

Теорема Пифагора и прямоугольный треугольник

Катеты, гипотенуза и формула $a^2 + b^2 = c^2$: как связаны длины и площади
квадратов.



Почему именно в 9 классе?

Теорема Пифагора становится опорой для многих задач: на стороны прямоугольного треугольника, диагонали и проверку прямого угла. Связь с Пифагором важна исторически, хотя идея была известна задолго до него в античности.



Прямоугольный треугольник: основные элементы

Один угол прямоугольного треугольника всегда равен 90° . Этот факт сразу задаёт особое расположение сторон и позволяет применять теорему к длинам катетов и гипотенузы.

Стороны, образующие прямой угол, называются катетами. В задачах именно их обычно обозначают буквами a и b , потому что они участвуют в формуле вместе.

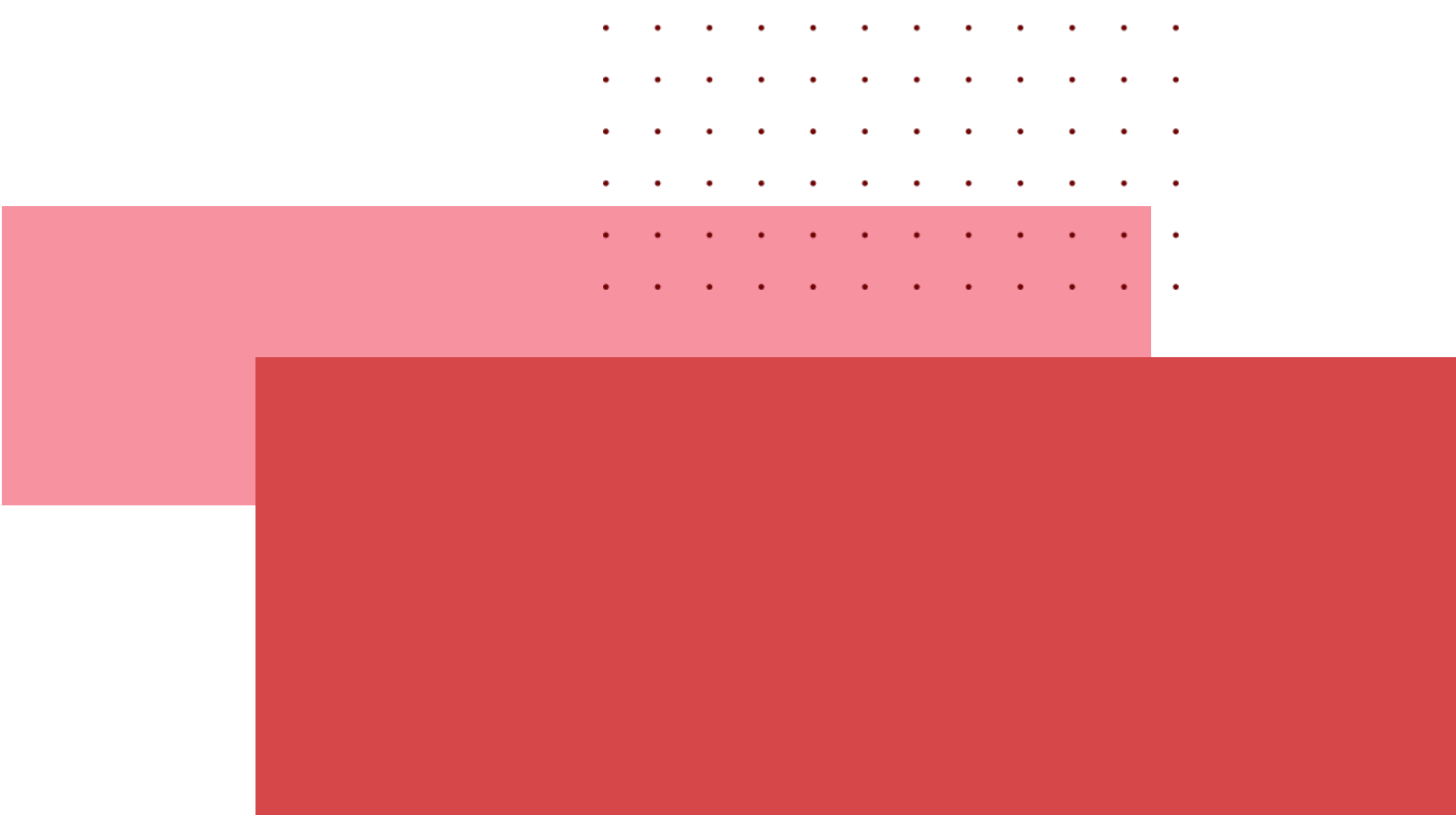
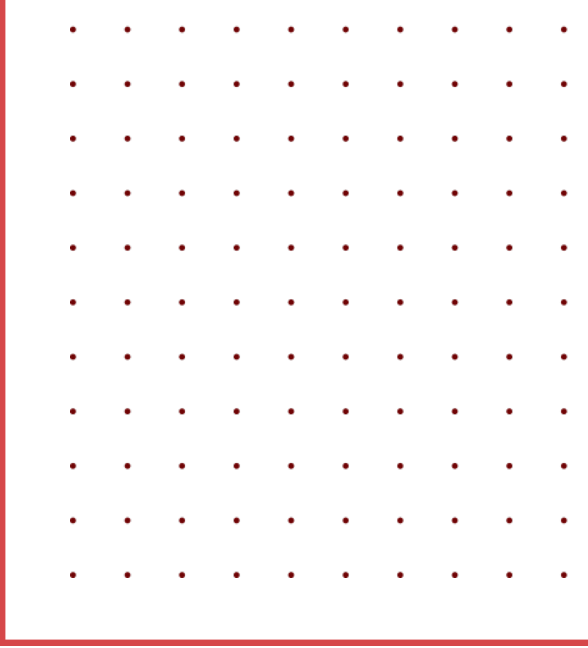
Сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой и обозначается буквой c . Гипотенуза всегда больше каждого катета — это удобно помнить при проверке ответов.

Формулировка теоремы Пифагора

В прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы: $a^2+b^2=c^2$. Эта запись связывает длины сторон одной простой зависимостью.

Важно: формула верна только для прямоугольных треугольников. Если прямой угол не равен 90° , то равенство может не выполняться и ответ получится неправильным.

Теорема позволяет находить неизвестные стороны: гипотенузу, когда известны два катета, или катет, когда известны гипотенуза и второй катет.



Смысл квадратов сторон

Квадрат числа и площади

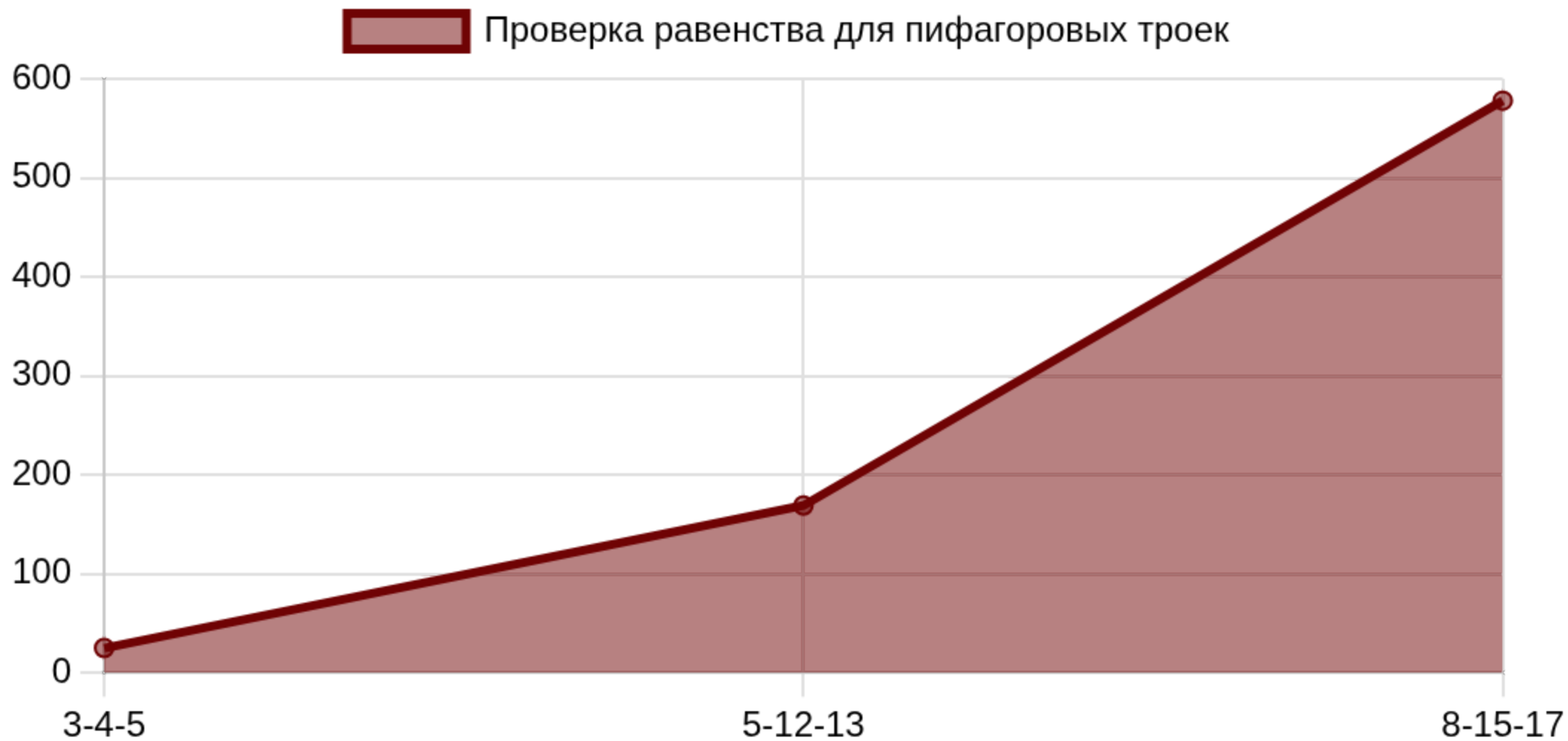
Квадрат числа — это число, умноженное само на себя. В теореме сравниваются площади квадратов, построенных на сторонах прямоугольного треугольника, поэтому вместо длины берётся площадь.

Почему появляются именно a^2 , b^2 и c^2

Квадрат, построенный на гипотенузе, имеет площадь, равную сумме площадей квадратов на катетах. Наглядная схема с тремя квадратами помогает увидеть, что $a^2 + b^2$ превращается в c^2 .



Пифагоровы тройки и проверка формулы

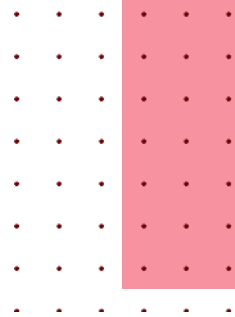


Учебные примеры: (3,4,5), (5,12,13), (8,15,17).

Для каждой тройки выполняется равенство: сумма квадратов катетов точно даёт квадрат гипотенузы.

Линейный вид подчёркивает: в тройках 3-4-5, 5-12-13 и 8-15-17 действует одно и то же правило, независимо от величин сторон.

Проверка теоремы на числовых примерах

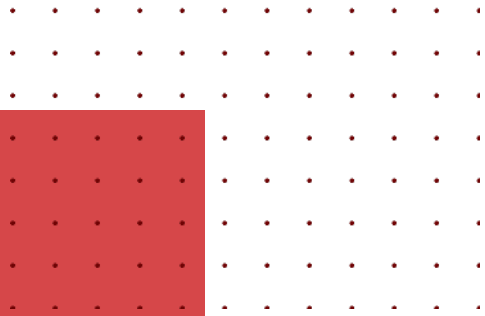


Равенство $a^2+b^2=c^2$ выполняется точно, когда треугольник прямоугольный: катеты — стороны, образующие прямой угол.

Точки совпадают с ожидаемыми значениями квадратов: если треугольник прямоугольный, равенство подтверждается вычислениями без округлений.

Катеты	Гипотенуза	Проверка
3 и 4	5	$3^2+4^2=25$
6 и 8	10	$6^2+8^2=100$
5 и 12	13	$5^2+12^2=169$

Собранные школьные примеры по теореме Пифагора.

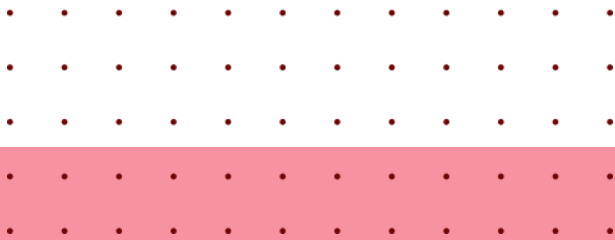
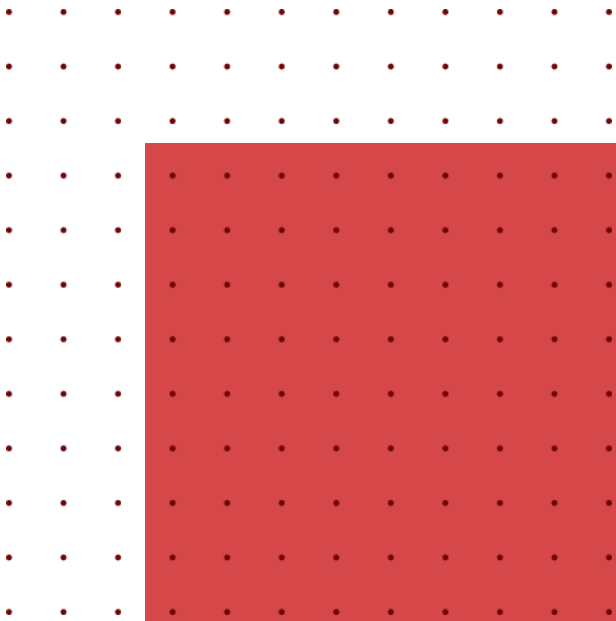


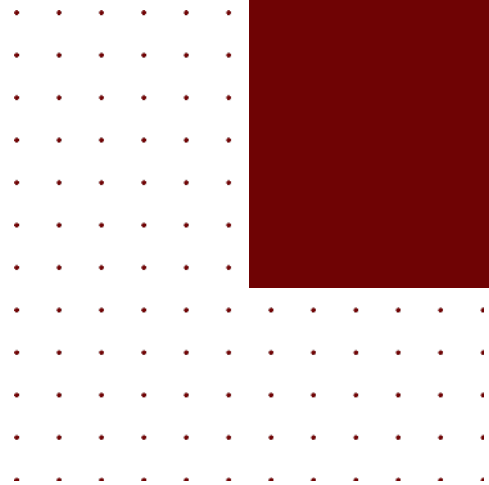
Как найти гипотенузу

Когда известны оба катета, сначала находят их квадраты: вычисляют a^2 и b^2 . Это переводит задачу о длинах в задачу об площадях-квadrатах.

Далее складывают полученные квадраты и получают c^2 : a^2+b^2 . Затем извлекают квадратный корень из суммы, чтобы получить длину гипотенузы c .

Например, $6^2+8^2=36+64=100$, значит $c=10$. Чтобы не ошибиться, полезно сверить результат подстановкой в $a^2+b^2=c^2$.





12

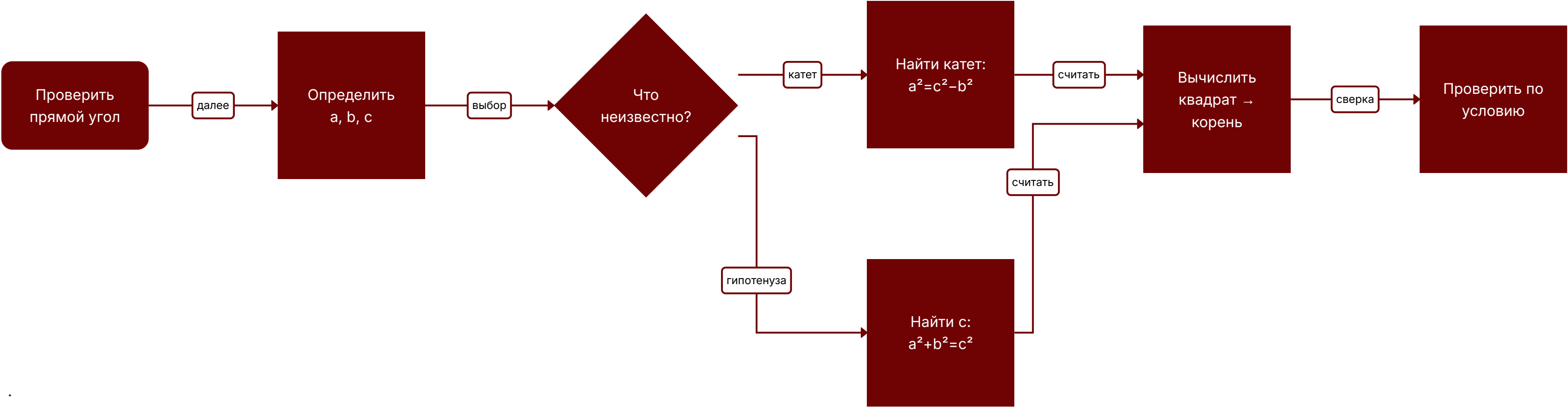
**Тогда длина искомого катета
равна двенадцати.**

При $c=13$ и $b=5$: $a^2=169-25=144$, поэтому $a=12$. Запись решения важна: гипотенуза — это сторона напротив прямого угла.

Пример вычисления по формуле $a^2=c^2-b^2$ (теорема Пифагора).

Алгоритм решения по теореме Пифагора

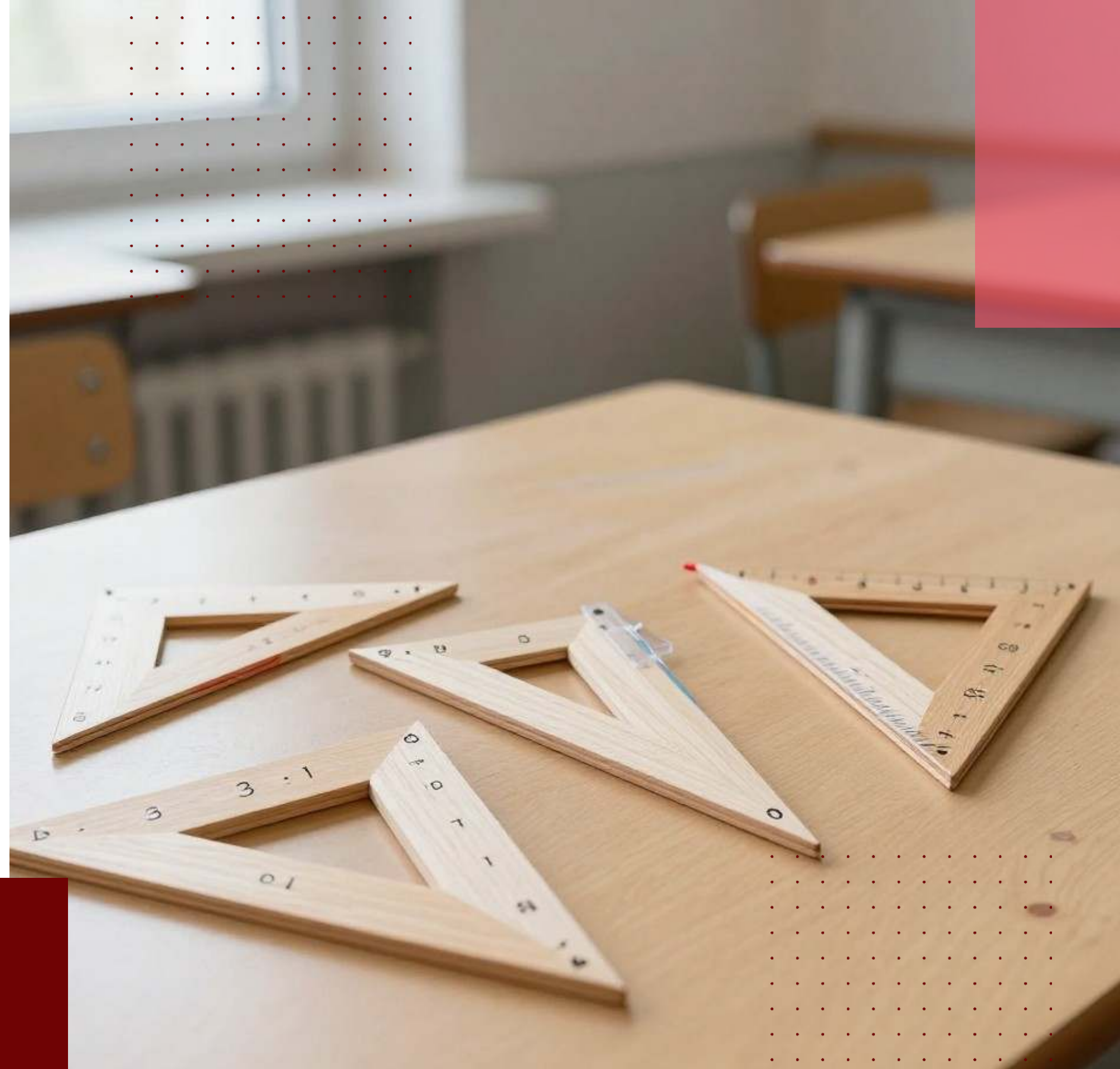
Порядок действий для задач на прямоугольные треугольники.



Пифагоровы тройки в чертежах и измерениях

Пифагоровы тройки, например 3–4–5, 5–12–13 и 7–24–25, дают целые длины катетов и гипотенузы. Поэтому их удобно использовать в учебных задачах и при построениях прямого угла.

В черчении и разметке такие наборы помогают быстро проверить точность измерений: достаточно подставить стороны в равенство $a^2 + b^2 = c^2$ и убедиться, что вычисления не требуют работы с десятичными дробями.



Исторические сведения о теореме

Древний Вавилон

В ранних математических записях встречались правила, которые позволяли находить длины сторон в ситуациях, связанных с прямым углом. Это показывало, что связь между сторонами изучали задолго до Пифагора.

Древний Египет

Египетские землемеры использовали натянутые верёвки с узлами для построения прямых углов на местности. Такой практический метод опирался на представление о «правильных» соотношениях длин.

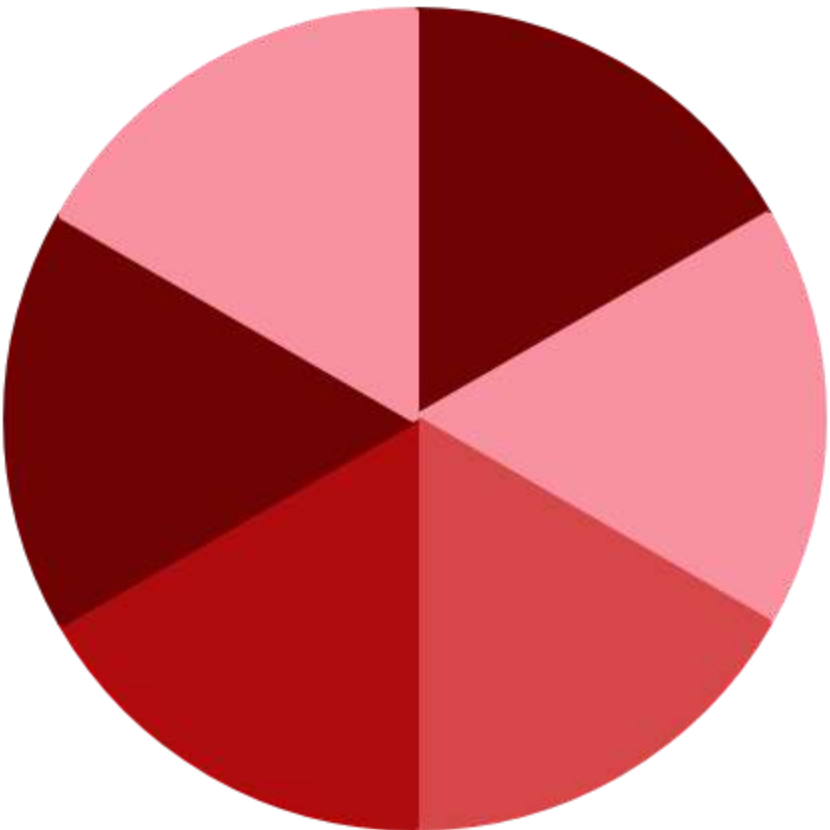
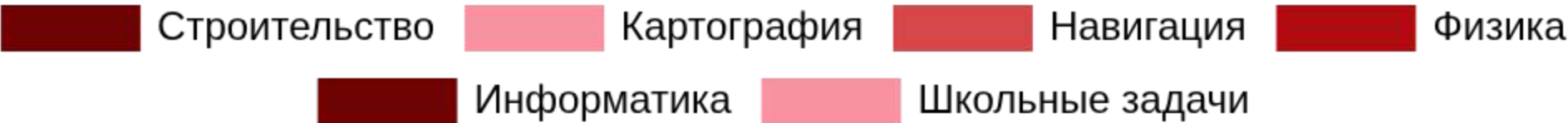
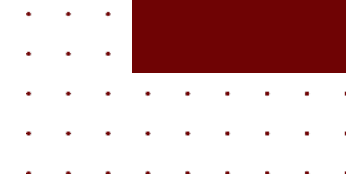
Пифагор и греческая математика

Вклад Пифагора связывают с доказательством и развитием строгого математического подхода. Именно в греческой традиции связь между сторонами получила доказательную форму.

Закрепление в евклидовой геометрии

Позднее теорема стала одной из опор школьной и евклидовой геометрии. Её стали использовать как инструмент для решения задач и как пример того, как рассуждения превращаются в доказательство.

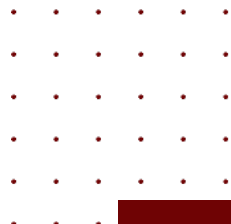
Где применяется теорема Пифагора



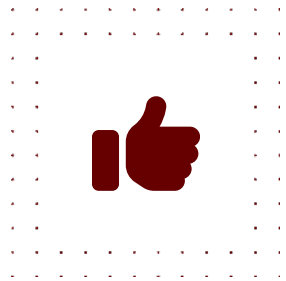
Хотя диаграмма не показывает доли в процентах, она отражает основные направления, где регулярно встречаются вычисления длины по двум известным перпендикулярным направлениям.

Теорема универсальна: её применяют там, где нужно перейти от «перпендикулярных» координат или от прямоугольных построений к расстоянию по диагонали.

Обобщение учебных и практических контекстов (без количественных статистических данных), по тематике школьного курса и типовых задач.

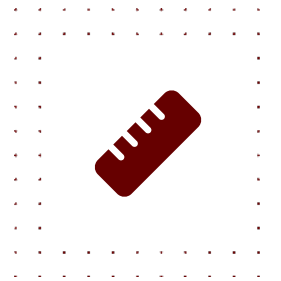


Проверка прямого угла без угольника



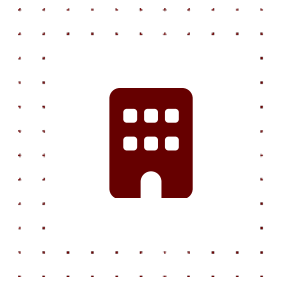
Проверка равенства

Если для трёх сторон треугольника выполняется $a^2 + b^2 = c^2$, где c — наибольшая сторона, то угол между катетами является прямым. Это позволяет проверить конструкцию прямо по измерениям.



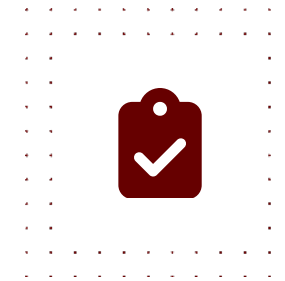
Роли сторон в условии

Важно правильно выбрать, какая сторона — гипотенуза: квадрат наибольшей стороны сравнивают с суммой квадратов двух меньших. Ошибка в выборе с чаще всего приводит к неверному выводу.



Разметка на объекте

Признак обратной теоремы используют при разметке пола, стен и участков, когда угольник неудобен. Достаточно измерить две длины по перпендикулярным направлениям и проверить соответствие условию.



Контроль геометрии

Способ особенно полезен, когда нужно подтвердить, что прямоугольная форма действительно выдержана. По нескольким измерениям можно быстро выявить перекос ещё до дальнейших работ.

Диагональ прямоугольника по теореме Пифагора

Прямоугольник (a×b)	Катеты	Диагональ d
3×4	3 и 4	5
6×8	6 и 8	10
5×12	5 и 12	13
9×12	9 и 12	15

Типовые примеры из школьной геометрии с использованием формулы $d^2=a^2+b^2$.



Диагональ прямоугольника равна гипотенузе соответствующего прямоугольного треугольника. Поэтому её можно находить по формуле $d^2=a^2+b^2$.

Во всех примерах диагональ оказывается длиннее каждой стороны прямоугольника и находится как гипотенуза: d зависит сразу от двух размеров, а не от одного.



Типичные ошибки при решении задач

Самая распространённая ошибка — перепутать гипотенузу и катеты. В теореме Пифагора квадрат гипотенузы сравнивают с суммой квадратов катетов, поэтому нужно сначала определить, какая сторона против прямого угла.

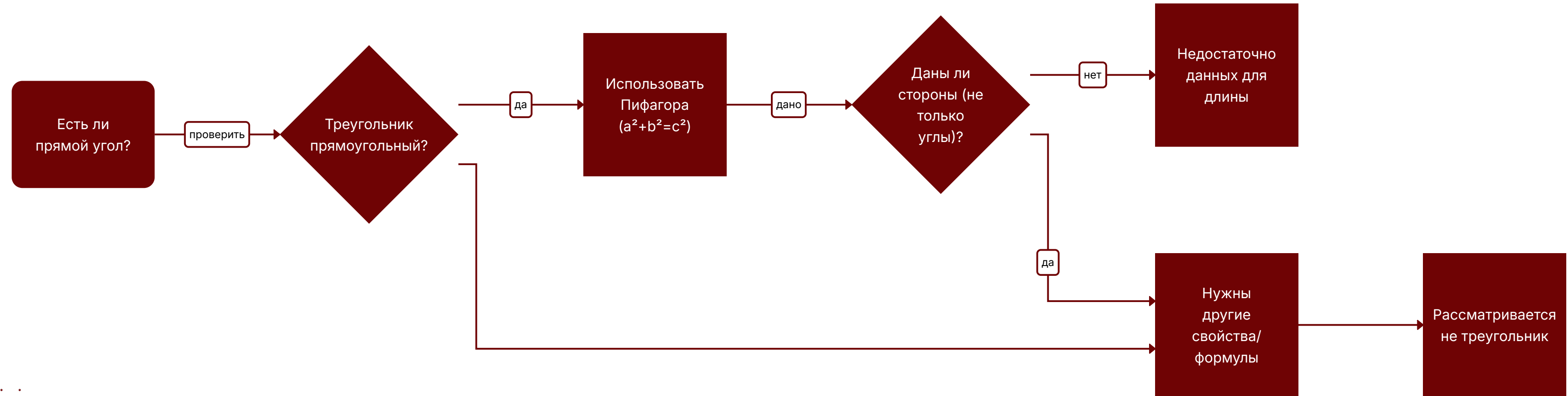
Другая ошибка — сложить стороны напрямую, например $a+b$ вместо a^2+b^2 . В результате получается неверное равенство. Всегда переходите к квадратам: именно они соответствуют площадям квадратов на сторонах.

Часто забывают извлечь квадратный корень после вычисления суммы квадратов. Тогда в ответ попадает величина вида c^2 или a^2 , а не длина стороны. Правильный ответ — значение под корнем, извлечённое до конца.

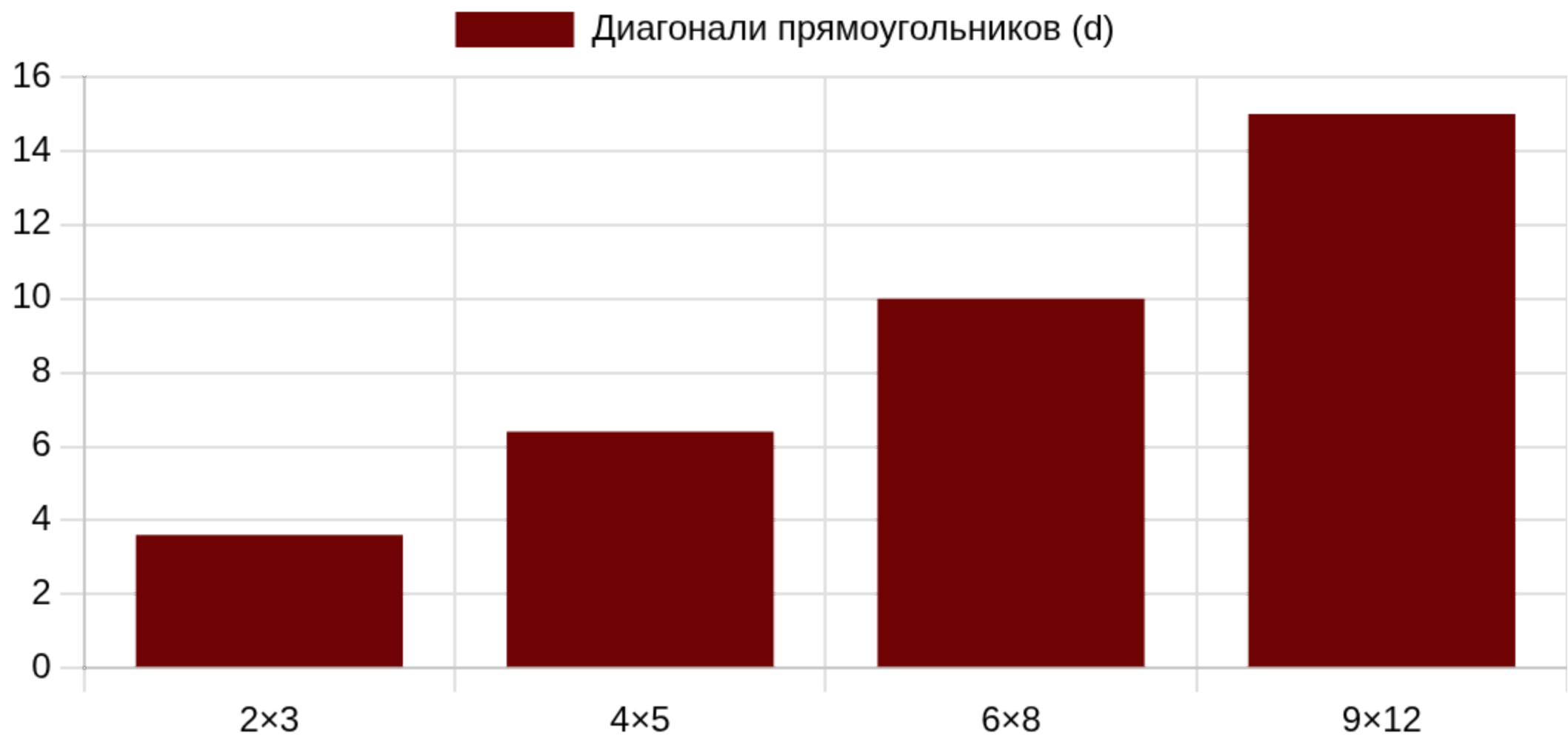
Ещё одна ошибка — применить формулу к не прямоугольному треугольнику. Если нет прямого угла, теорема Пифагора не работает. Также не забывайте записывать ответ в тех же единицах, что и в условии.

Когда формула Пифагора не подходит

Порядок выбора формулы опирается на проверку наличия прямого угла и достаточности данных в задаче.



Как меняется диагональ прямоугольника



Расчёт диагонали d по формуле $d^2=a^2+b^2$ для прямоугольников 2x3, 4x5, 6x8 и 9x12 (значение 3,61 округлено).

Когда обе стороны прямоугольника увеличиваются, диагональ тоже растёт. Это происходит потому, что d зависит одновременно от размеров по двум перпендикулярным направлениям.

По данным видно монотонный рост: увеличивая катеты, мы увеличиваем величину a^2+b^2 и, значит, и саму диагональ d. Диагональ не может оставаться постоянной.

Мини-проверка понимания материала

Как называется сторона напротив прямого угла? Правильный термин нужен для того, чтобы в формуле именно c^2 стояло на месте квадрата наибольшей стороны прямоугольного треугольника.

Какая формула связывает стороны прямоугольного треугольника? Запишите связь в виде $a^2+b^2=c^2$ и убедитесь, что она относится только к треугольникам с углом 90° .

Как найти неизвестный катет, если известны гипотенуза и другой катет? Используйте $a^2=c^2-b^2$, а затем извлеките квадратный корень, чтобы получить длину в исходных единицах.

Ключевая идея теоремы Пифагора

Теорема Пифагора связывает стороны прямоугольного треугольника формулой $a^2+b^2=c^2$. Она помогает находить неизвестные длины, проверять прямые углы и решать задачи на диагонали и расстояния.