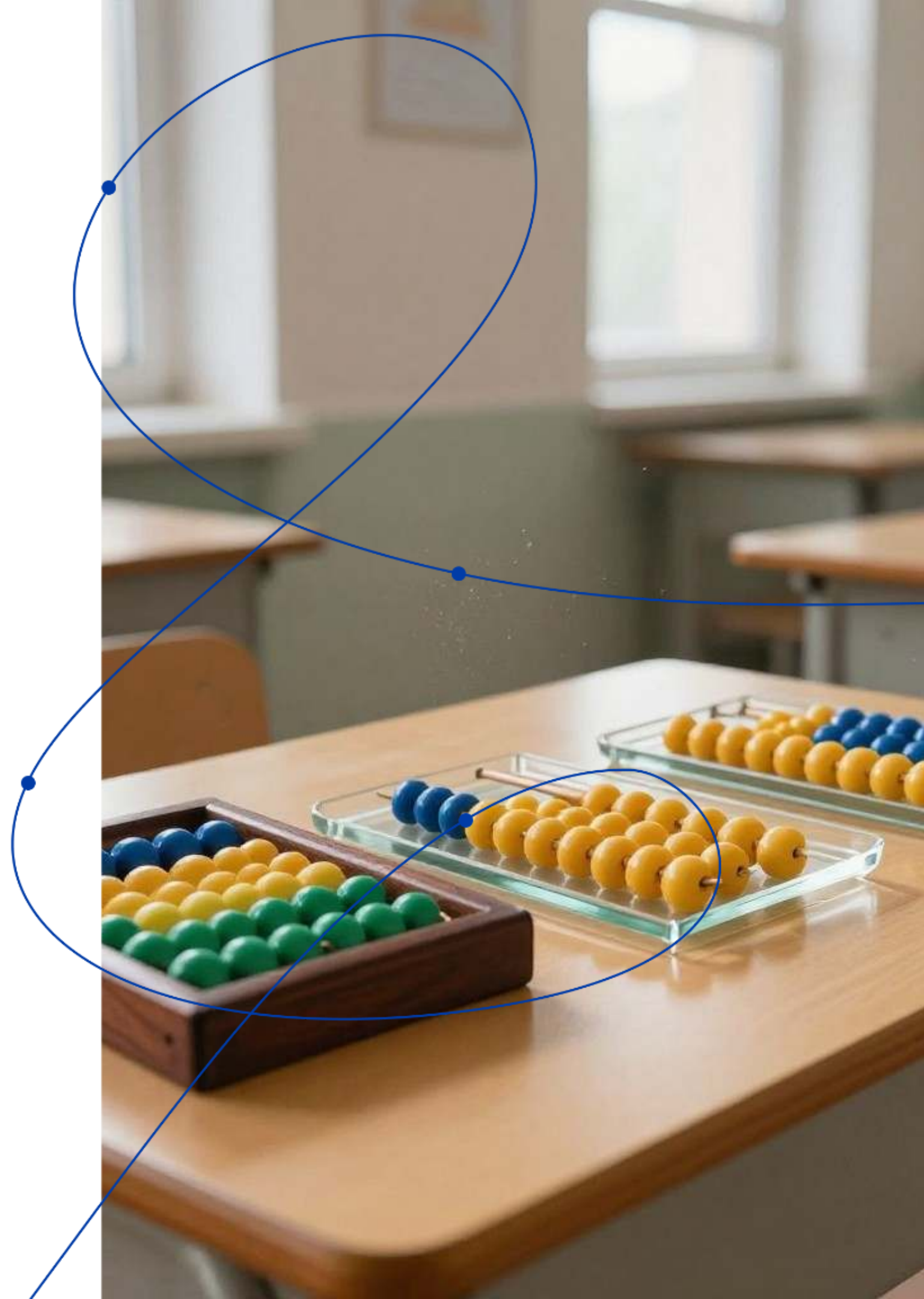


Системы счисления: как записывают числа в математике и в ЖИЗНИ

Числа записывают по-разному: разберём
правила, основания и примеры.



Где мы встречаем разные записи чисел

Обычный счёт ведут в десятичной системе, но в технике, истории и информатике нужны и другие записи. Они помогают короче передавать числа, коды и данные.



Что такое цифра и разряд

Набор цифр и основание

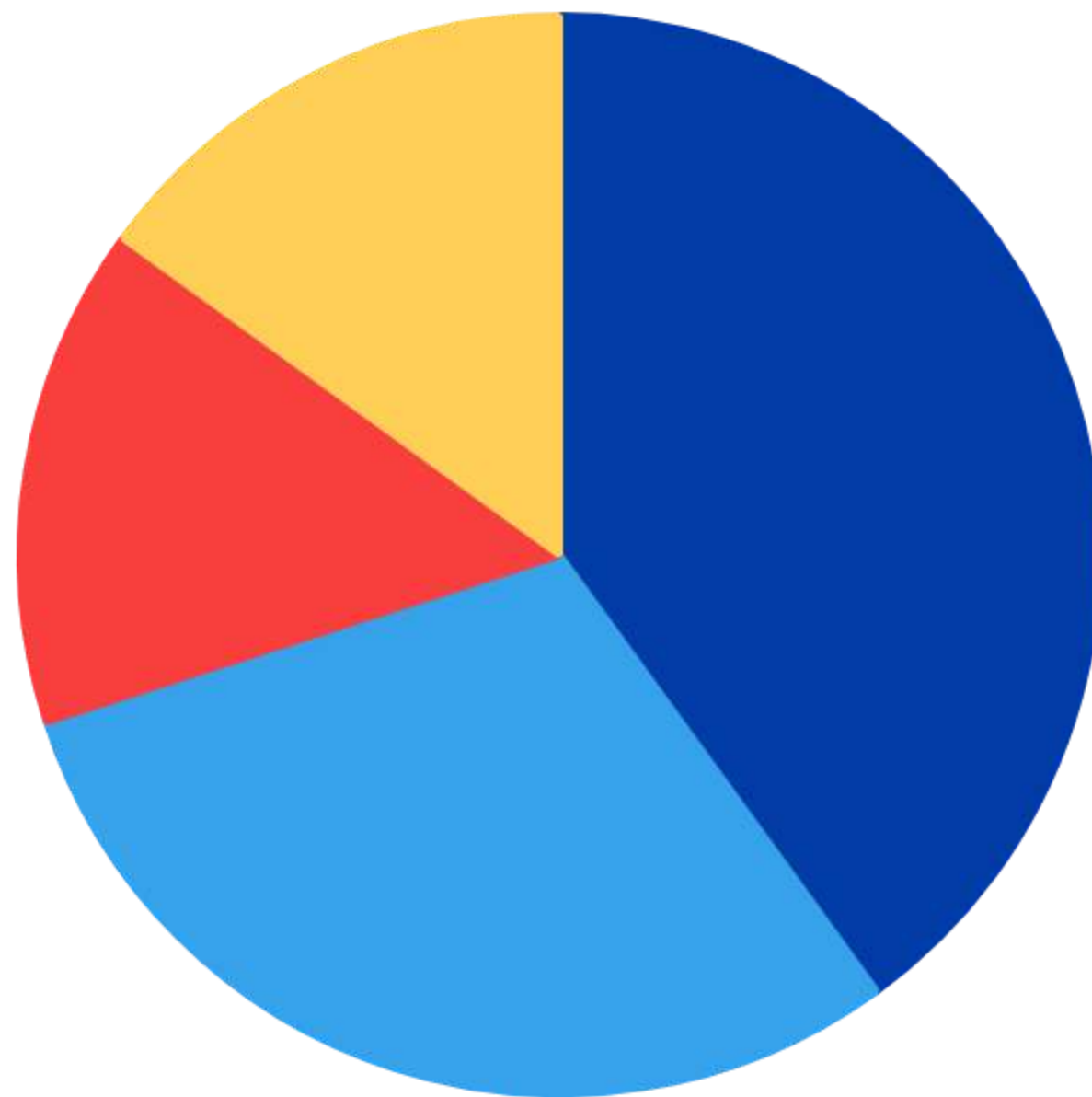
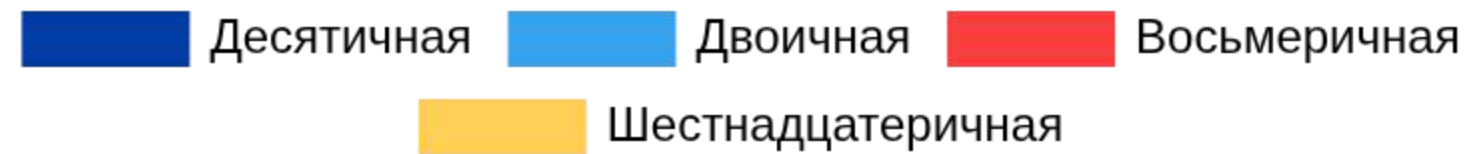
Каждая система счисления использует свой набор символов и своё основание. В десятичной системе это цифры 0–9 и основание 10, а в двоичной — только 0 и 1 при основании 2.

Почему место цифры важно

В позиционной записи значение цифры зависит от её места в числе. В числе 345 тройка обозначает сотни, четвёрка — десятки, а пятёрка — единицы.



Какие системы счисления встречаются чаще всего



Учебная схема по теме урока; данные условные, предназначены для иллюстрации различий между системами счисления.



Разные записи выбирают по задаче: человеку удобнее считать в десятичной системе, а устройствам — работать с двоичными кодами.

Диаграмма показывает, что выбор системы зависит от того, для кого она предназначена: для человека или для техники.

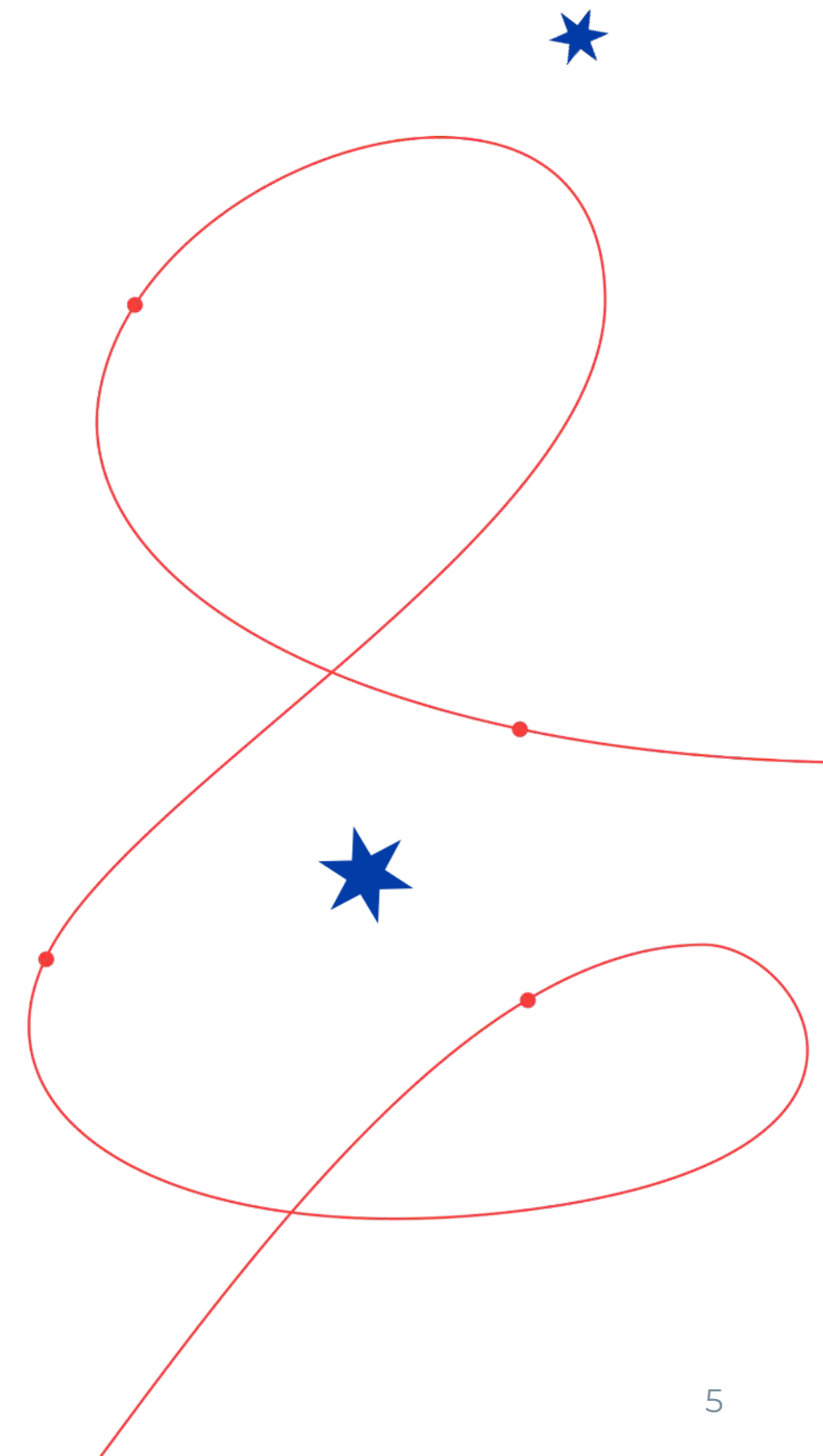


Позиционные системы счисления

В позиционной системе одна и та же цифра может означать разные значения. Всё зависит от её места в записи и от основания системы.

Каждый разряд связан со своей степенью основания: единицы, десятки, сотни и дальше. Поэтому число можно разложить на сумму разрядных слагаемых.

Запись становится короче и удобнее, чем при отдельном обозначении каждого количества. Именно поэтому позиционный принцип используют почти везде в современной математике.



Непозиционные системы счисления



Римская запись

В римской системе числа передаются знаками I, V, X, L, C, D, M. Их значение связано не столько с местом, сколько с самим символом и правилами сочетания.



Значение для культуры

Такие системы важны для истории математики, надписей, дат и традиционных обозначений. Они помогают понимать тексты прошлого и сохраняют связь с культурой.



Неудобство для вычислений

Сложение, сравнение и преобразование длинных записей в непозиционных системах выполнять трудно. Поэтому для точных расчётов и больших чисел они используются редко.



Как перевести двоичное число в десятичное

Последовательность действий на примере числа 1011_2

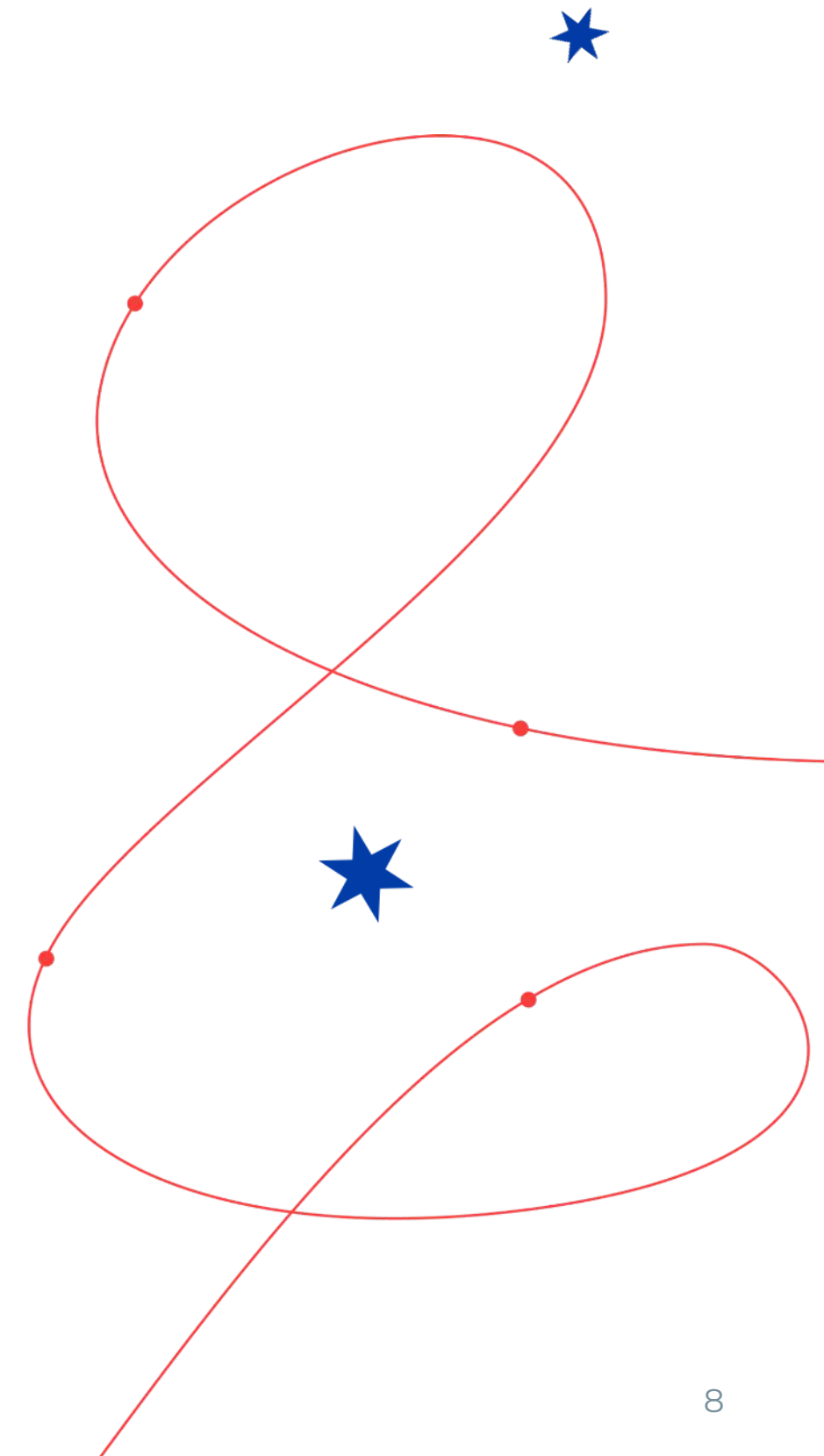
Двоичная система: цифры 0 и 1

В двоичной системе есть только два символа — 0 и 1. Этого достаточно, чтобы описывать любые данные через последовательности двух состояний.

Один бит хранит один двоичный разряд. Восемь битов вместе образуют байт, который часто используют для хранения небольшого объёма информации.

Компьютеру удобно работать именно так, потому что электронным схемам проще различать два устойчивых состояния: есть сигнал или сигнала нет.

Поэтому двоичная запись лежит в основе работы памяти, процессора и многих цифровых устройств, даже если пользователю она часто не видна.



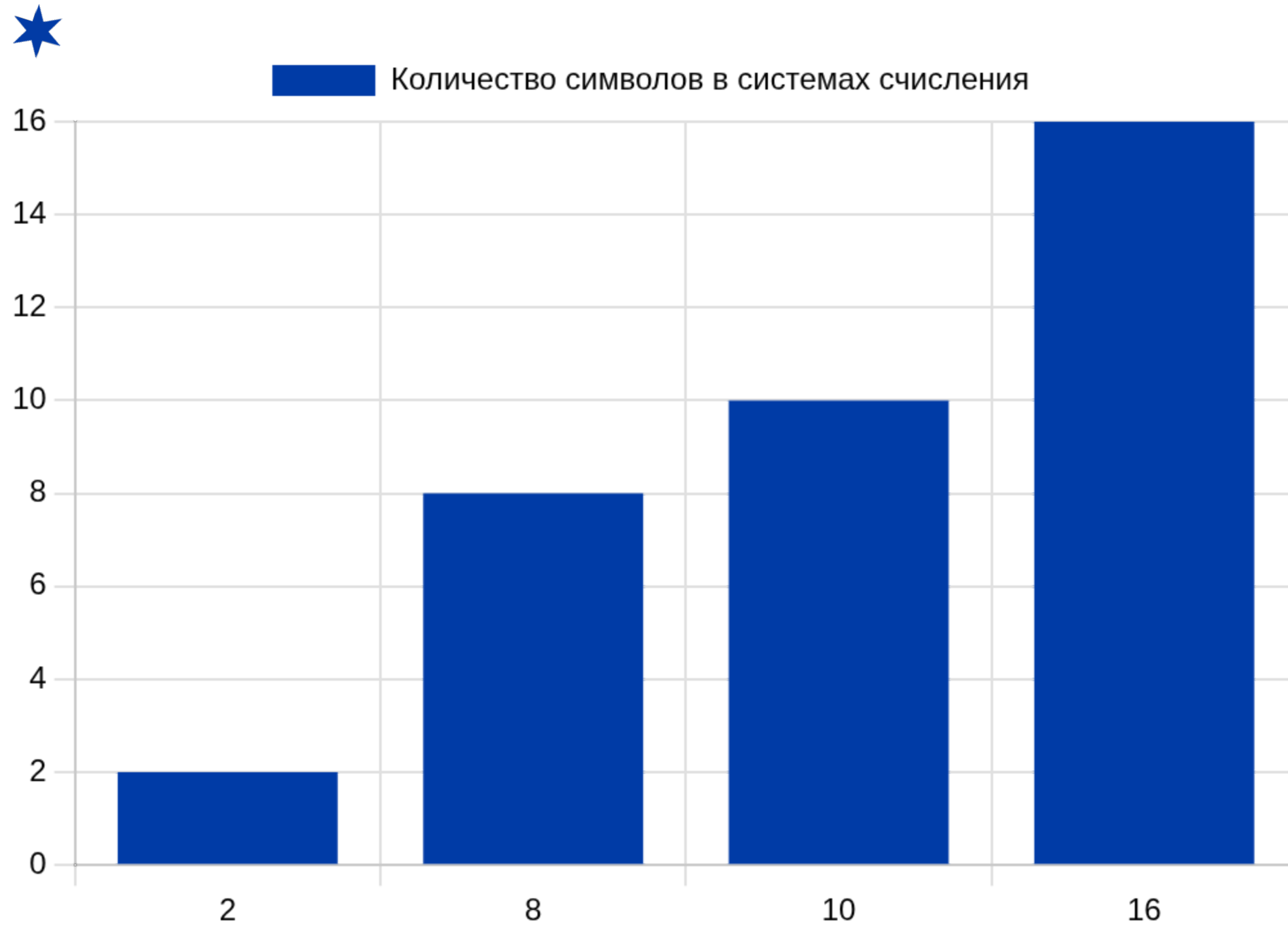
Шестнадцатеричная система в информатике



- Шестнадцатеричная система использует цифры 0–9 и буквы A–F. Она помогает заменить длинные двоичные записи короткими и удобными для чтения обозначениями, например $1111_2 = F_{16}$.
- Такую запись применяют в цветовых кодах, адресах памяти и обозначении байтов. Она особенно полезна там, где важно быстро увидеть структуру числа без длинной цепочки нулей и единиц.



Сравнение оснований 2, 8, 10 и 16



Большое основание даёт больше допустимых символов, поэтому одна запись может быть короче. Но читать её без навыка иногда сложнее.

Чем больше основание, тем компактнее запись числа, однако тем шире набор знаков, который нужно знать.

Учебные данные по теме систем счисления; основание каждой системы равно числу разрешённых символов.

Одно число в разных системах счисления



Таблица показывает, как одно и то же число записывается в десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах.

Запись числа зависит от основания системы: значение остаётся тем же, а внешний вид меняется.

10-ная	2-ная	8-ная	16-ная
10	1010	12	A
15	1111	17	F
31	11111	37	1F



Примеры преобразований между позиционными системами счисления

Перевод из десятичной системы в другую



Шаг 1

Берут целое число в десятичной записи и выбирают основание новой системы, например 2, 8 или 16.

Шаг 2

Число последовательно делят на основание, каждый раз записывая остаток. Деление продолжают до получения нуля.

Шаг 3

Полученные остатки собирают в обратном порядке — снизу вверх. Именно так строится новая запись числа.

Шаг 4

Например, 25_{10} превращается в 11001_2 . Этот способ работает для любой позиционной системы с другим основанием.

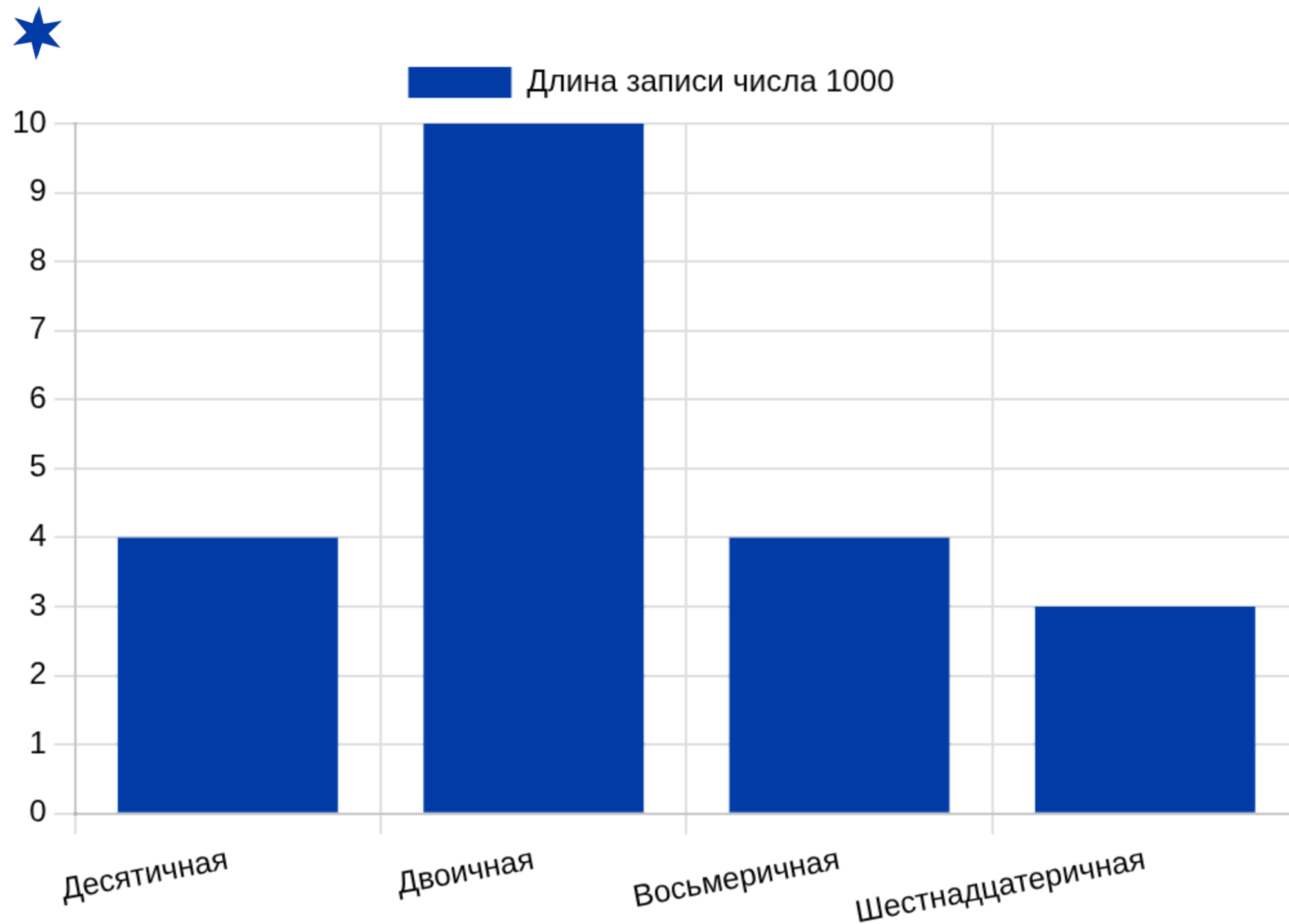


$1000_{10} \rightarrow 111101000_2$

Одно и то же число в двоичной записи требует больше разрядов, потому что основание системы меньше.

Чем меньше основание, тем длиннее запись одного и того же числа. Это особенно заметно при работе с большими значениями.

Длина записи числа 1000 в разных системах



Сравнение помогает увидеть, что компактность записи зависит от основания и влияет на удобство чтения чисел.

Более крупное основание обычно сокращает запись, поэтому шестнадцатеричная и восьмеричная системы удобны рядом с двоичной.

Примеры записи числа 1000 в системах с основаниями 10, 2, 8 и 16

★

Система счисления и цвет на экране



- В компьютерной графике цвет часто задают шестнадцатеричным кодом. Например, #FF0000 обозначает красный цвет, а каждая пара символов показывает яркость одного из трёх каналов: красного, зелёного и синего.
- Такой способ записи удобен для программ и дизайнеров: от 00 до FF можно компактно описать очень много оттенков, не выписывая длинные десятичные значения.



Как связаны двоичная и шестнадцатеричная записи

Преобразование удобно, потому что $16 = 2^4$, значит четыре двоичных разряда соответствуют одной шестнадцатеричной цифре.

Типичные ошибки при записи чисел



Использование цифр, которых нет в системе, — частая ошибка. Например, в двоичной записи допустимы только 0 и 1, поэтому цифра 2 сразу делает запись неверной.



Путают и основание системы с самим числом: запись 1011 без указания основания нельзя понять точно, потому что она может означать разные числа.

Иногда забывают, что одинаковый набор цифр в разных системах имеет разное значение. Поэтому важно всегда указывать основание рядом с записью.

Проверка переводом в десятичную систему помогает заметить ошибку и понять, верно ли прочитано или записано число.



Цифры, которые разрешены в разных системах

Таблица сравнивает наборы цифр в наиболее часто используемых системах счисления и помогает быстро запомнить их различия.

Количество допустимых символов всегда равно основанию системы или связано с ним, поэтому правила записи легко проверить по набору цифр.

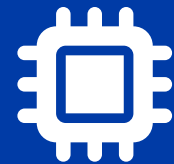
Система	Цифры
Десятичная	0–9
Двоичная	0–1
Восьмеричная	0–7
Шестнадцатеричная	0–9, A–F

Где знания о системах счисления полезны



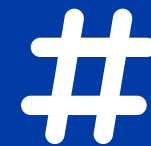
Информатика

Двоичная запись помогает понимать, как компьютер хранит данные, выполняет команды и обрабатывает информацию на уровне памяти и процессора.



Электроника

В электронных схемах два устойчивых состояния удобно описывать через 0 и 1, поэтому двоичная система особенно важна для техники.



Коды и адреса

Шестнадцатеричная запись делает короче коды, адреса памяти и служебные обозначения, поэтому её часто используют в программах и документации.



Повседневные вычисления

Десятичная система остаётся основной для измерений, расчётов и обычных задач, потому что она привычна и удобна для человека.

Системы счисления помогают читать числа по- новому

Системы счисления отличаются основанием, набором цифр и способом записи, но любое число можно представить по-разному. Позиционный принцип делает записи удобными, а перевод между системами — понятным и полезным.

