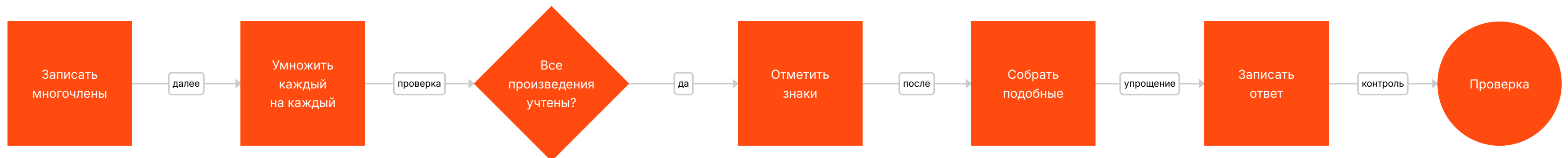
Смешение действий

Некоторые ученики раскрывают только часть скобок и забывают, что нужно умножить каждый член на каждый. Такое частичное выполнение правила даёт неверный результат.



Порядок действий, который снижает число ошибок

Последовательность работы при умножении многочлена на многочлен в школьном курсе алгебры





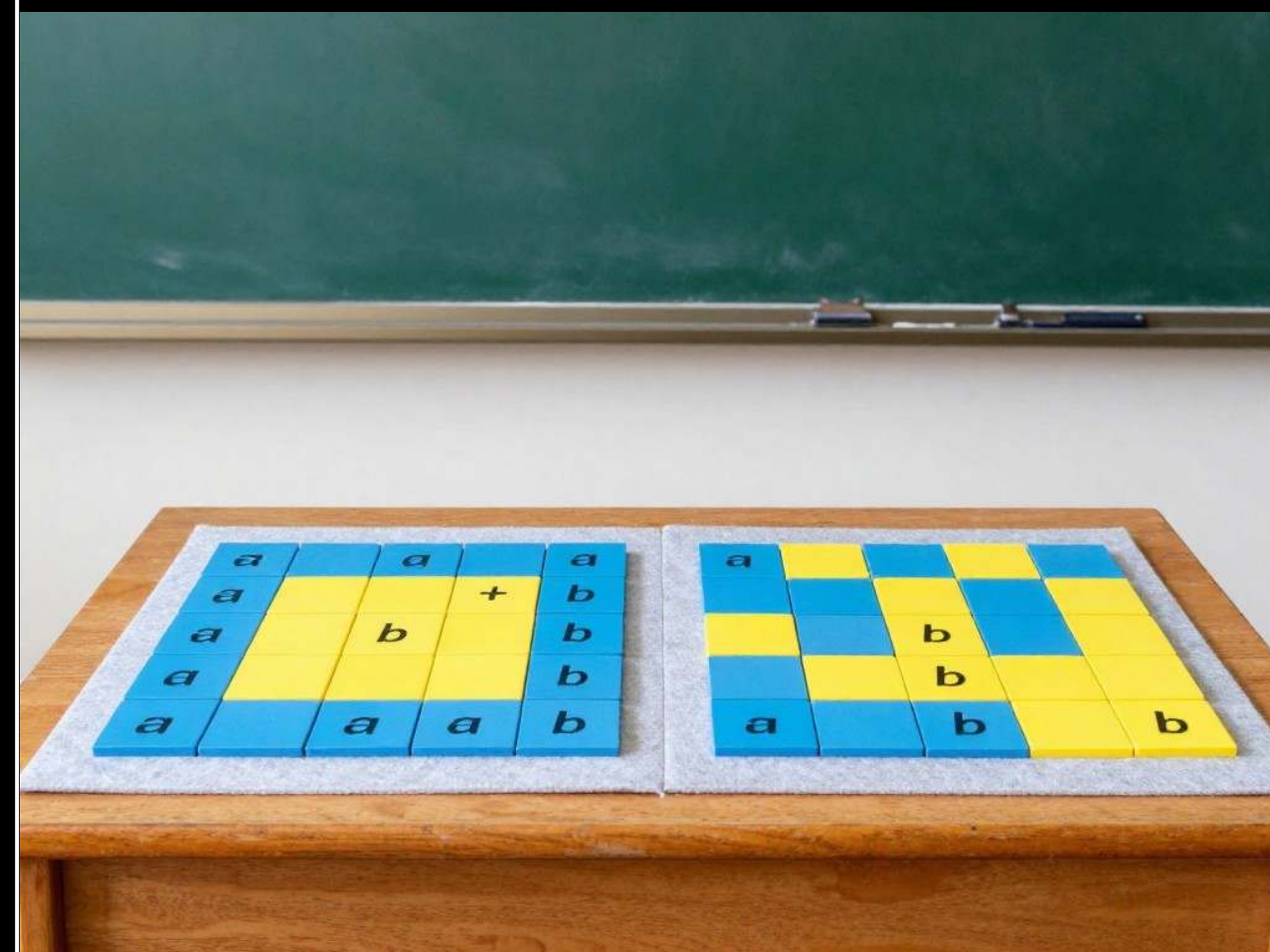
Связь с формулами сокращённого умножения

Квадрат суммы

Формула $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ получается при умножении двучлена на двучлен. Здесь одинаковые произведения объединяются, поэтому в середине появляется удвоенное слагаемое.

Разность квадратов

Формула $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ тоже выходит из общего правила умножения многочленов. Средние слагаемые взаимно уничтожаются, и остаются только квадрат первого и квадрат второго.



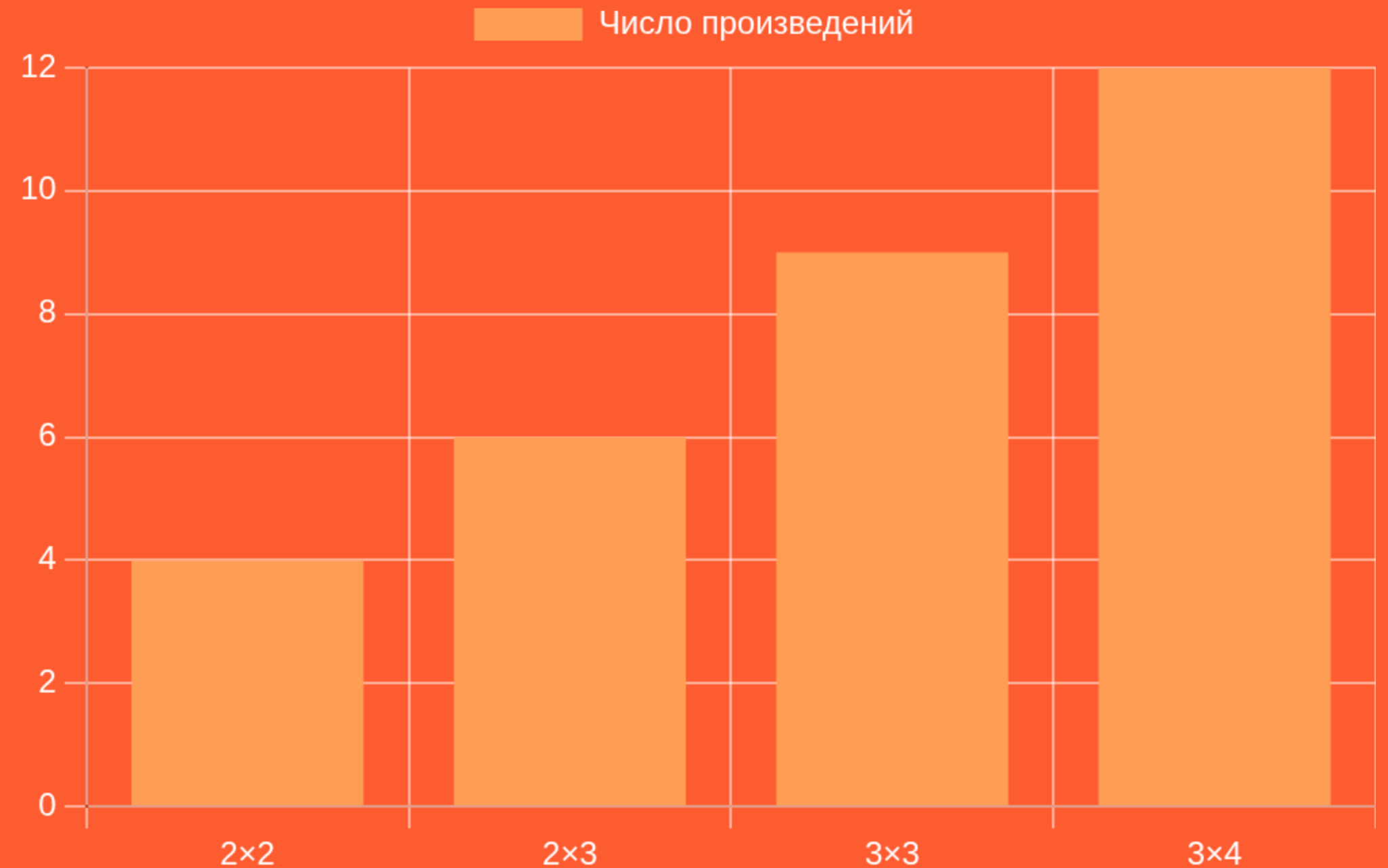


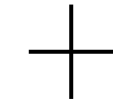
Как меняется число членов после умножения

Чем больше членов в скобках, тем больше отдельных произведений нужно выписать до приведения подобных слагаемых.



Количество действий растёт быстро: даже при двух двучленах нужно не забыть четыре произведения и затем проверить, какие из них можно объединить.





Сравнение записи выражения до и после раскрытия скобок

До	После	Итог
$(x+2)(x+3)$	$x^2+3x+2x+6$	x^2+5x+6
$(2a-1)(a+4)$	$2a^2+8a-a-4$	$2a^2+7a-4$
$(y-5)(y+5)$	$y^2+5y-5y-25$	y^2-25

Три коротких примера показывают, как исходная запись превращается в сумму произведений, а затем — в упрощённый многочлен.

Раскрытие скобок даёт набор отдельных произведений, а затем подобные слагаемые сокращают запись. Иногда в итоге остаётся всего два члена.



Где встречается умножение многочленов



Площади фигур

При нахождении площади прямоугольника со сторонами, заданными буквенными выражениями, стороны перемножают. Так удобно записывать и вычислять размеры в геометрических задачах.



Периметр и размеры

Когда длины сторон выражены через буквы, умножение многочленов помогает преобразовать формулы и упростить запись, прежде чем выполнить дальнейшие вычисления.



Уравнения

В уравнениях раскрытие скобок часто нужно, чтобы убрать произведение и привести выражение к удобному виду. Это упрощает поиск неизвестного числа.



Проверка формул

При составлении и проверке формул умножение многочленов показывает, совпадает ли полученное выражение с ожидаемым результатом. Это полезно для самопроверки.

⬅ ➡ Что нужно запомнить по теме

1/ Главное правило

Каждый член первого многочлена нужно умножить на каждый член второго. Если пропустить хотя бы одно произведение, раскрытие скобок будет выполнено неверно.

3/ Приведение подобных

После умножения все одинаковые по виду слагаемые нужно объединить. Этот шаг делает ответ короче, понятнее и приводит его к стандартному виду.

2/ Работа со знаками

При вычислениях обязательно учитывайте правила знаков. Особенно внимательно проверяйте отрицательные числа и минусы перед скобками, потому что именно здесь чаще появляются ошибки.

4/ Связь с формулами

Формулы сокращённого умножения — это частные случаи общего правила. Если понимать их происхождение, легче запоминать сами формулы и уверенно применять их в задачах.

Умножение многочленов — шаг к уверенной алгебре

Сегодня вы увидели, что умножение многочлена на многочлен строится на распределительном свойстве и аккуратной работе со знаками. Если соблюдать алгоритм, ответ получается быстро и без лишних ошибок.