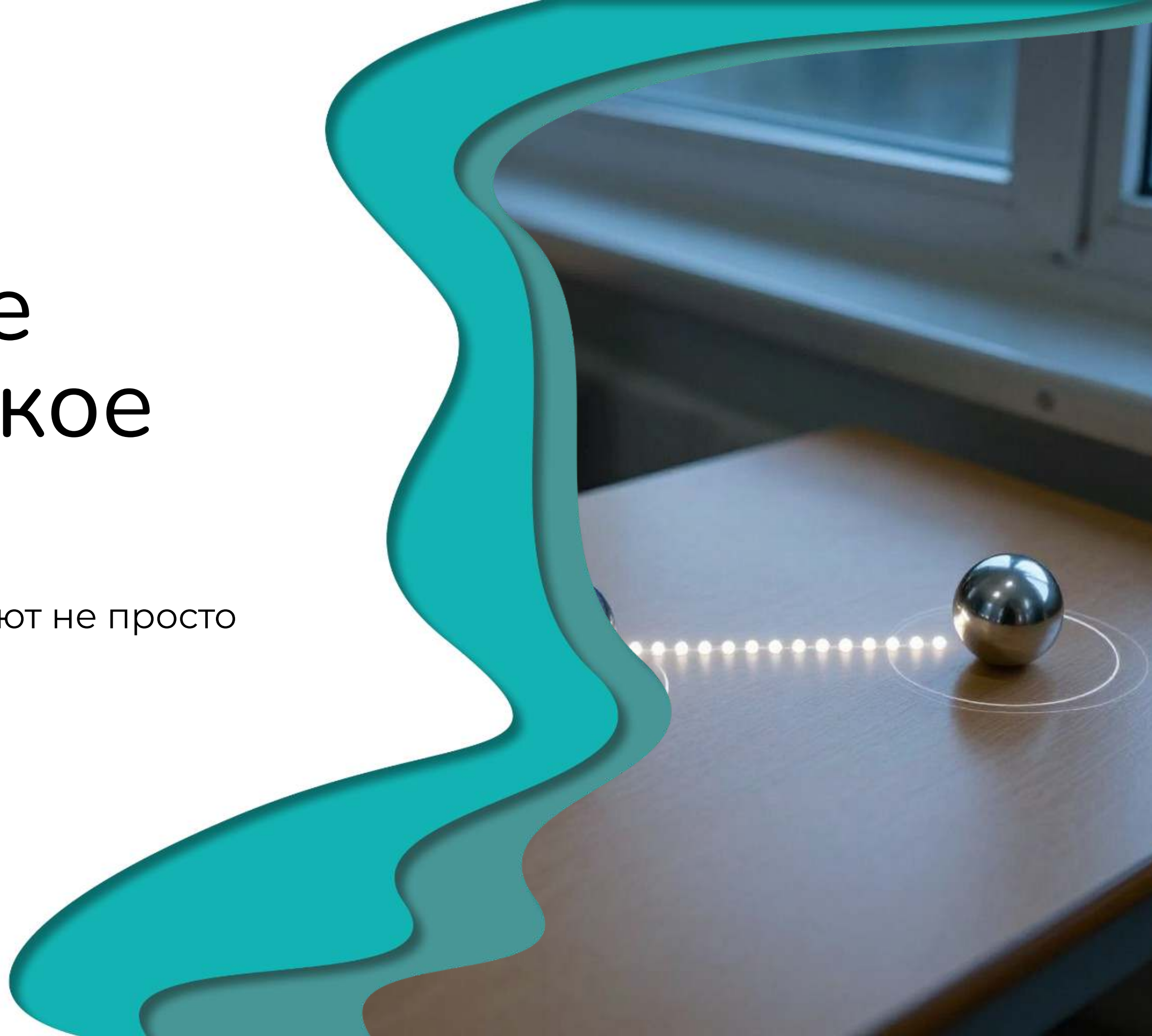


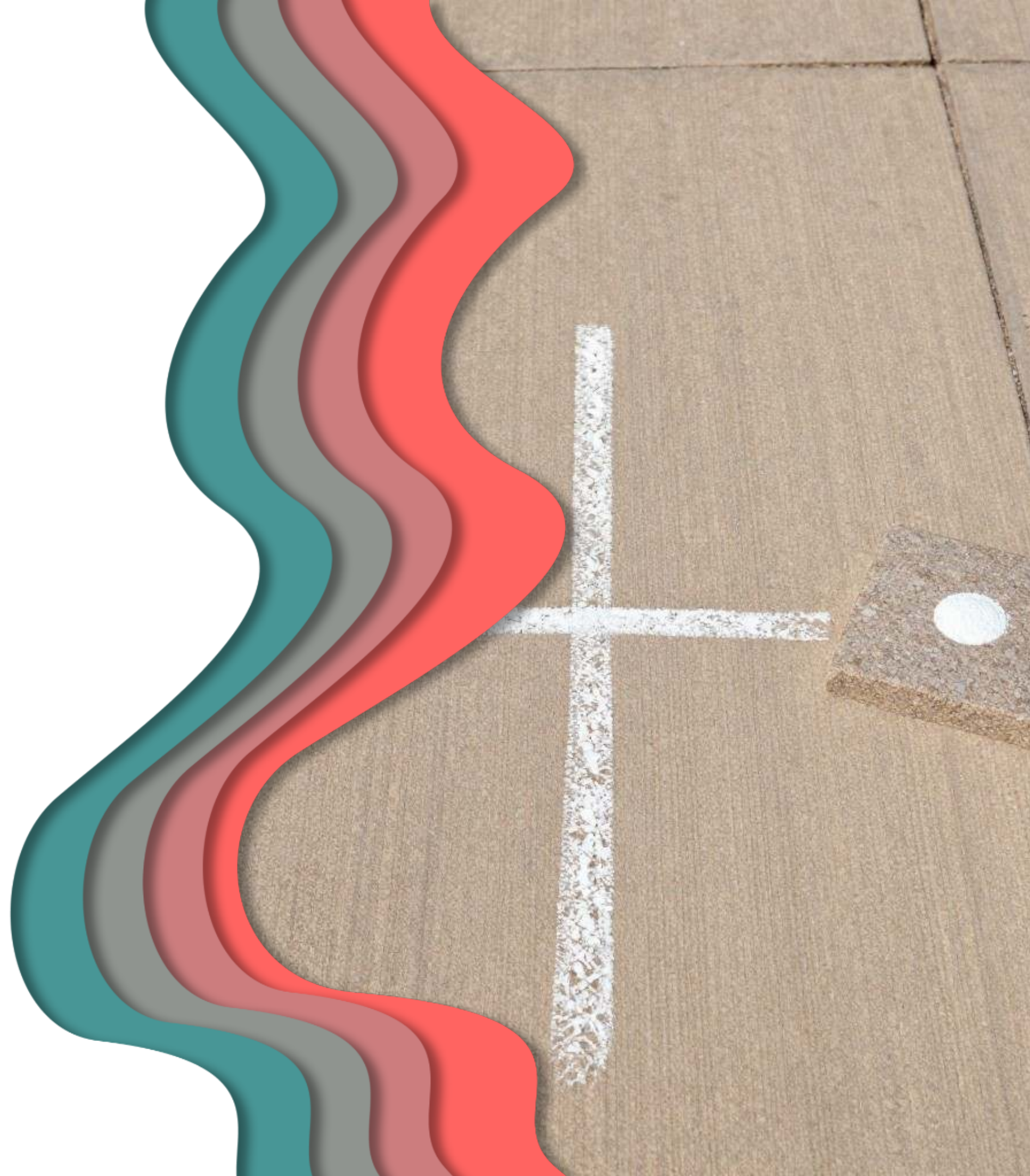
Одно важное геометрическое место точек

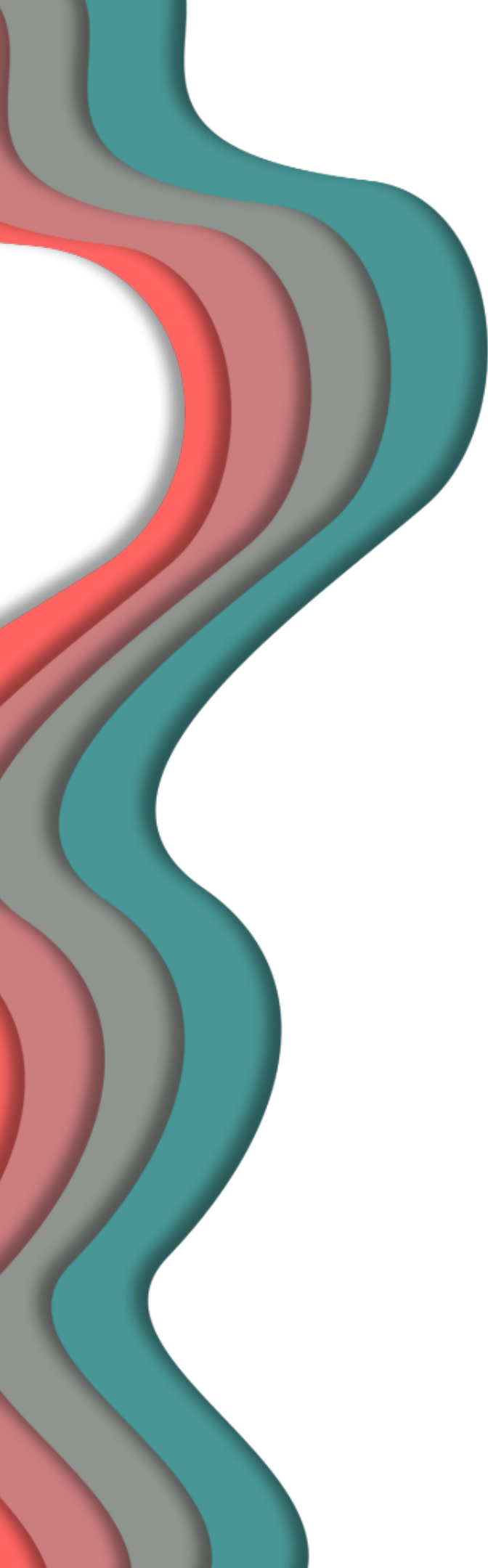
Равноудалённые точки образуют не просто множество, а прямую.



Как условие превращается в линию

Тема показывает, как одно условие задаёт целую прямую. Мы учимся находить точки, равноудалённые от А и В, и применять это свойство в построениях, окружностях и задачах на симметрию.





Задача на поиск всех равных расстояний

01

Постановка вопроса

Нужно найти все точки, для которых расстояния до двух заданных точек А и В совпадают. Это не одиночный ответ, а целое геометрическое множество.

03

Что получится в ответе

Если рассуждать аккуратно, видно, что подходящих точек бесконечно много. Они выстраиваются в одну прямую, а не распределяются по плоскости случайно.

02

Где это встречается

Такие задачи встречаются в построениях, где важно сравнить расстояния без вычислений. Они помогают замечать симметрию и искать опорные линии на чертеже.

04

К чему придём

Эта прямая связана с отрезком АВ самым простым образом: она проходит через его середину и образует с ним прямой угол.

Определение и основная теорема

01 Что значит равноудалённость

Точка называется равноудалённой от A и B , если её расстояния до этих точек одинаковы. Именно такое условие задаёт нужное геометрическое место точек.

02 Главный результат

Для отрезка AB все такие точки лежат на серединном перпендикуляре. Это прямая, которая проходит через середину отрезка и перпендикулярна ему.

03 Почему это важно

Значит, вместо поиска отдельных точек мы получаем всю линию сразу. Это удобно и для чертежей, и для решения задач на построение.

Схема: отрезок, середина и линия множества

Отрезок и середина

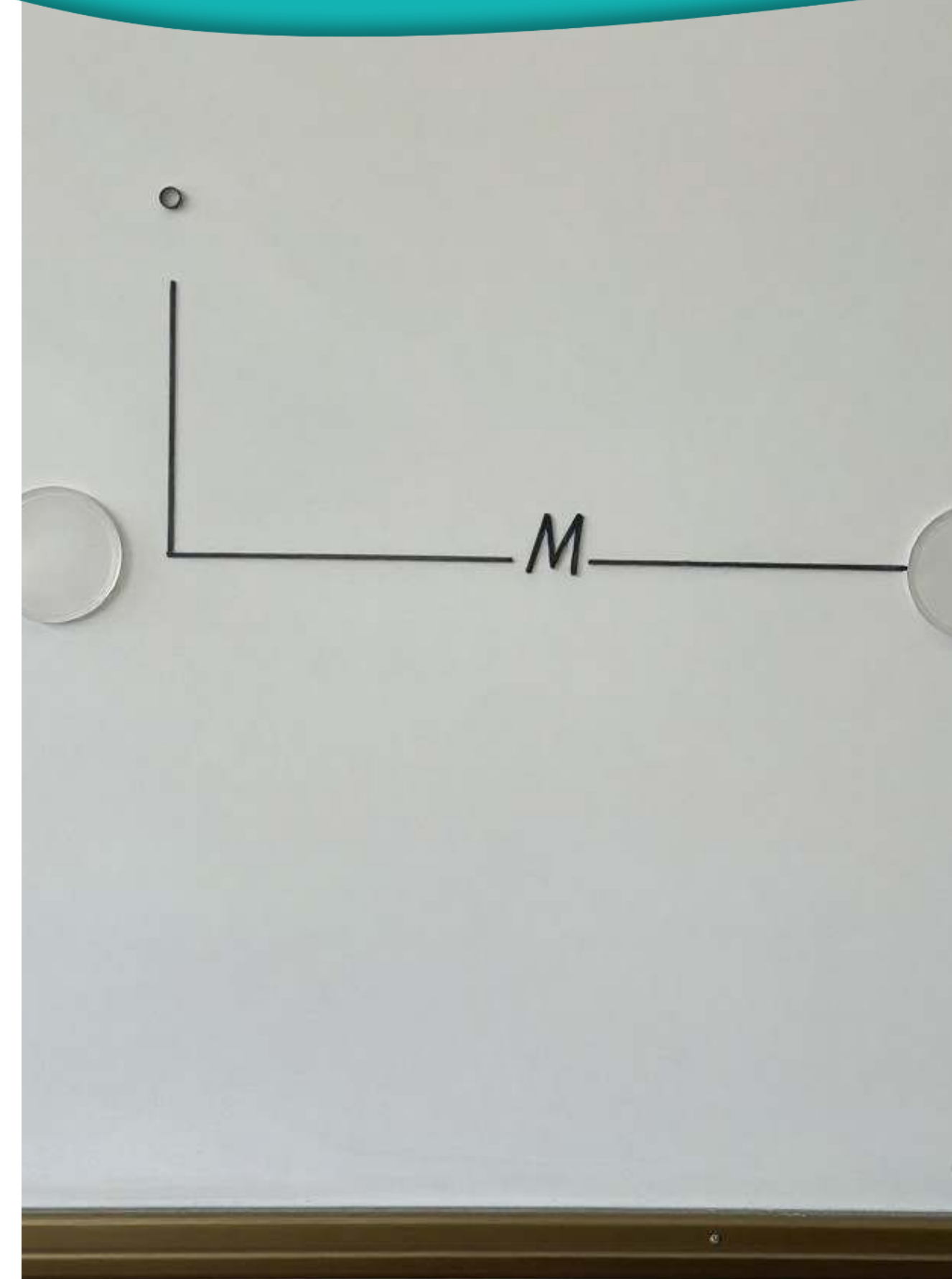
На чертеже виден отрезок АВ и его середина М. Отметка в точке М показывает, где отрезок делится на две равные части.

Прямая под прямым углом

Прямая l проходит через М и пересекает АВ под прямым углом. Это ключевой признак серединного перпендикуляра, который легко проверить по рисунку.

Множество точек

Любая точка на l одинаково удалена от А и В. Поэтому именно эта прямая задаёт всё множество искомых точек.



Проверка на примерах: на линии и вне её

- **Точка на линии**

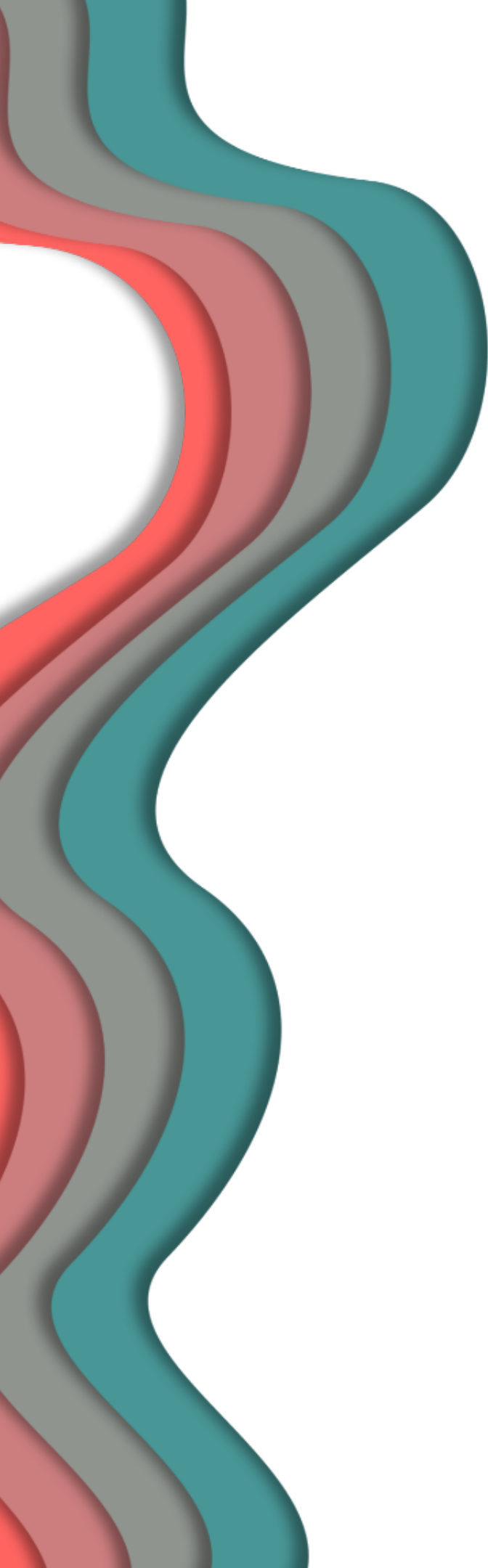
Точка С на серединном перпендикуляре имеет одинаковые расстояния до А и В. Это подтверждает само определение множества и хорошо видно на чертеже.

- **Точка вне линии**

Если взять точку D вне этой прямой, расстояния до концов отрезка обычно различаются. Чем дальше D от линии, тем заметнее разница.

- **Почему линия одна**

Сравнение двух случаев показывает главную идею: условие выполняется не везде, а только на одной прямой. Поэтому множество не заполняет всю плоскость.



Короткое доказательство через равные треугольники

01

Симметричное положение

Проведём из точки на серединном перпендикуляре отрезки до А и В. Они окажутся равными, потому что точка расположена симметрично относительно этой прямой.

02

Равные треугольники

Если рассмотреть два треугольника, образованных точкой и концами отрезка, получится равенство соответствующих сторон. Из этого следует равенство расстояний до А и В.

03

Почему доказательство работает

Такое рассуждение объясняет, почему любая точка на серединном перпендикуляре подходит. Симметрия здесь не случайна, а является основой доказательства.

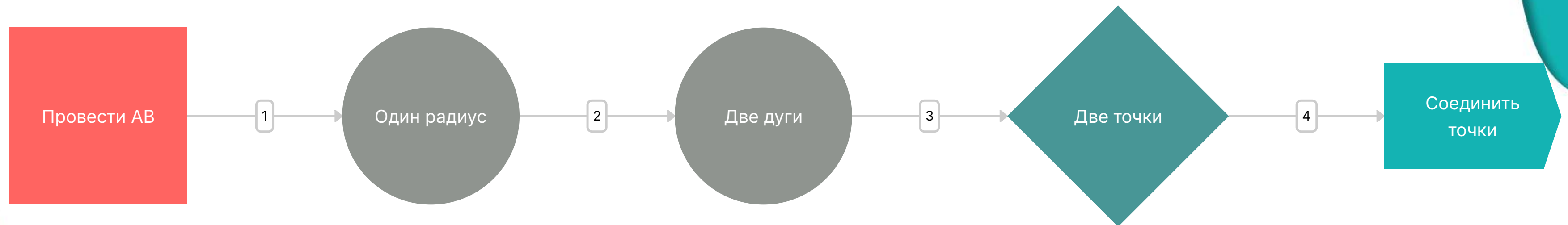
Построение серединного перпендикуляра циркулем

Пошаговое построение по чертежу с циркулем и линейкой



Пошаговый алгоритм построения

Алгоритм из четырёх последовательных шагов



Принадлежит ли точка множеству

Сравним несколько точек и увидим, когда выполняется условие равных расстояний до А и В.

Условие выполняется именно на серединном перпендикуляре, а не во всей плоскости.

Наблюдение по чертежу и измерению расстояний

Точка	Где находится	Вывод
С	на серединном перпендикуляре	подходит
D	на отрезке АВ	не подходит
Е	в стороне от прямой	обычно не подходит



Решение здесь одно: для пары точек A и B существует единственная прямая, на которой все точки равноудалены от них.

Геометрия: свойство серединного перпендикуляра к отрезку AB

1

единственная прямая подходит
для всех равноудалённых точек

Почему именно эта прямая

Середина отрезка

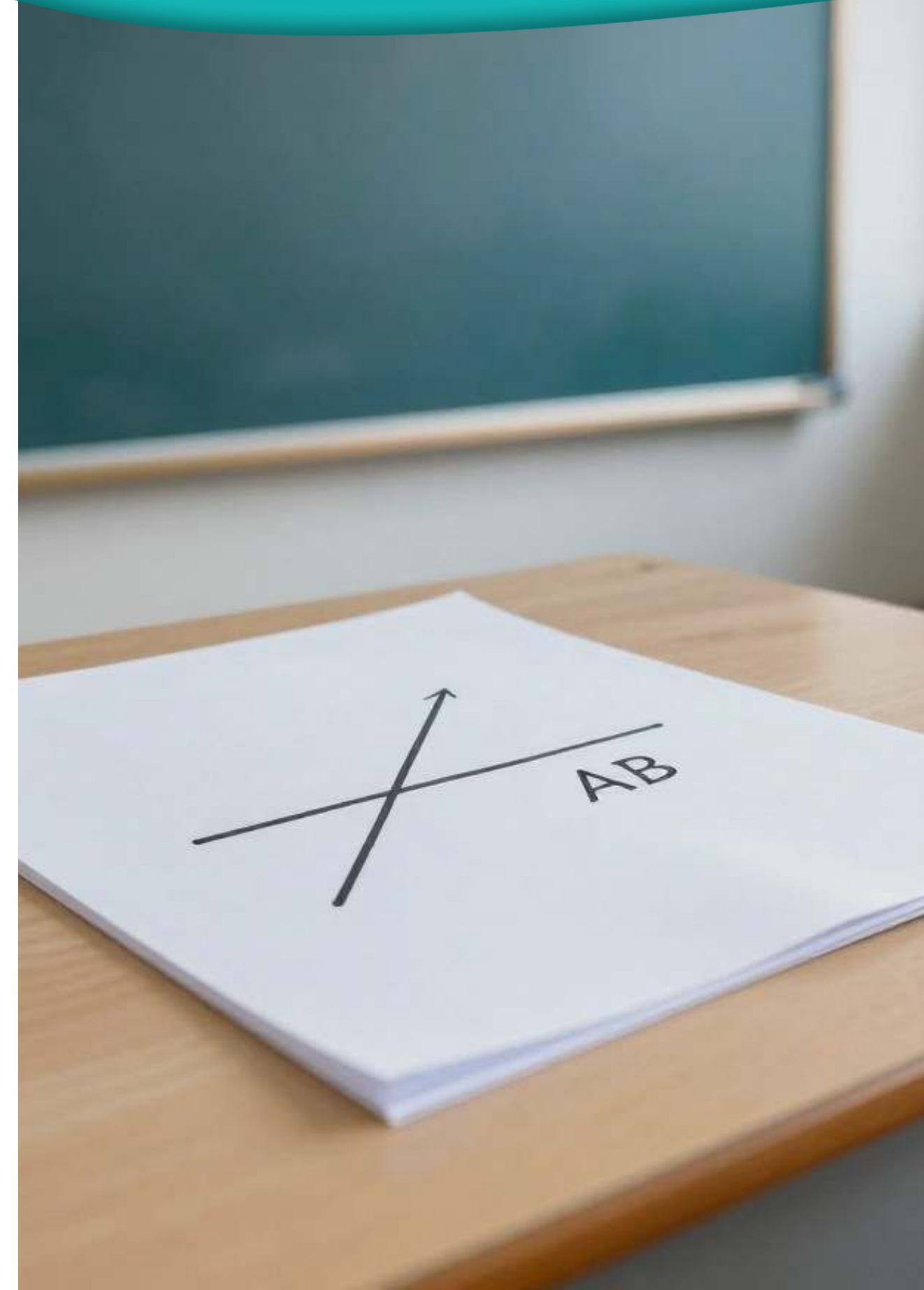
Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка АВ, поэтому он сразу делит его на две равные части и задаёт точку симметрии для дальнейшего построения.

Прямой угол

Прямая образует с отрезком АВ прямой угол. Именно этот признак отличает её от любых других линий и позволяет проверить правильность построения на чертеже.

Полное условие

Вместе эти два свойства полностью определяют нужную линию: если прямая проходит через середину отрезка и перпендикулярна ему, она и есть искомое множество точек.



Связь с окружностями через A и B

01 Выбор центра

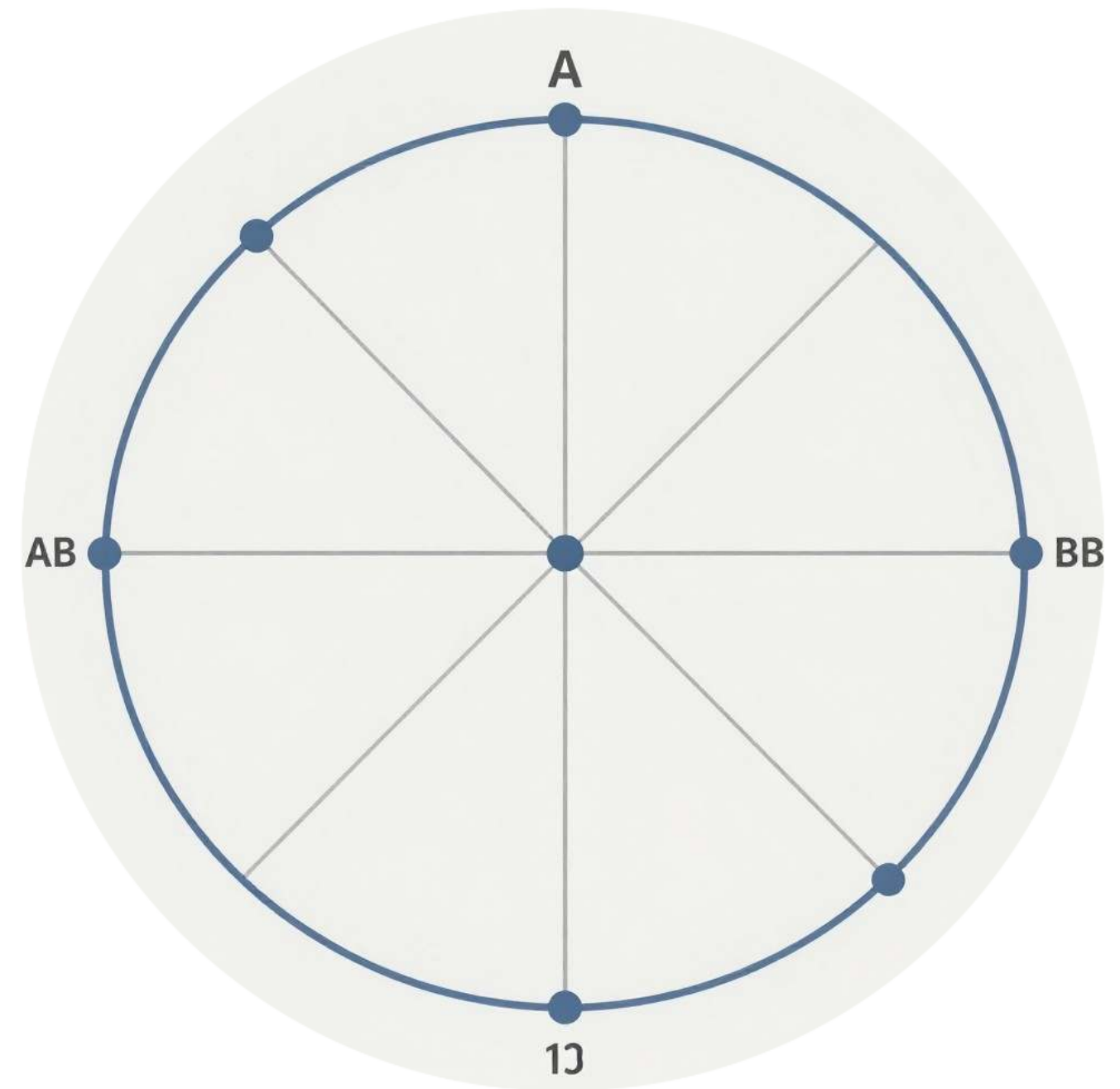
Выбирают точку на серединном перпендикуляре и рассматривают её как центр окружности, которая проходит через точки A и B.

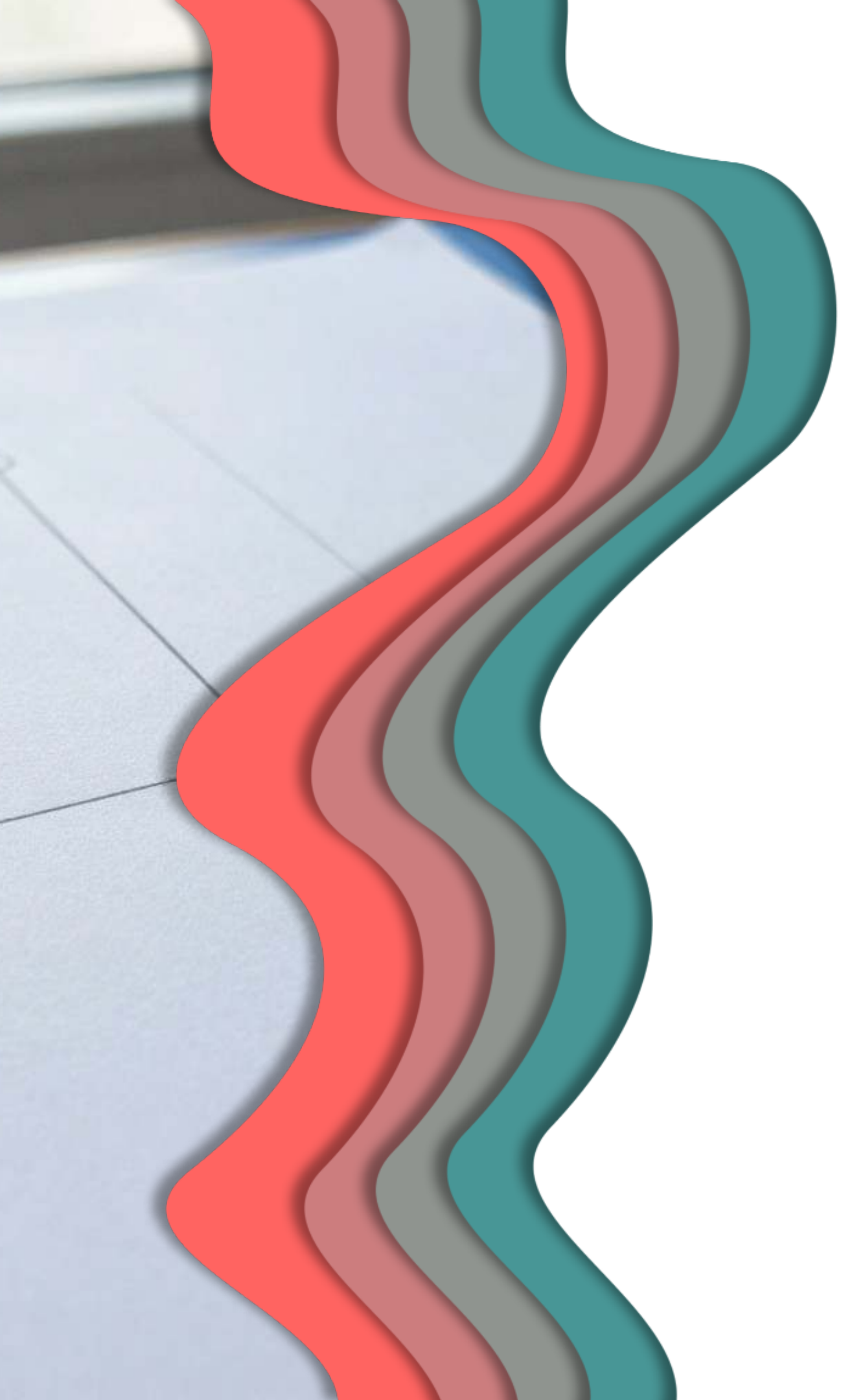
02 Равные радиусы

Так как центр равноудалён от A и B, радиусы к этим точкам одинаковы, и окружность строится без противоречий.

03 Общее место центров

Все такие центры лежат на одной прямой, поэтому можно говорить о целой семье окружностей, связанных с отрезком AB.





Почему центры окружностей лежат на этой линии

01

Условие на центр

Центр окружности обязан быть на одинаковом расстоянии от точек А и В, иначе обе точки не смогут лежать на одной окружности.

02

Где искать

Множество всех таких точек уже известно: это серединный перпендикуляр к отрезку АВ, поэтому именно на нём ищут центр.

03

Практика построения

Если на чертеже заданы две точки окружности, их середину и перпендикуляр к отрезку удобно использовать для точного нахождения центра.

Связь с треугольником и описанной окружностью

01 От отрезка к треугольнику

В треугольнике серединный перпендикуляр можно провести к каждой стороне. Это помогает рассматривать не один отрезок, а всю фигуру сразу.

02 Одна общая точка

Три таких перпендикуляра пересекаются в одной точке. Она одинаково удалена от всех вершин и становится центром описанной окружности.

03 Связь с построениями

Это свойство соединяет тему с задачами на построение треугольников и показывает, как одно место точек помогает решать более сложные задачи.

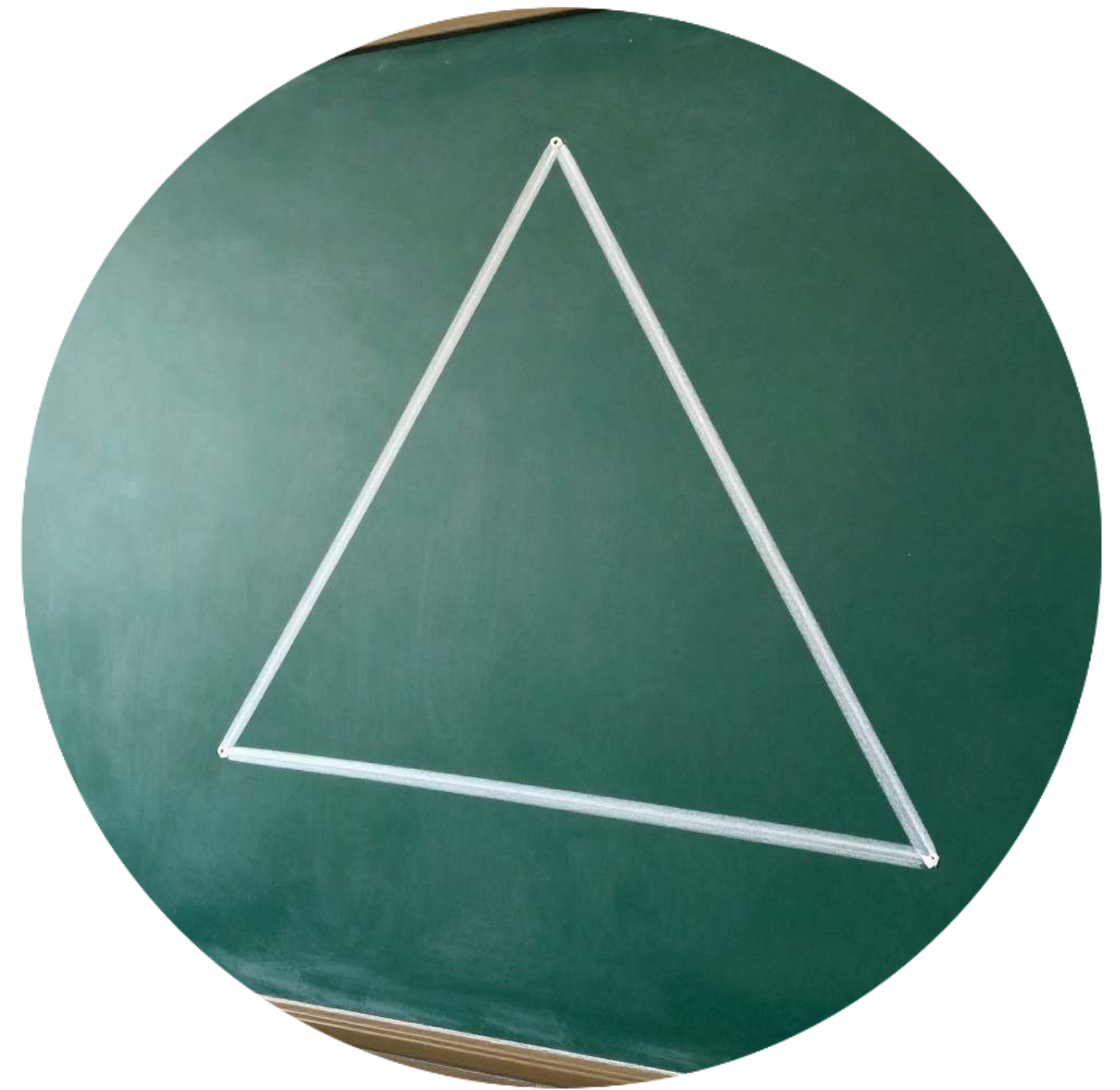
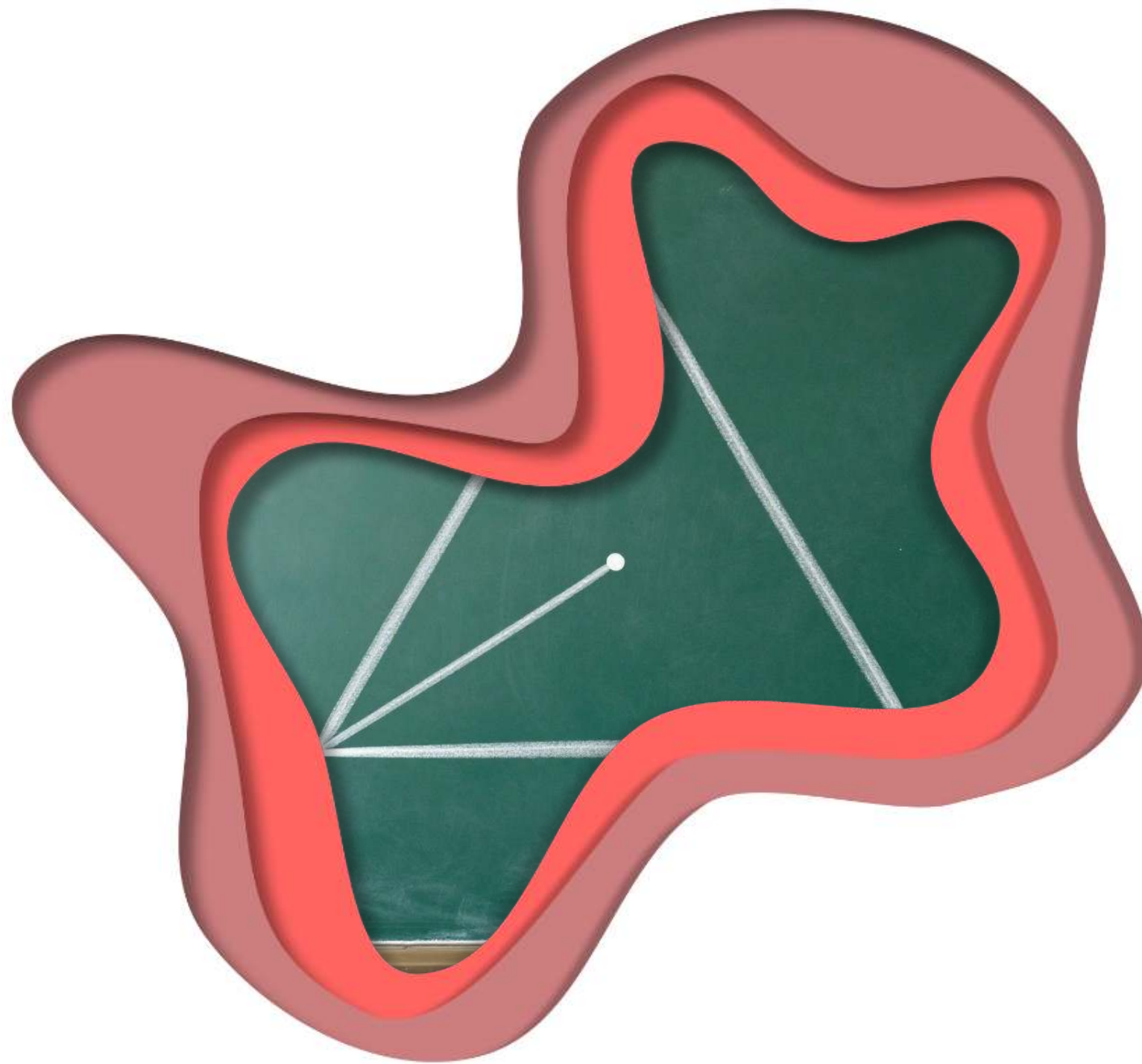


Схема: пересечение серединных перпендикуляров



- **Пересечение линий**

На рисунке видно, что два серединных перпендикуляра пересекаются в одной точке. Именно она становится кандидатом на центр описанной окружности.

- **Равные расстояния**

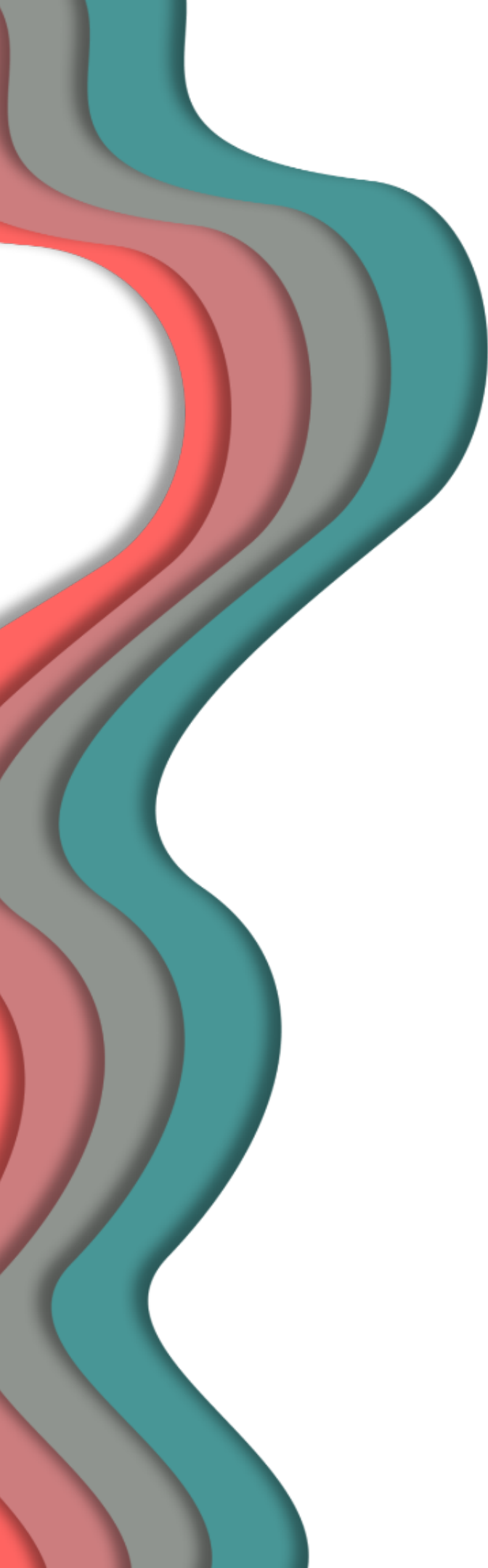
Расстояния от этой точки до двух вершин, лежащих на рассмотренных сторонах, оказываются равными, потому что точка принадлежит серединным перпендикулярам.

- **Проверка третьей стороной**

Когда проводится третий перпендикуляр, он проходит через ту же точку. Это подтверждает, что все три линии встречаются в одном центре.

- **Удобная проверка**

Такое построение удобно для чертежей: достаточно двух перпендикуляров, чтобы найти точное положение центра, а третий служит проверкой.



Закрепление: базовые типы заданий

01

Середина отрезка

Сначала полезно научиться находить середину отрезка. Без этого шага трудно уверенно строить серединный перпендикуляр и проверять его свойства.

03

Проверка точки

После этого можно проверять принадлежность точки множеству: достаточно сравнить расстояния до А и В на рисунке или измерением.

02

Построение перпендикуляра

Затем отрабатывают само построение: дуги равного радиуса, две точки пересечения и прямая через них дают нужную линию.

04

Окружности и треугольники

Более сложные задания связаны с окружностями: найти центр по двум точкам или использовать свойства треугольника и его описанной окружности.

Ключевая формулировка темы

01 Главное утверждение

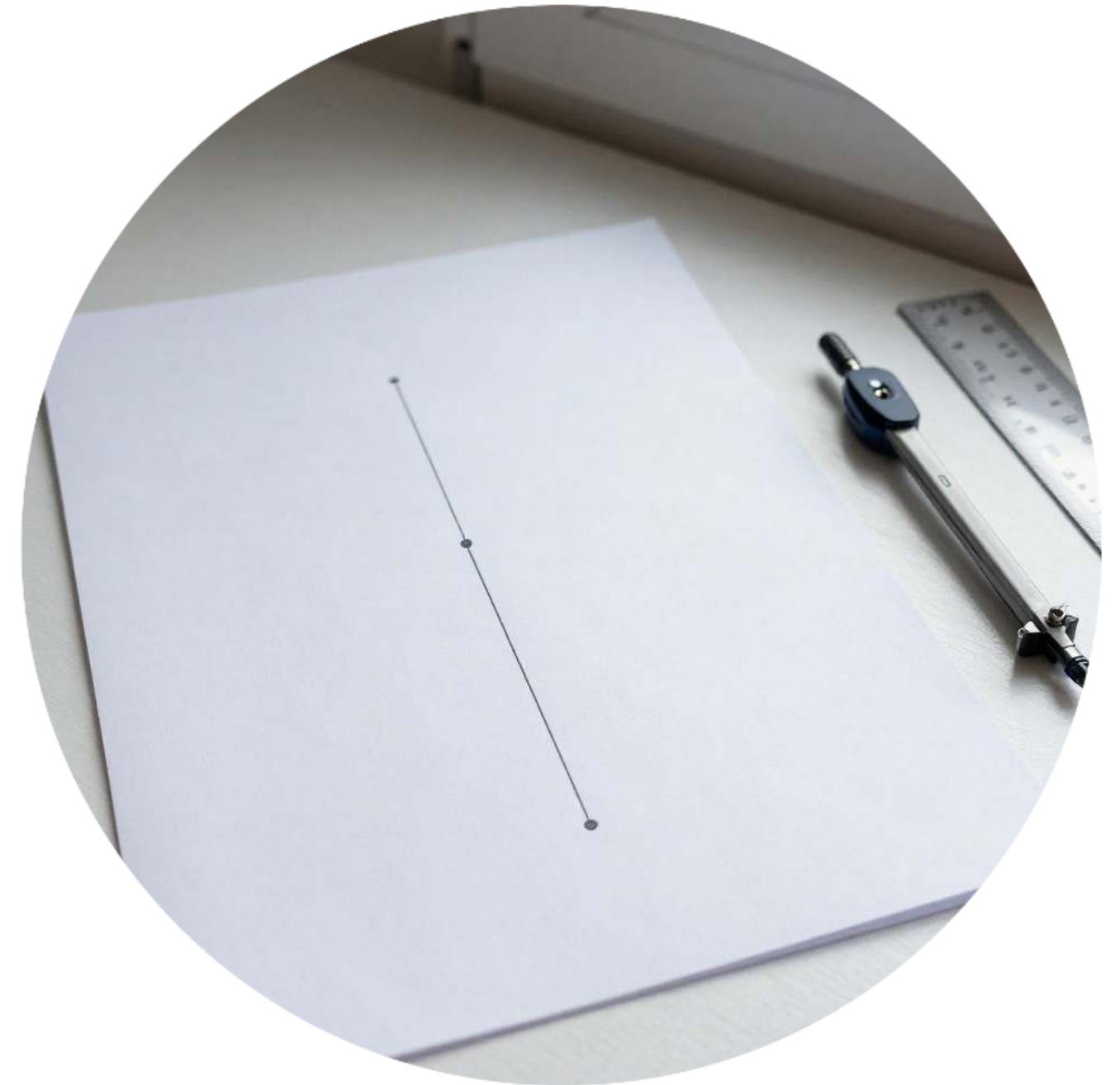
Если точки равноудалены от A и B , они лежат не где угодно, а только на серединном перпендикуляре к отрезку AB .

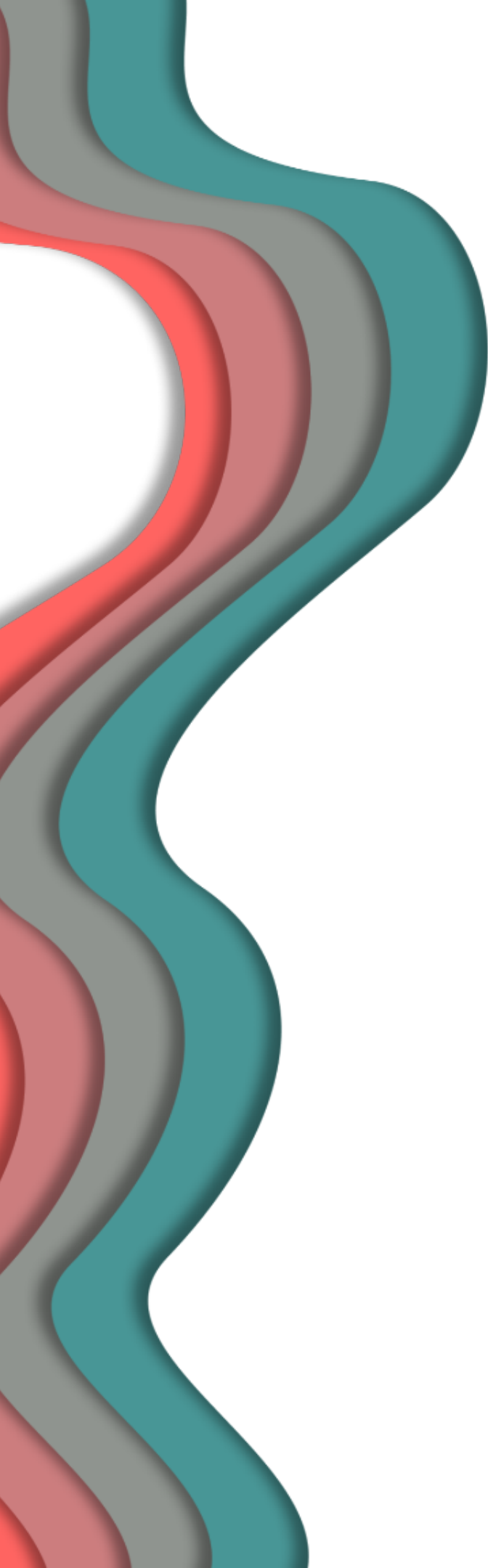
02 Два признака

Эта прямая обязательно проходит через середину отрезка и образует с ним прямой угол, поэтому её легко распознать на чертеже.

03 Способ построения

Построение выполняется циркулем и линейкой, без измерения углов: достаточно аккуратно отметить равные дуги и соединить точки пересечения.





Мини-рефлексия по теме

01

Понимание термина

Сможешь ли ты объяснить, что такое геометрическое место точек, своими словами и привести пример для этой темы?

03

Навык построения

Сможешь ли ты построить его циркулем и линейкой, не пользуясь транспортиром или готовой линейкой с делениями?

02

Распознавание на чертеже

Узнаешь ли ты серединный перпендикуляр на рисунке, если видишь середину отрезка и знак прямого угла?

04

Связь с окружностями

Понимаешь ли ты, почему центр окружности через точки А и В обязательно лежит на этой прямой?

Одно правило — много задач

Сегодняшнее правило помогает видеть за чертежом чёткую идею: равноудалённые точки образуют серединный перпендикуляр. Это знание удобно в построениях, проверках и задачах про окружности.

