



Пропорциональное деление: как разделить число по правилу

Как делить целое по заданному отношению?

Где и зачем это нужно

Пропорциональное деление помогает распределять целое справедливо, когда части должны быть разными и заранее заданы правилом. Этот способ нужен в задачах про деньги, рецепты, время, призы и школьные проекты, а также связывает отношения, дроби и вычисления в 7 классе.



Отношение как основа деления



Что показывает отношение

Отношение описывает, сколько частей одного вида приходится на сколько частей другого. Запись 2:3 или 1:4 задаёт не только сравнение, но и будущий размер каждой части целого.



Сколько всего долей

Чтобы узнать, на сколько частей разбито целое, нужно сложить все числа отношения. Например, в 2:3 получается 5 долей, а в 1:2:7 — уже 10 долей.



Порядок частей важен

Каждое число отношения связано со своей частью и не может быть переставлено без изменения ответа. Если поменять местами коэффициенты, изменится и результат деления всего числа.



Отношение задаёт правило

В пропорциональном делении части не выбирают случайно: они должны соответствовать указанному соотношению. Именно поэтому одинаковое целое можно разделить по-разному, но всегда по одному и тому же правилу.

Алгоритм деления числа в заданном отношении

Найти сумму коэффициентов

Сначала складывают все числа отношения и получают общее число долей. Это показывает, на сколько равных частей условно разбито целое, прежде чем считать конкретные значения.

1

Получить все части

После этого одну долю умножают на каждое число отношения. Например, 120 в отношении 2:3:5 даёт 24, 36 и 60, потому что одна доля равна 12.

3



Вычислить одну долю

Затем данное число делят на сумму долей. Так находят стоимость, массу или величину одной части, которая станет основой для всех остальных вычислений.

2

Примеры деления в разных отношениях

Число	Отношение	Одна доля	Части
60	1:2	20	20; 40
84	2:5	12	24; 60
150	3:2:1	25	75; 50; 25

Во всех примерах сумма найденных частей совпадает с исходным числом.

Одна и та же схема работает для разных отношений; проверка суммы подтверждает правильность вычислений.

Составлено по правилам пропорционального деления.

Связь пропорционального деления с дробями

1

Часть как дробь

Каждую полученную часть можно записать как дробь от целого. Тогда отношение 2:3 означает, что первое слагаемое составляет $\frac{2}{5}$, а второе — $\frac{3}{5}$ всего числа.

3

Удобство записи

Дробная запись помогает сразу понять, какая часть больше, а какая меньше. Она особенно полезна, когда нужно показать результат не только числами, но и долями целого.

2

Почему сумма равна единице

Если все доли сложить, получится одно целое. Поэтому дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$ в сумме дают 1, а $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{2}$ вместе тоже образуют целое.

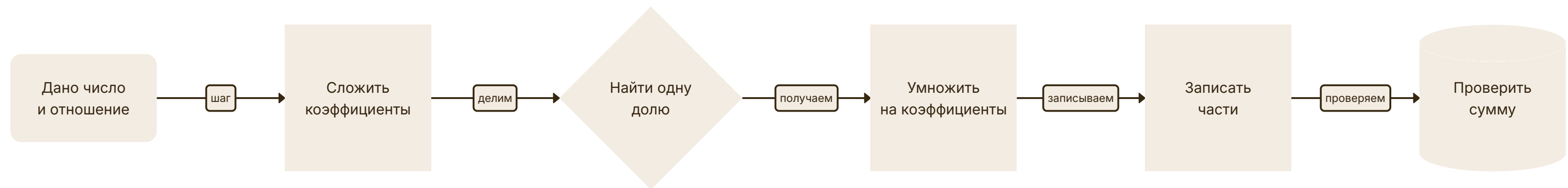
4

Проверка смысла ответа

Если части выражены дробями правильно, их сумма обязательно равна одному. Это хороший способ проверить, не потерялась ли какая-то доля при решении задачи.

Схема решения задачи на деление в отношении

От целого и отношения — к проверенному ответу



Наглядный пример: число 48 в отношении 1:3:4

Сумма долей

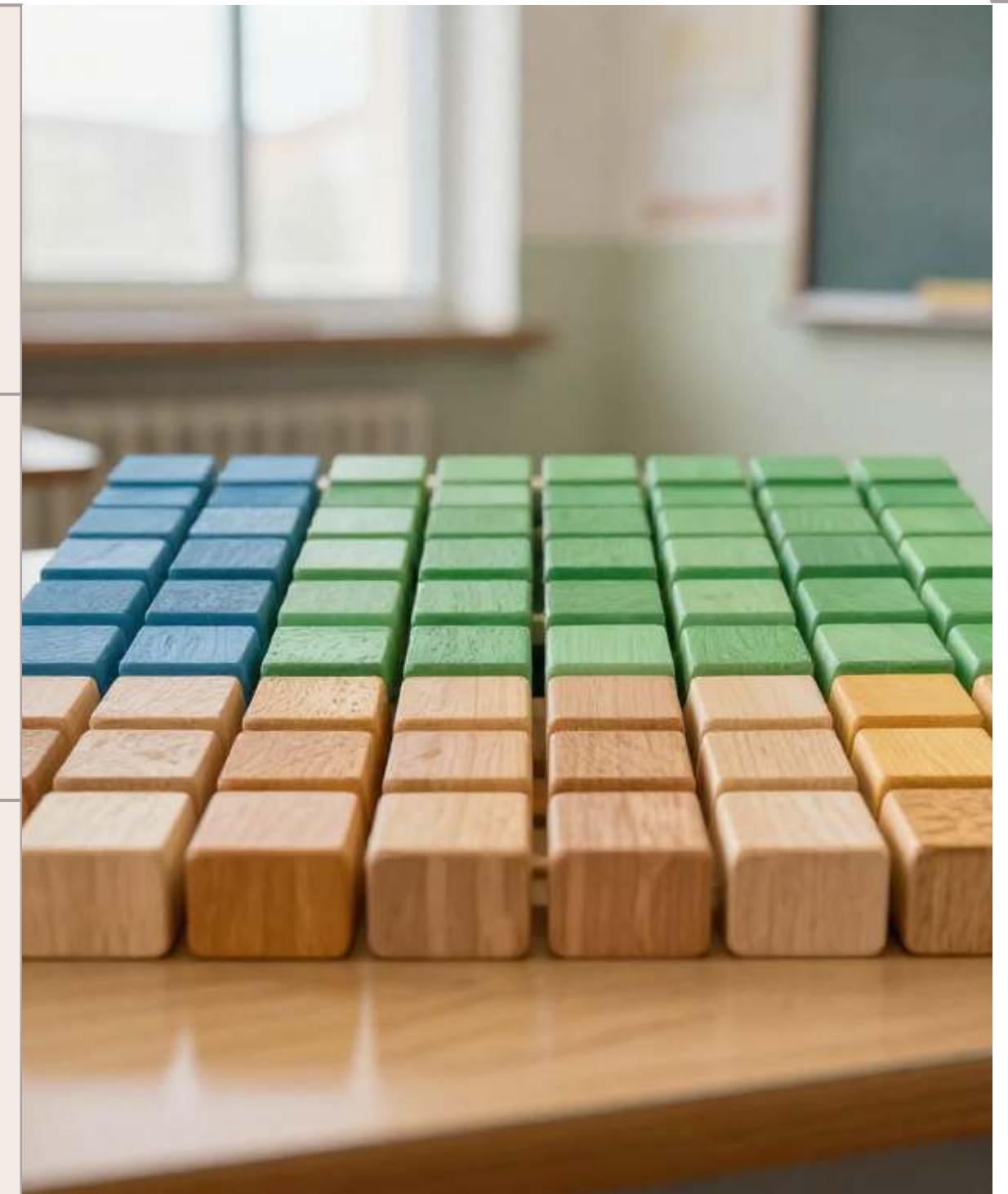
В отношении 1:3:4 всего получается 8 долей. Это значит, что число 48 нужно мысленно разделить на 8 равных частей, прежде чем искать каждую из них.

Одна доля

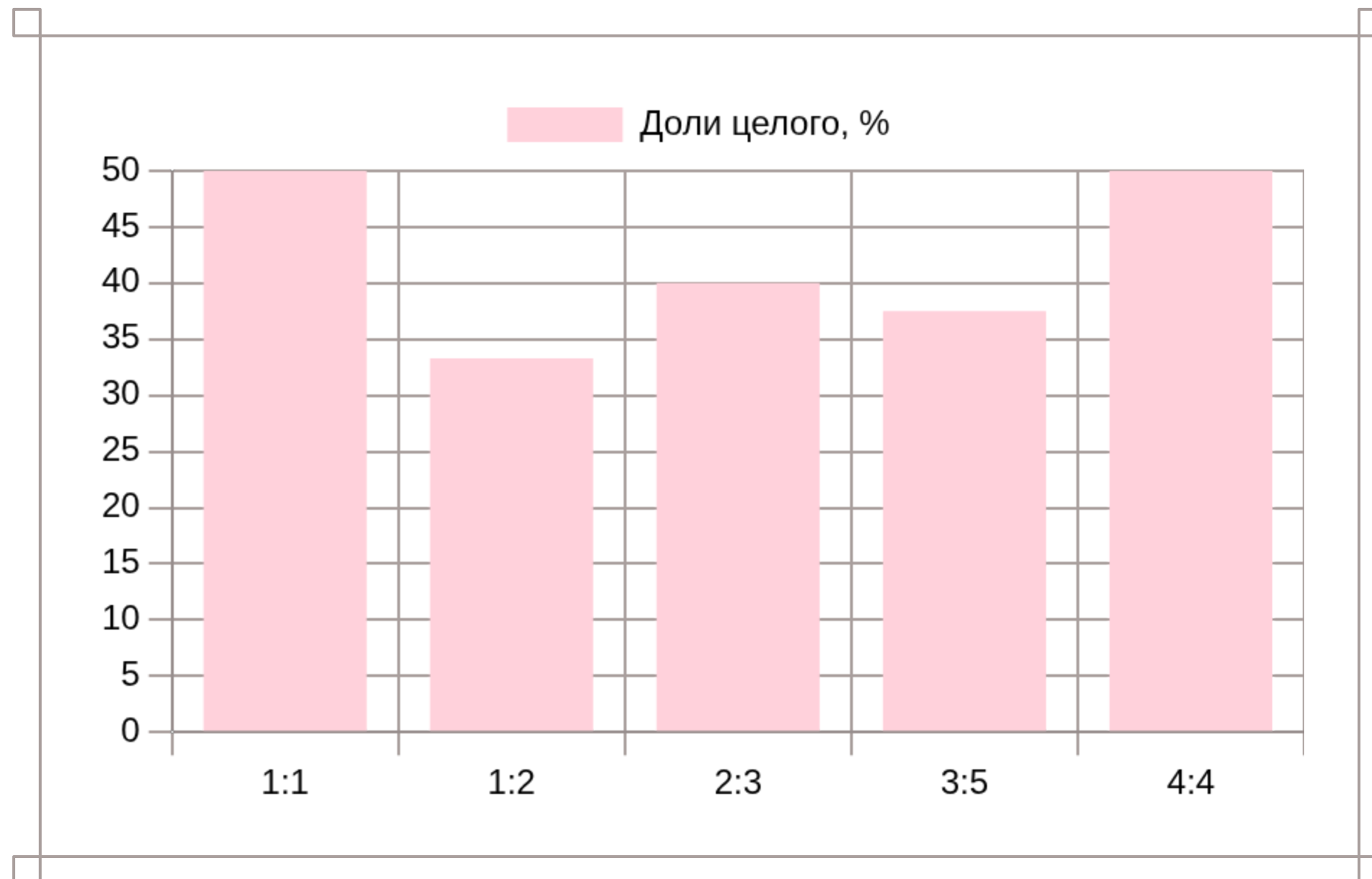
Делим 48 на 8 и получаем 6. Именно столько составляет одна клетка на схеме, а затем через неё легко найти все три части целого.

Результат деления

Первая часть равна 6, вторая — 18, третья — 24. Вместе они дают 48, поэтому результат соответствует и числу, и заданному отношению.



Как меняются части при разных отношениях



Чем больше число в отношении, тем большую долю целого оно получает. Поэтому одинаковое число может делиться поровну или с заметным перевесом одной части.

Равные коэффициенты дают равные части, а увеличение одного коэффициента сразу делает соответствующую долю больше.

Расчёты по отношениям 1:1, 1:2, 2:3, 3:5 и 4:4.

Где используется пропорциональное деление в жизни



Деньги проекта

Если несколько людей внесли разный вклад, сумму можно распределить по заранее выбранному правилу. Так деление остаётся понятным и справедливым для всех участников.



Рецепты и смесь

При приготовлении блюда или смешивании материалов важно сохранить нужные пропорции. Тогда компоненты не смешиваются случайно, а образуют правильную смесь.



Время на дела

Когда нужно успеть несколько задач, время можно разделить не поровну, а по важности каждого дела. Это помогает распределить усилия разумно.



Школьные материалы

На уроках и проектах материалы часто раздают по группам или ролям. Пропорциональное деление помогает выдать каждому столько, сколько соответствует его задаче.

Типичные ошибки при решении задач

Ошибка	Почему возникает	Результат
Делят на участников	Путают число и отношение	Неверные части
Меняют порядок	Не смотрят на запись	Части местами
Не проверяют ответ	Пропускают последний шаг	Ошибка не замечена
Складывают неверно	Считают невнимательно	Неправильная сумма

Таблица показывает самые частые ошибки, их причины и последствия. Она помогает сразу заметить, где именно теряется правильный ход решения.

Большинство ошибок связано не со сложностью вычислений, а с невнимательностью к отношению, сумме коэффициентов и проверке результата.

Обобщение типичных ошибок при решении задач на пропорциональное деление

Проверка ответа в задачах на пропорциональное деление

Сверить сумму

Сначала нужно сложить найденные части и сравнить результат с исходным числом. Если сумма не совпадает, значит, где-то допущена ошибка в вычислениях или в нахождении одной доли.

1

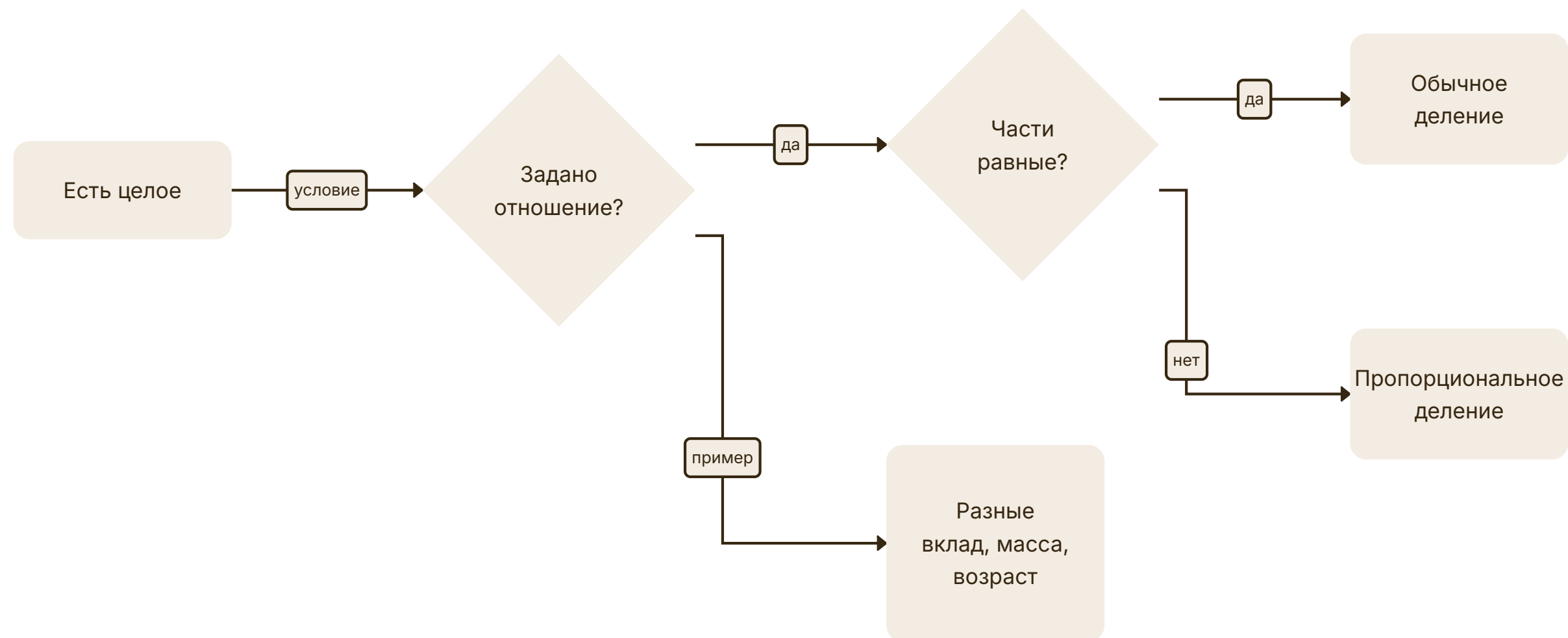
Проверить отношение

Затем сравнивают сами части между собой. Их отношение должно точно совпадать с заданным правилом, как в примере 45, разделённого в отношении 2:1, где получаются 30 и 15.

2

Когда нужно использовать пропорциональное деление

Схема показывает, в каких задачах важно распределять целое по заданному отношению, а не делить его поровну.



Задача про школьный класс и сбор средств

1

Найти долю

Сначала складываем числа отношения 2:1:5. Получается 8 долей, а одна доля равна $180 \div 8 = 22,5$ рубля. Это основа для расчёта каждой части.

3

Понять распределение

Такое решение показывает, как одна и та же сумма может быть распределена неравно, но по справедливому правилу. На схеме удобно показать блоки разной длины, соответствующие отношению.

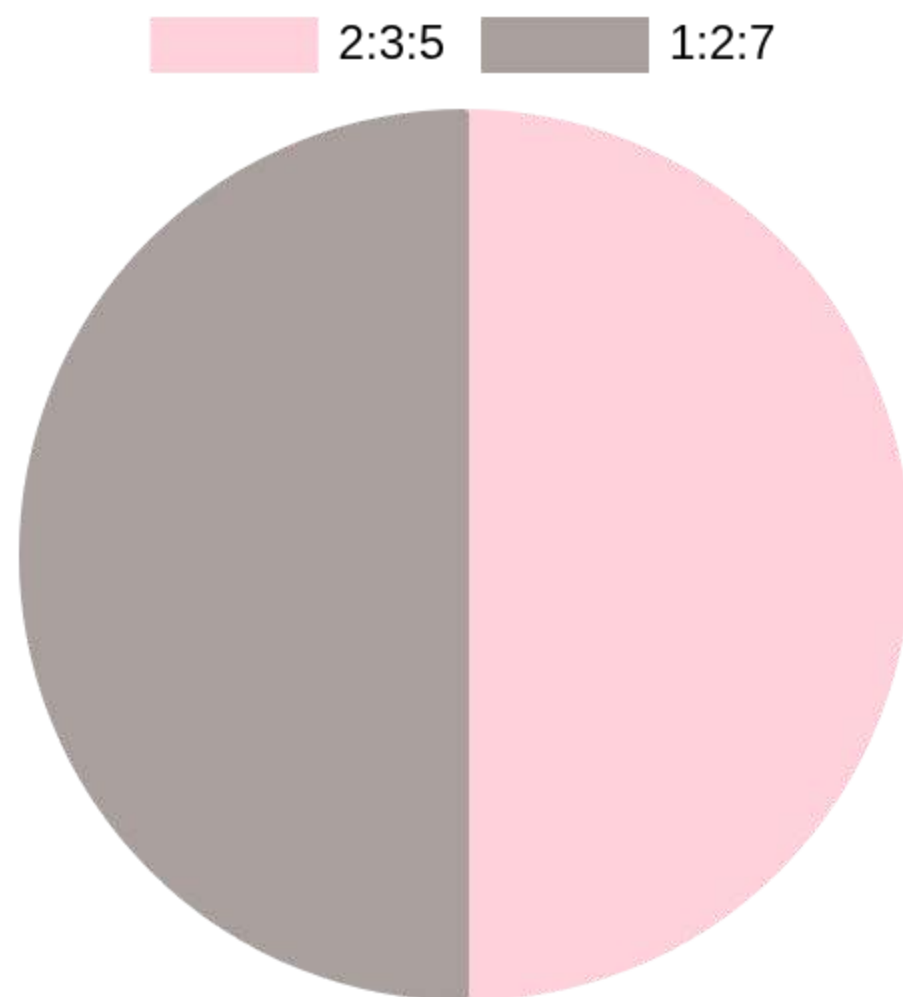
2

Рассчитать части

Теперь умножаем одну долю на каждый коэффициент. Первый проект получает 45 рублей, второй — 22,5 рубля, третий — 112,5 рубля. Вместе они дают всю сумму сбора.



Доли целого в процентах



Проценты удобно использовать, когда нужно быстро сравнить, какая часть целого самая большая. Они переводят отношение в более привычную форму.

Обе записи описывают одно целое, но распределяют его по-разному: в первом отношении доля 5 самая крупная, во втором явно доминирует доля 7.

Перевод отношений 2:3:5 и 1:2:7 в проценты по правилу суммы коэффициентов



15

рублей составляет одна доля в примере 75, разделённых
в отношении 2:3.

Примеры расчёта: 75 в отношении 2:3

Если сумма коэффициентов
не делит число нацело, ответ может
быть дробным или десятичным. Это
нормально: важно точно вычислить
одну долю и аккуратно записать
результат.

Краткая памятка формул и обозначений

Понятие	Формула	Пример
Сумма долей	сложить числа	$3+5=8$
Одна доля	целое $\div$ сумма	$96 \div 8 = 12$
Часть целого	одна доля $\times$ число	36 и 60
Проверка	сумма = целое	$36+60=96$

Таблица напоминает основные шаги решения и показывает их на простом примере с числом 96 и отношением 3:5.

Запомнить нужно три действия: найти сумму коэффициентов, вычислить одну долю и умножить её на каждое число отношения. Проверка подтверждает правильность ответа.

Пример: 96 в отношении 3:5

Связь темы с другими разделами алгебры



Отношения

Пропорциональное деление начинается с отношения чисел. Именно оно задаёт порядок частей и позволяет описать распределение без сравнения «на глаз».



Дроби

Каждую часть можно выразить как дробь от целого. Это помогает понять, почему все части вместе обязательно дают одно целое.



Проценты

Если перевести отношение в проценты, легче увидеть доли целого. Такой способ удобен для наглядного сравнения больших и маленьких частей.



Уравнения

Вместо одной доли можно ввести букву x . Тогда части записываются как $2x$, $3x$, $5x$, а дальше составляется уравнение по сумме.

Итоговый способ решения на одном примере

Сумма коэффициентов

Для числа 84 и отношения 2:5:7 сначала складываем коэффициенты. Получаем 14 долей, значит, можно найти размер одной доли делением всего числа на 14.

1

Запомнить правило

Главная идея задачи в том, что отношение задаёт распределение, сумма коэффициентов показывает число долей, а проверка помогает убедиться, что решение действительно верно.

3



Найти части

Одна доля равна 6, поэтому части составляют 12, 30 и 42. Проверка проста: все три числа в сумме снова дают 84, а порядок соответствует отношению.

2



Пропорциональное деление — это удобно и справедливо

Эта тема учит распределять целое по правилу, а не случайно. Когда понятны отношение, одна доля и проверка, задачи становятся понятными и аккуратными.