

Метрические соотношения в треугольнике

Как связаны стороны, высота и отрезки
гипотенузы





Когда длины можно найти без линейки

Метрические соотношения
помогают вычислять неизвестные
отрезки по уже известным данным.
В прямоугольном треугольнике они
особенно удобны и часто заменяют
прямое измерение.



Элементы прямоугольного треугольника

Гипотенуза

Это сторона, лежащая напротив прямого угла. Она всегда самая длинная в прямоугольном треугольнике и служит основной опорой для всех метрических соотношений.

Высота к гипотенузе

Если провести высоту из прямого угла, треугольник разделится на два меньших. Эта линия становится ключом к появлению новых соотношений между отрезками.

Катеты

Катеты образуют прямой угол. Именно их длины чаще всего нужно найти в задачах, а связь с гипотенузой выражается через специальные формулы.

Отрезки p и q

Высота делит гипотенузу на две части, которые обозначают p и q . Вместе они составляют всю гипотенузу и используются в формулах темы.

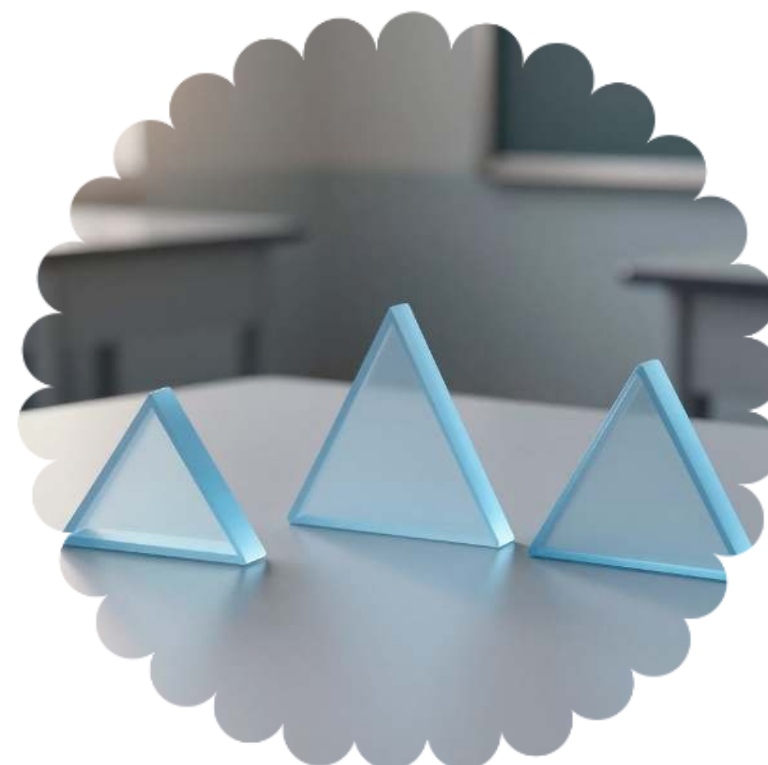


Откуда берутся формулы



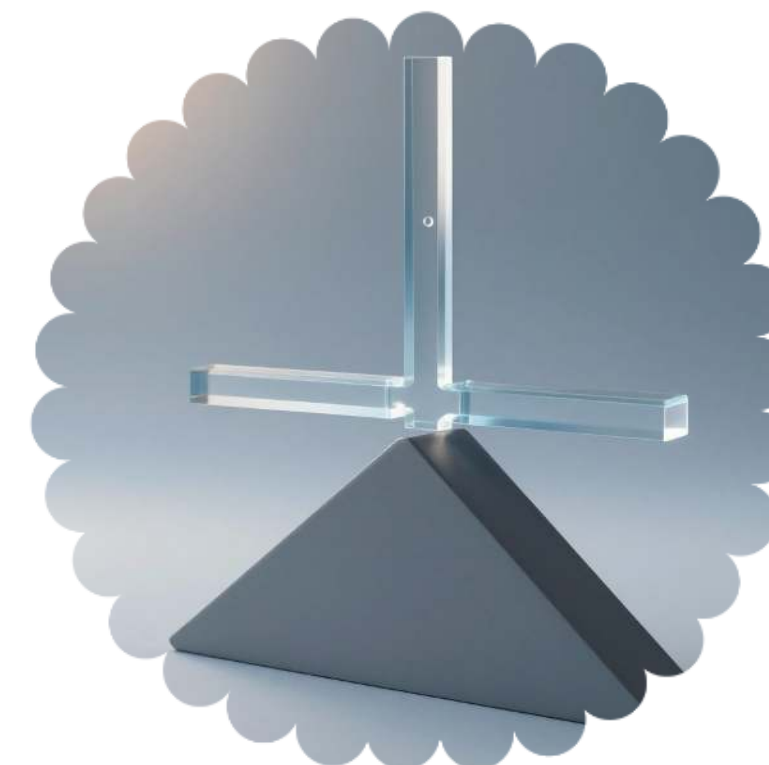
Один треугольник становится тремя

Когда в прямоугольном треугольнике проводят высоту к гипотенузе, появляется три фигуры с одинаковыми углами. Большой треугольник и два маленьких оказываются подобными, поэтому их стороны связаны пропорциями.



Сравнение соответствующих сторон

У подобных треугольников соответствующие стороны изменяются в одном и том же отношении. Из этого получают выражения для катетов, высоты и отрезков гипотенузы. Так геометрия превращается в удобный инструмент вычислений.



Скрытая логика чертежа

На рисунке видно, что одна и та же высота связывает сразу несколько отрезков. Это не случайность, а следствие подобия. Именно поэтому в теме появляются короткие, но очень сильные формулы.

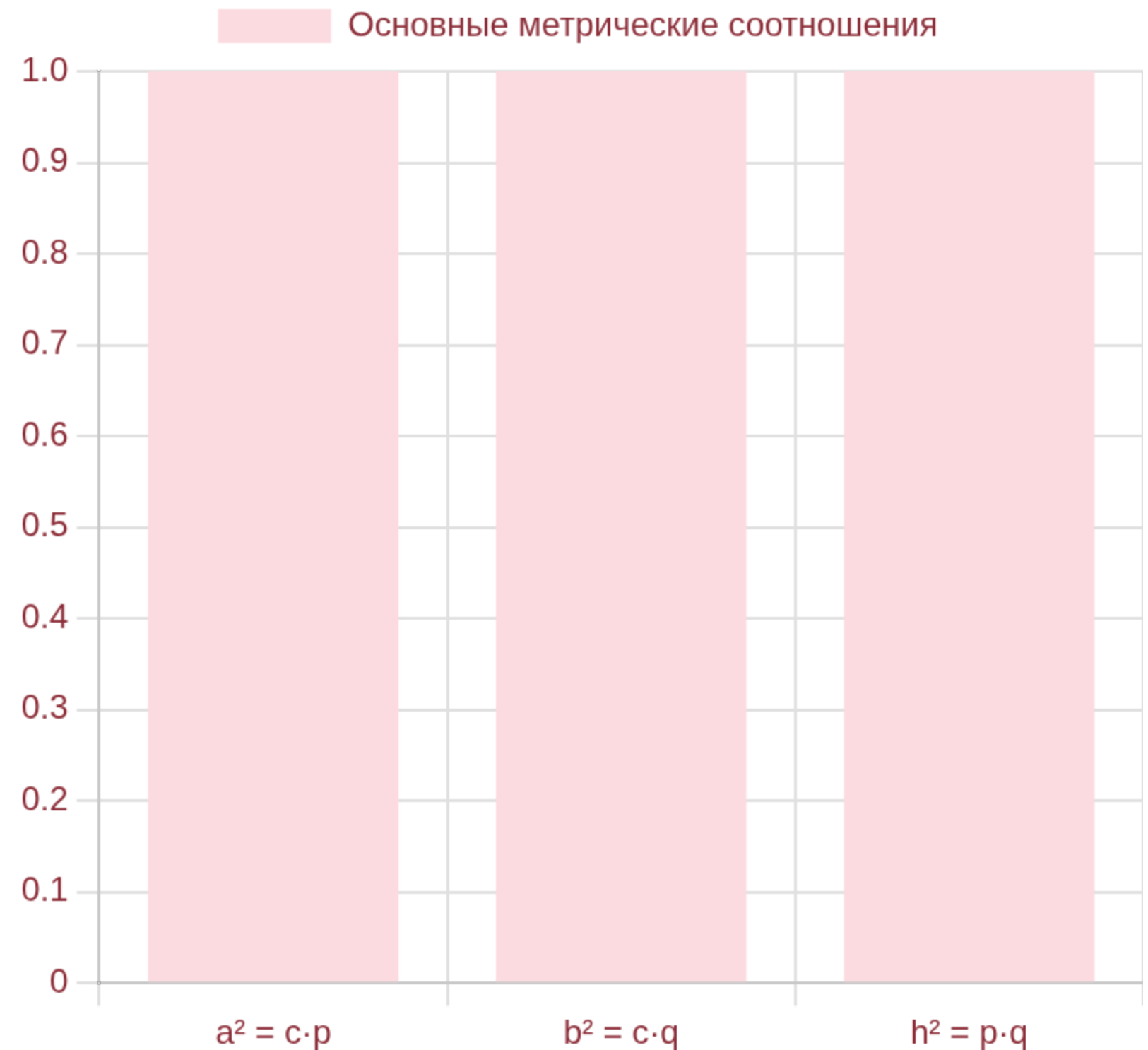
Три главные формулы темы



Все три соотношения описывают один и тот же треугольник, но с разных сторон.

Формулы объединяют катеты, высоту и части гипотенузы в единую систему вычислений.

Школьный курс геометрии, 7 класс





Обозначения и их смысл

Обозначение	Смысл
a	первый катет
c	гипотенуза
p	часть гипотенузы

Эта таблица помогает быстро вспомнить, что означает каждая буква и как связаны все элементы.

Главные вычисления строятся вокруг гипотенузы: её длина равна сумме отрезков p и q .

Школьный курс геометрии, 7 класс



Теорема о катете

1

Что утверждает теорема

Квадрат катета равен произведению гипотенузы на его проекцию. Для одного катета это записывают как $a^2 = c \cdot p$, для другого — как $b^2 = c \cdot q$.

2

Какие данные нужны

Чтобы применить теорему, достаточно знать гипотенузу и соответствующий отрезок гипотенузы. Тогда нужный катет можно найти без дополнительных построений.

3

Почему это удобно

Формула особенно полезна, когда один из катетов неизвестен, а рисунок уже содержит гипотенузу и разбиение на части. Тогда решение получается быстро и аккуратно.

4

Как не перепутать

Важно помнить, что каждому катету соответствует свой отрезок на гипотенузе. Если выбрать не ту проекцию, результат окажется неверным, даже при правильных вычислениях.



Эта формула позволяет найти высоту, если известны обе части гипотенузы, и сразу проверить, верно ли выполнено разбиение.

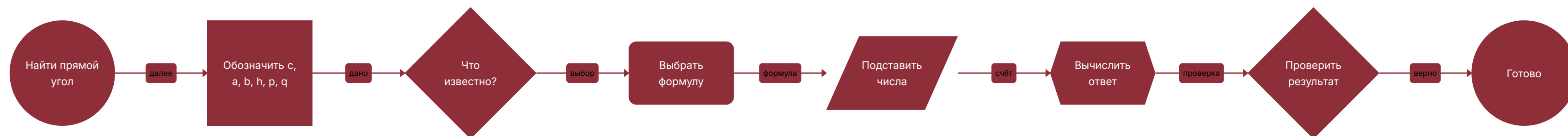
Школьный курс геометрии, 7 класс

$$h^2 = p \cdot q$$

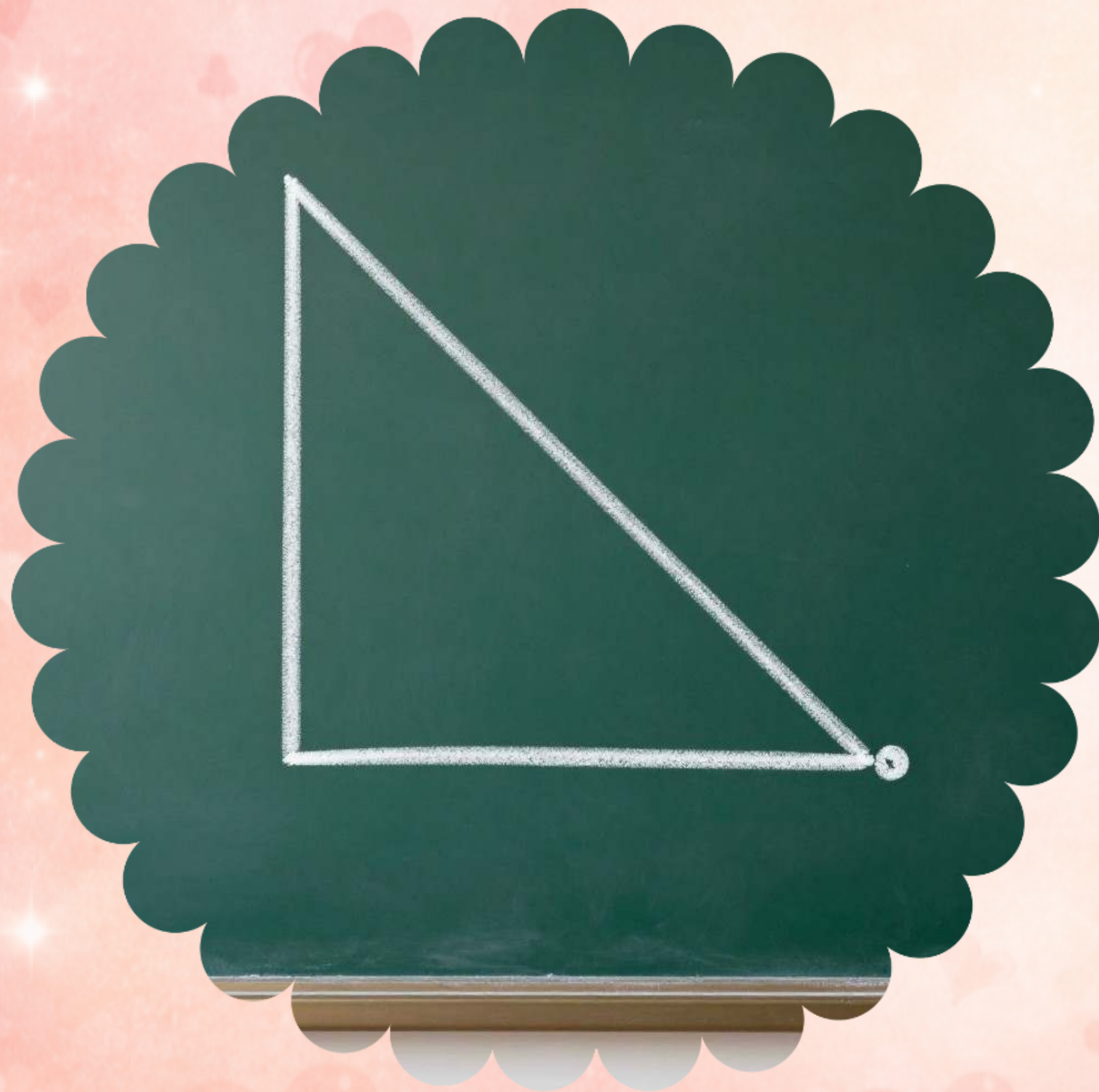
показывает, что высота является средним пропорциональным между двумя отрезками гипотенузы.

Алгоритм решения задач

Последовательность действий при работе с метрическими соотношениями в прямоугольном треугольнике.



Что такое проекция катета



Часть гипотенузы

Проекция катета — это отрезок гипотенузы, который соответствует данному катету после проведения высоты. Он не совпадает с самим катетом, но связан с ним через метрические формулы.



Связь с буквами p и q

В чертеже один катет соответствует отрезку p , а другой — отрезку q . Поэтому при решении задачи важно сначала понять, какой именно катет рассматривается.



Почему это важно

Именно проекции входят в основные формулы темы. Если перепутать их с катетами, можно правильно посчитать, но получить неверный ответ, потому что нарушится сама связь величин.

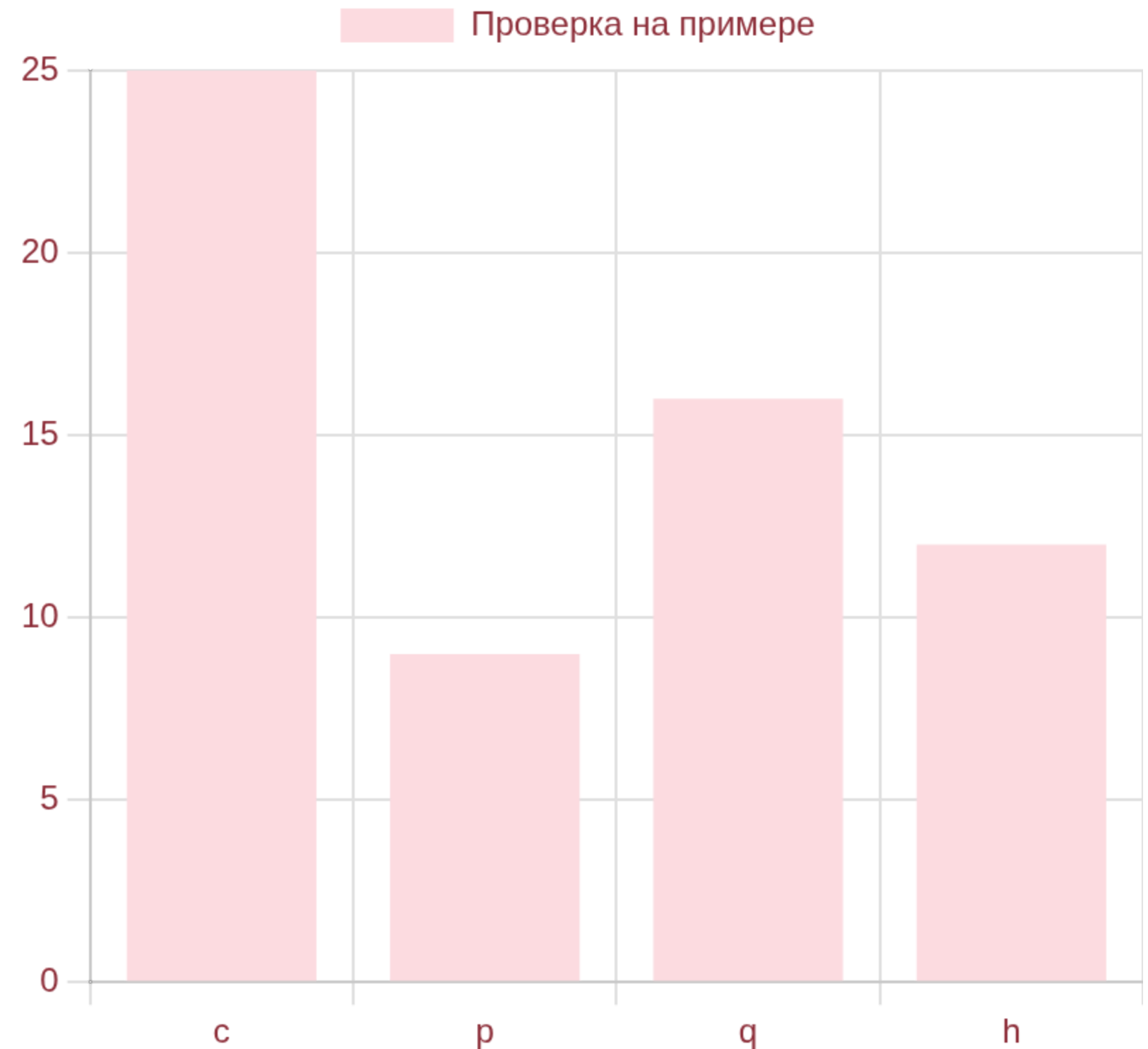
Проверка формул на числовом примере



По этим данным легко увидеть, как значения согласуются между собой и подтверждают правильность разбиения гипотенузы.

Все равенства выполняются одновременно, значит пример подходит для быстрой проверки вычислений и взаимной согласованности формул.

Пример из условия: $c = 25$, $p = 9$, $q = 16$, $h = 12$.



Как находят неизвестную сторону

2. Подбирают подходящее соотношение

Если известны p и q ,
находят высоту.
Если даны c
и проекция,
вычисляют катет.
При двух катетах
сначала используют
теорему Пифагора.

1. Выясняют известные данные

Сначала определяют,
что дано в задаче:
гипотенуза, катеты,
высота или отрезки p
и q . От этого зависит
выбор формулы.

3. Проверяют ответ

После вычислений
сверяют результат
с соотношением $p + q$
 $= c$ и,
при необходимости,
с теоремой Пифагора.
Это помогает
заметить ошибку.

Ещё один пример для проверки

Величина	Значение	Проверка
c	13	$4 + 9$
h	6	$6^2 = 36$
p·q	36	совпадает

Короткая таблица показывает, как значения сторон и отрезков согласуются между собой и подтверждают правильность формул.

Значения подтверждают сразу два правила: сумма отрезков равна гипотенузе, а квадрат высоты равен произведению p и q.

Пример из условия: $c = 13$, $p = 4$, $q = 9$, $h = 6$.

Связь с теоремой Пифагора



Основная опора

Теорема Пифагора связывает три стороны прямоугольного треугольника и даёт начальную формулу для большинства задач на неизвестные длины.



Дополнение к ней

Метрические соотношения уточняют картину: они помогают находить не только стороны, но и высоту, а также отрезки, на которые делится гипотенуза.

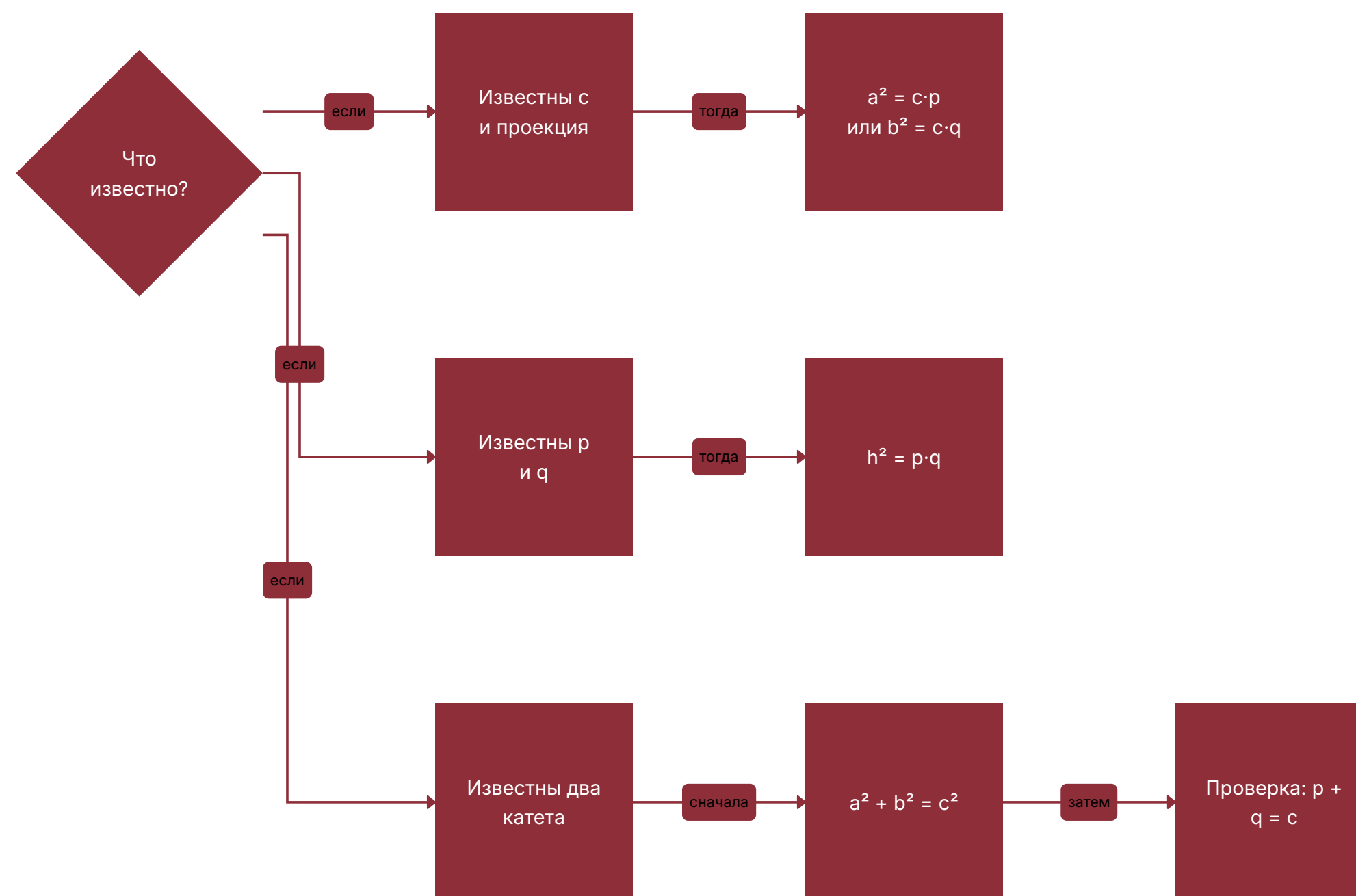


Единая система

Когда известны p и q , катеты, высота и гипотенуза оказываются связаны между собой. Это позволяет проверять вычисления разными способами и получать один согласованный ответ.

Как выбрать нужную формулу

Переходы показывают, какую зависимость использовать в зависимости от известных данных.



Типичные ошибки учеников



1

Путаница в обозначениях

Часто катет принимают за проекцию катета на гипотенузу. Из-за этого подставляют данные не в ту формулу и получают неверный ответ даже при правильных вычислениях.

2

Забывают сложить отрезки

Иногда не проверяют равенство $p + q = c$. Без этой проверки легко заметить, что гипотенуза разбита неверно, и вовремя исправить исходные данные.

3

Неверная степень

Распространённая ошибка — возводить в квадрат не ту величину или, наоборот, забывать извлечь квадратный корень после нахождения произведения. Тогда результат получается в неправильной форме.

4

Выбор формулы без анализа

Некоторые начинают решение, не выяснив, какие величины действительно известны. Сначала нужно определить данные, а затем уже выбирать между теоремой Пифагора и метрическими соотношениями.



Сравнение основных формул

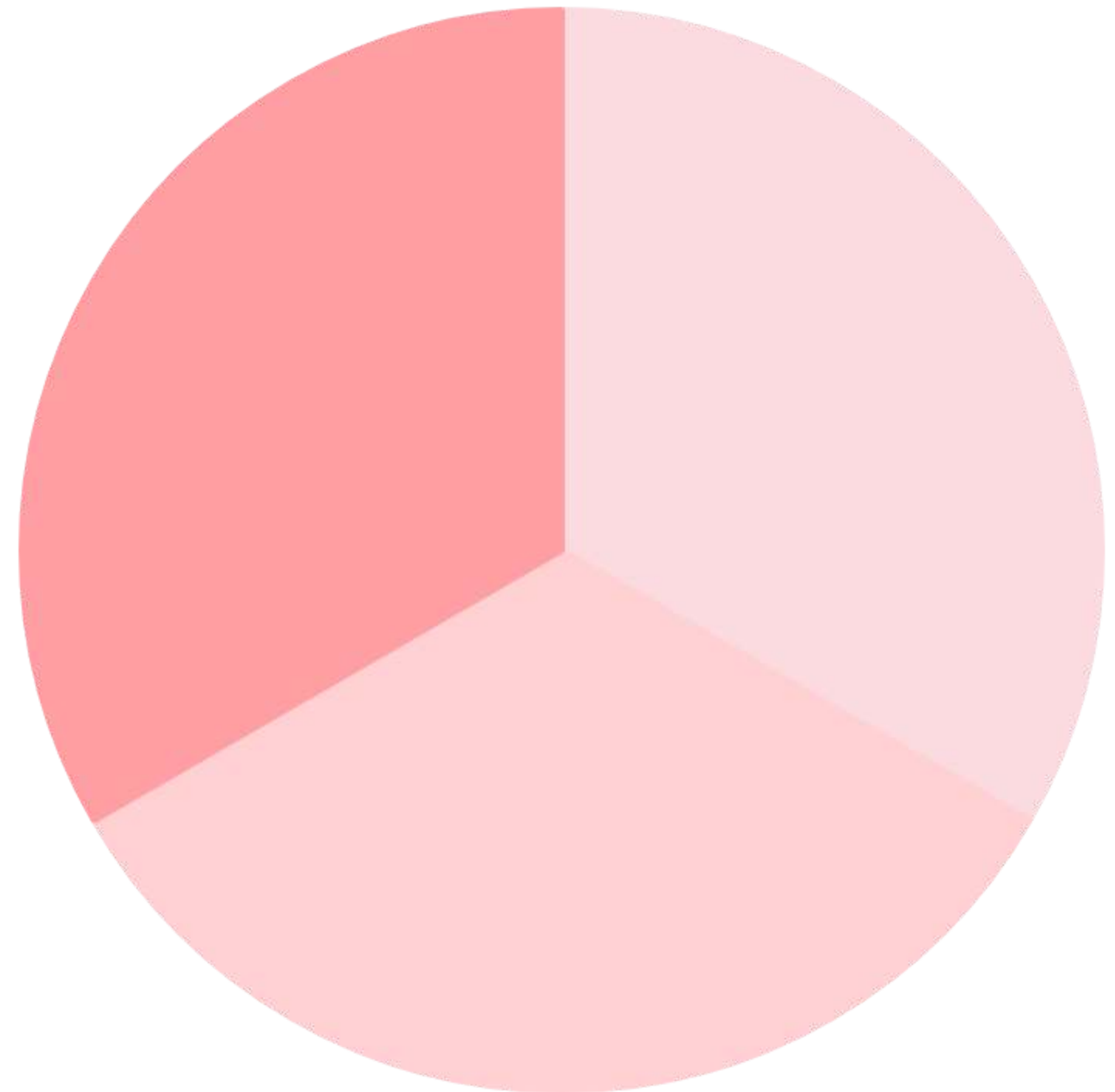


Каждая формула отвечает за свою часть решения: стороны, проекции или высоту. Вместе они закрывают все основные случаи.

Формулы дополняют друг друга и образуют удобный набор для вычислений, проверки и выбора нужного пути решения.

Школьный курс геометрии: метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.

$a^2 + b^2 = c^2$ $a^2 = c \cdot p$ $h^2 = p \cdot q$



Где встречаются такие задачи



Лестница у стены

На чертеже лестница и стена образуют прямоугольный треугольник. Нужно найти длину наклонной части или высоту, на которую она опирается. Такие задачи помогают связать геометрию с привычной бытовой ситуацией.



Крыша дома

Скат крыши тоже можно представить как гипотенузу, а опоры и стены — как катеты. Метрические соотношения позволяют вычислить нужные размеры без прямого измерения на самой конструкции.



Карта и схема местности

На карте часто изображают отрезки под углом, и тогда удобно пользоваться проекциями. Это помогает оценить расстояния, когда путь идёт не по прямой линии, а по наклонному направлению.



Формулы для запоминания

Соотношение	Что находит	Когда использовать
$a^2 = c \cdot p$	катет	известны c и p
$h^2 = p \cdot q$	высоту	известны p и q
$a^2 + b^2 = c^2$	гипотенузу	известны два катета
$p + q = c$	проверку	нужно сверить данные

Эта таблица собирает самые важные соотношения в одном месте и помогает быстро выбрать нужную формулу при решении задачи.

Все формулы относятся к одной фигуре и позволяют не только находить неизвестные величины, но и проверять результат несколькими способами.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.



Главное, что нужно запомнить

Метрические соотношения превращают прямоугольный треугольник в удобную модель для вычислений. Они помогают находить стороны, высоту и отрезки гипотенузы, а также быстро проверять ответ.