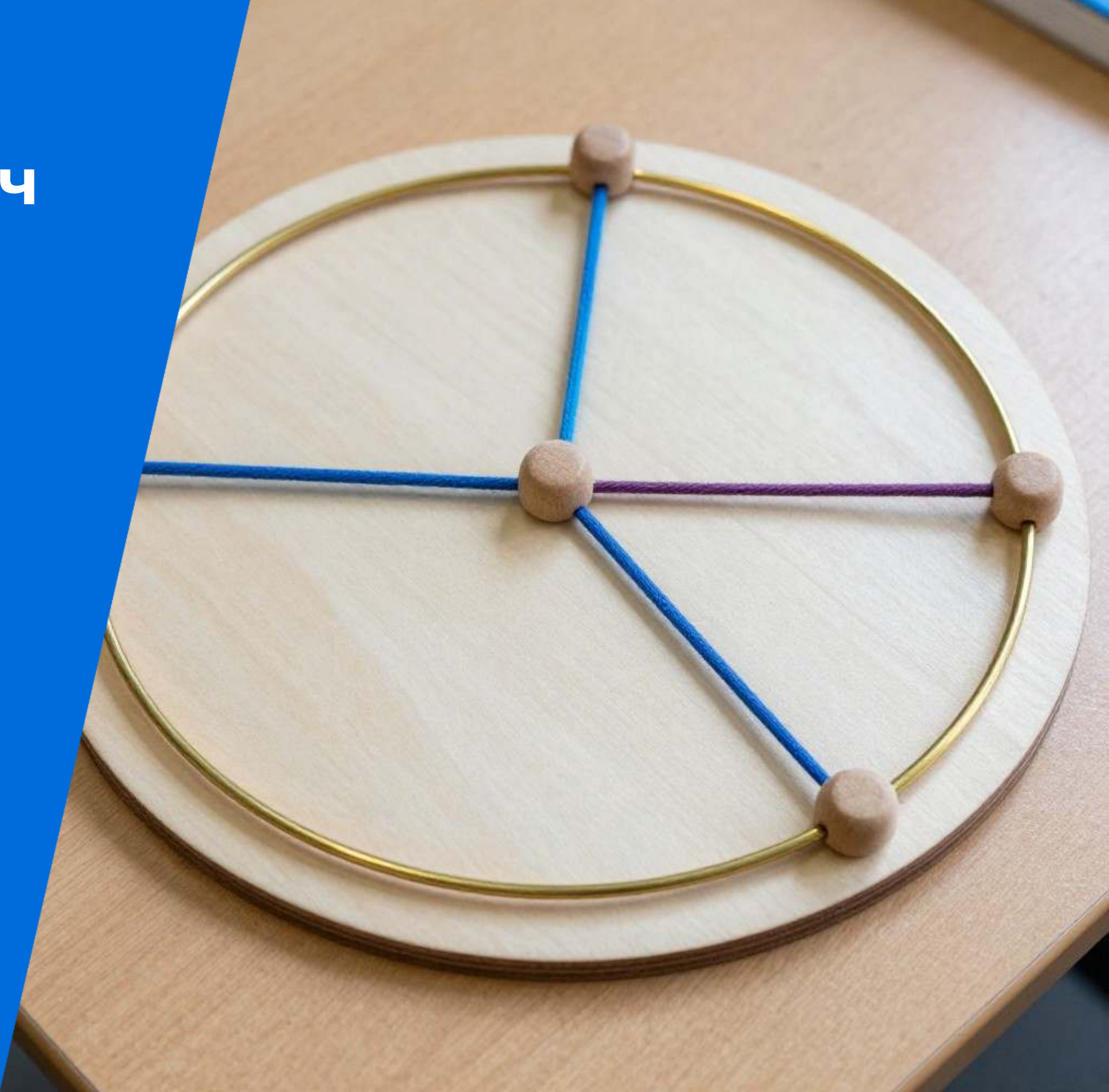


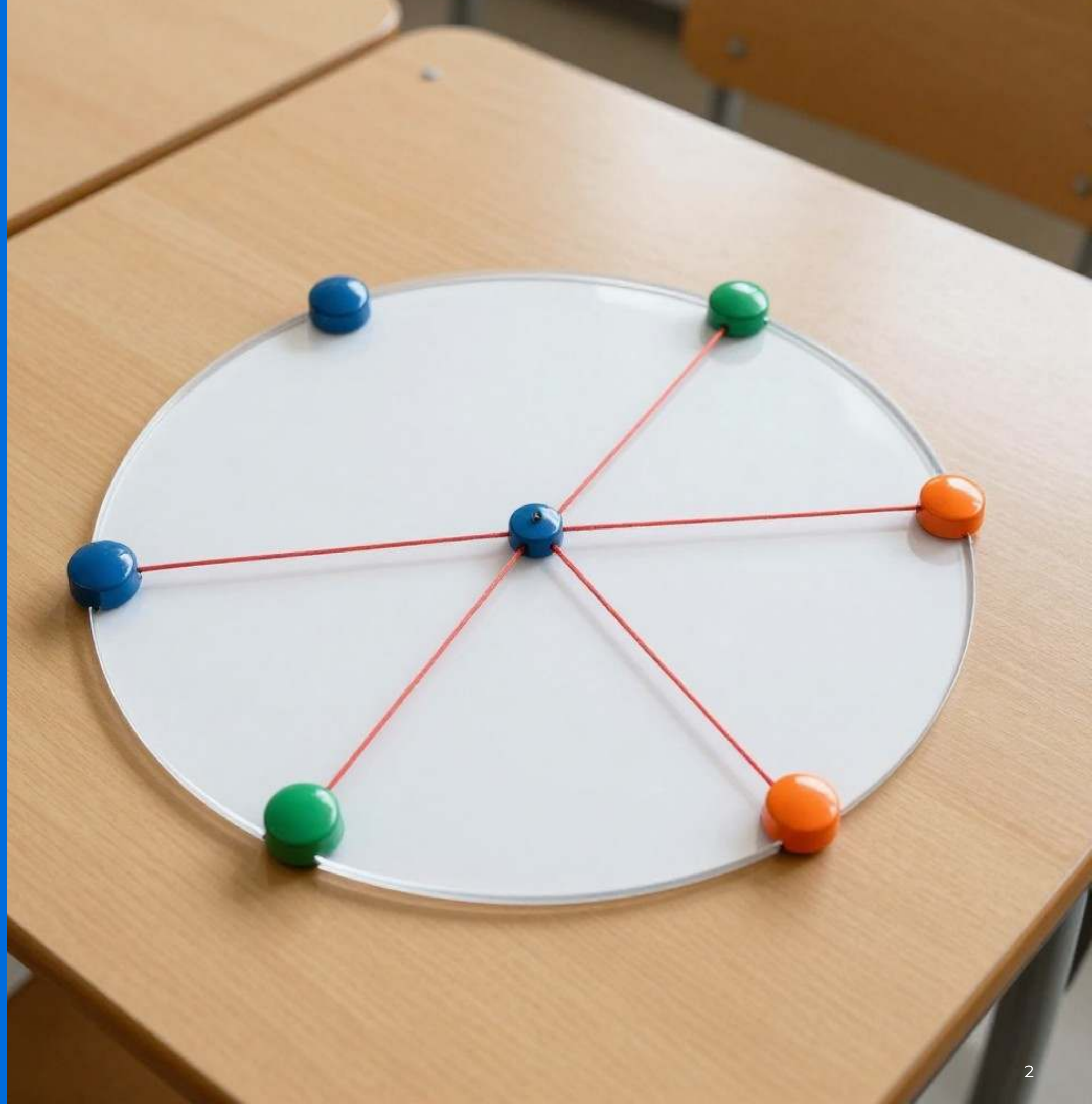
Вписанные углы: ключ к дугам и хордам

Вписанный угол связывает дугу и хорду и помогает находить неизвестные углы без измерений.



Зачем изучать вписанные углы в 7 классе

Тема опирается на окружность, дуги, хорды, диаметр и центральный угол. С её помощью задачи решают аккуратно и точно: не нужен транспортир, когда можно опираться на свойства рисунка и на равные дуги.



Определение вписанного угла

Вписанный угол — это угол, чья вершина лежит на окружности. Его стороны выходят из вершины и пересекают окружность в двух разных точках.

Эти две точки пересечения и задают концы дуги, на которую «смотрит» данный угол. Именно эта дуга определяет величину вписанного угла.

В записи вписанный угол обозначают тремя буквами, например $\angle ABC$: точка B — вершина угла, а точки A и C — на окружности.

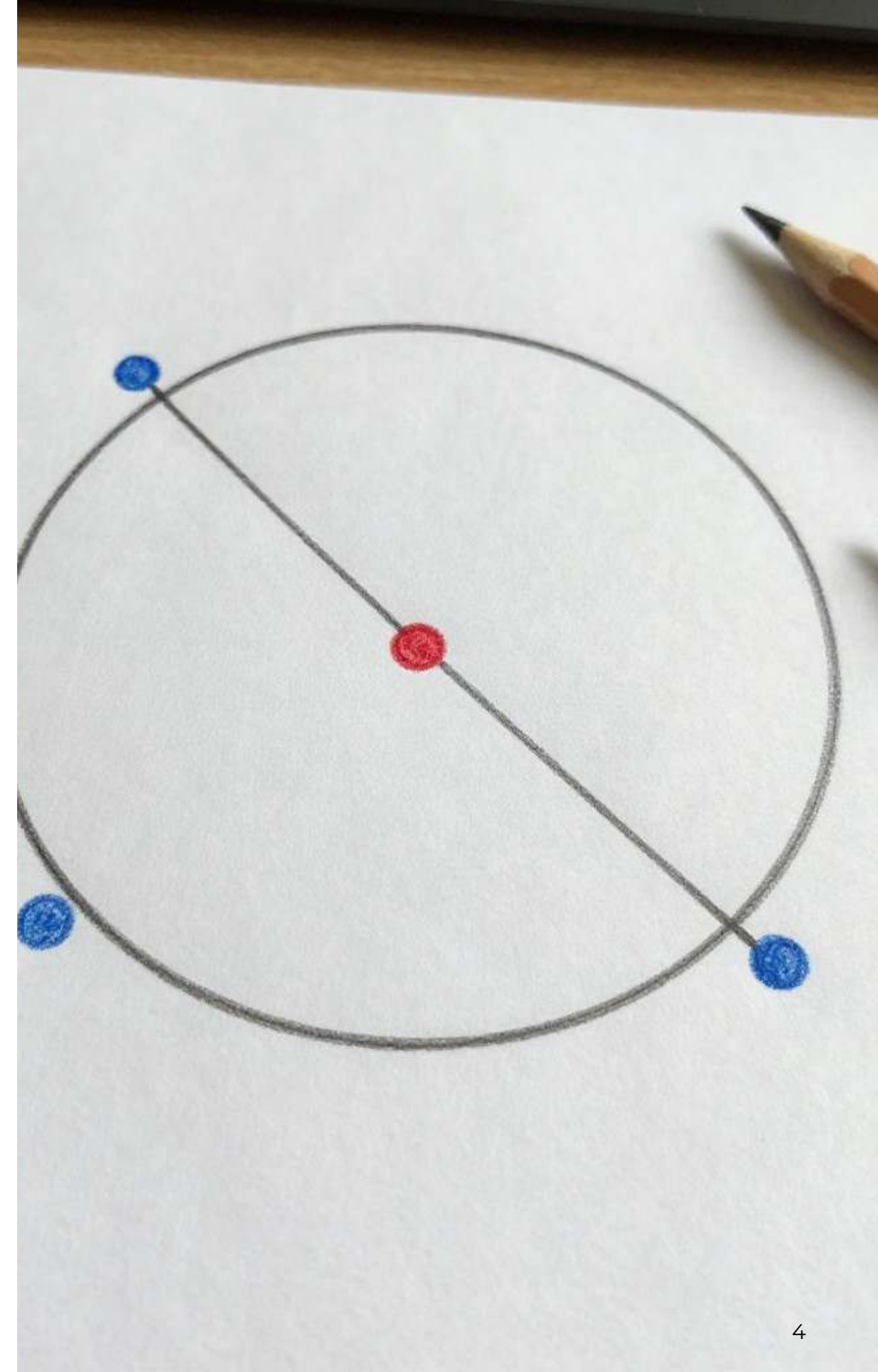
Как выглядит вписанный угол на чертеже

Что обязательно есть на рисунке

На окружности отмечают вершину угла. От неё проводят две прямые (стороны угла), которые пересекают окружность в двух точках и образуют хорды.

Как читают обозначения

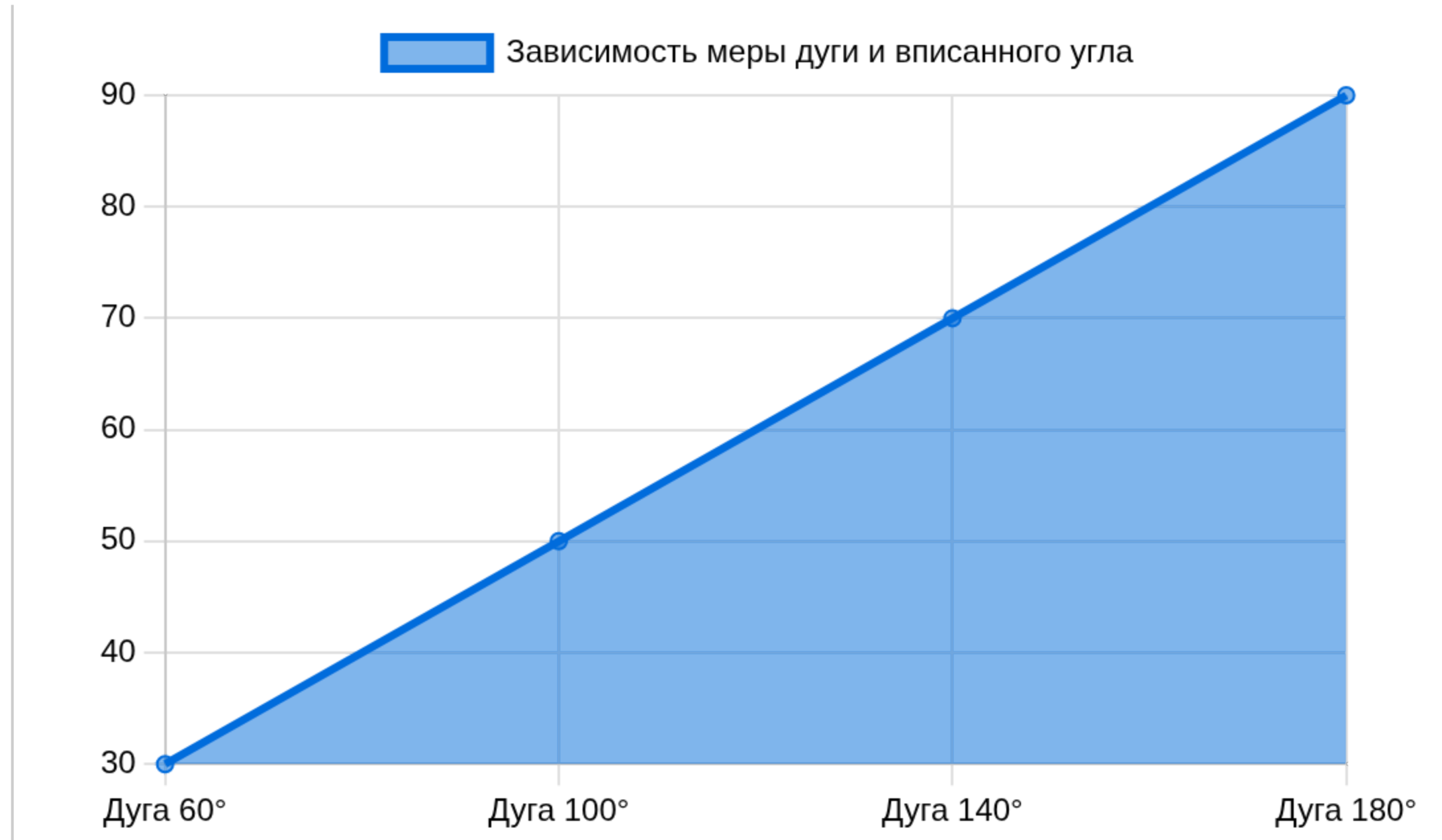
Между этими точками на окружности выделяют дугу, на которую опирается угол. На чертеже обычно подписывают вершину, стороны, дугу и отмечают точки пересечения с окружностью.



Вписанный угол и дуга: зависимость «половина дуги»

Линия на графике идёт ровно так, будто «делит» дугу на 2: угол растёт вместе с дугой.

Из точек видно: вписанный угол всегда равен половине соответствующей ему дуги, поэтому вычисления можно делать без измерений.



Примеры соотношений: $(60^\circ, 30^\circ)$, $(100^\circ, 50^\circ)$, $(140^\circ, 70^\circ)$, $(180^\circ, 90^\circ)$.

Это правило работает во всех задачах темы и позволяет быстро находить углы, опираясь на дуги, указанные в рисунке или условии.

Свойство вписанного угла из школьного курса геометрии 7 класса.

2

**Величина вписанного
угла в два раза меньше
величины дуги, на
которую он опирается.**

Примеры дуг и соответствующих вписанных углов

Дуга	Вписанный угол
80°	40°
90°	45°
120°	60°
180°	90°

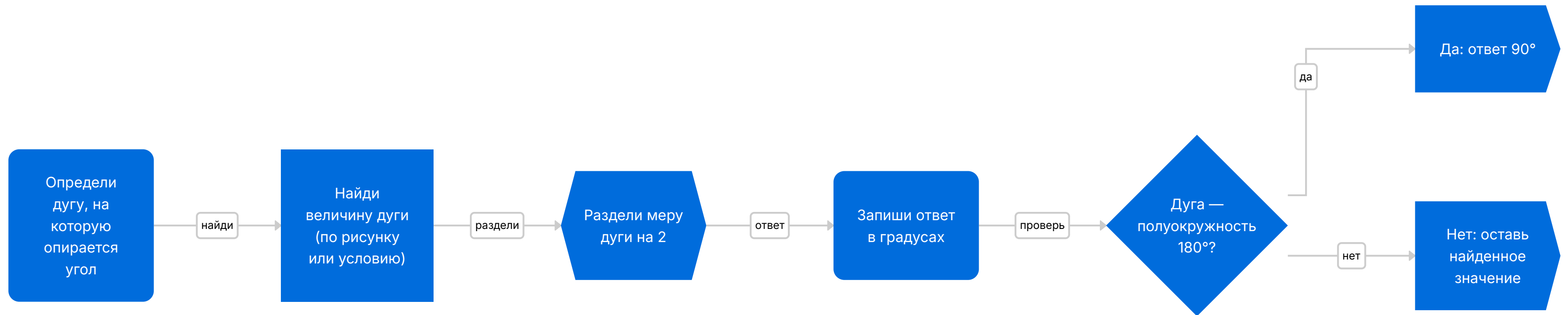
Сравните: каждому значению дуги соответствует вписанный угол, вдвое меньший по мере.

При увеличении дуги увеличивается и вписанный угол, но он всегда остаётся ровно в два раза меньше дуги.

Учебные соотношения для вписанного угла (величина = половина дуги).

Алгоритм нахождения вписанного угла

Порядок действий основан на свойстве: мера вписанного угла равна половине меры дуги.



Углы, опирающиеся на одну и ту же дугу

Если два вписанных угла опираются на одну и ту же дугу, то их меры равны. Это верно даже тогда, когда вершины углов находятся в разных точках окружности.

Свойство помогает находить неизвестный угол по уже известному: достаточно убедиться, что дуга у обоих углов одна и та же.

В задачах часто отмечают несколько точек на окружности и несколько углов. Главное — сравнить именно опирающиеся дуги, а не «похожие» по виду углы.

Набросок идеи: два равных вписанных угла

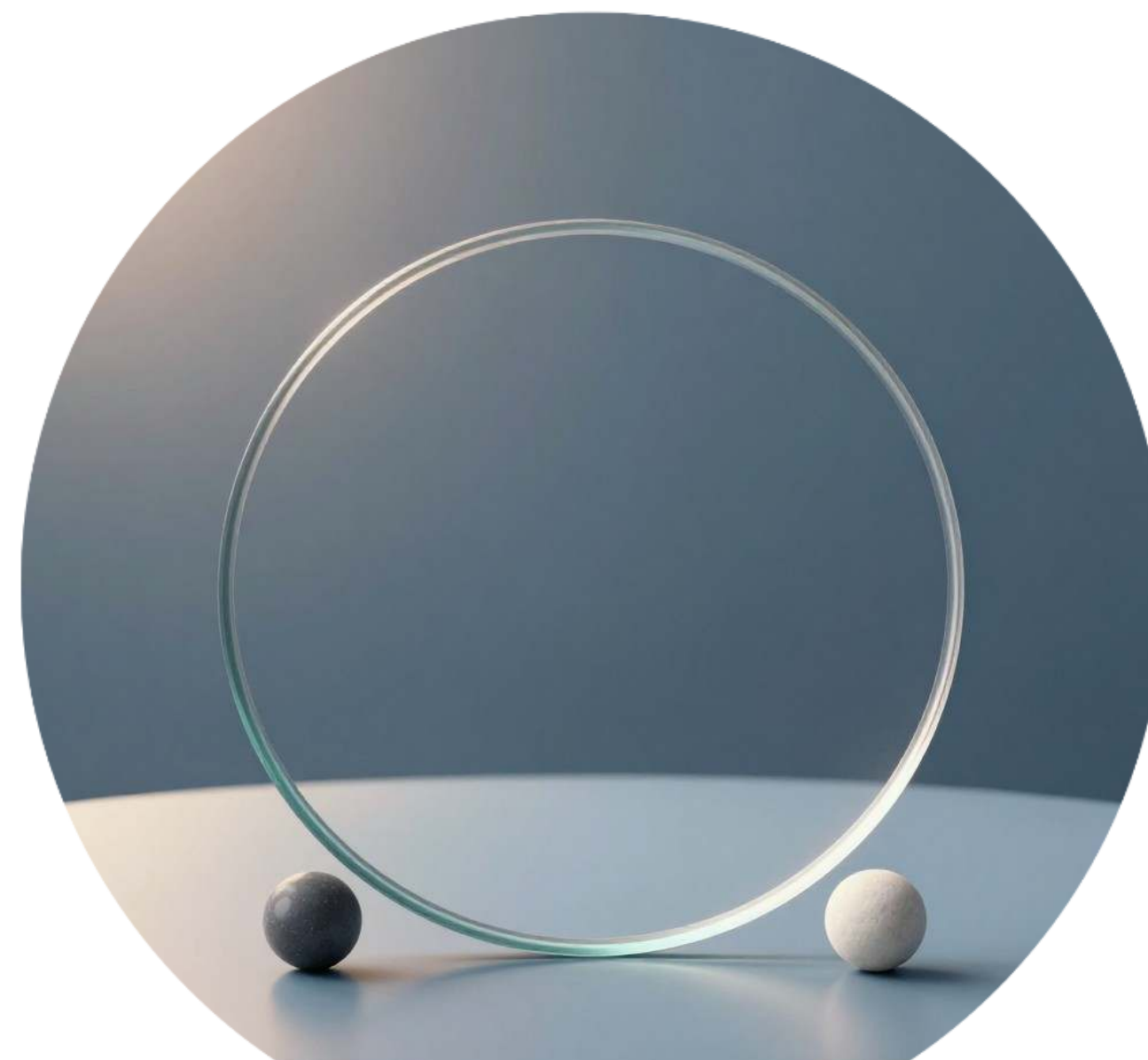
Одна дуга — два одинаковых угла

На рисунке две вершины углов стоят на окружности, а их стороны образуют один и тот же дуговой участок АВ. Отметки показывают, что оба угла смотрят на одинаковую дугу. Поэтому при $\angle 1 = 35^\circ$ получаем $\angle 2 = 35^\circ$.



Равенство зависит от дуги, а не от места вершины

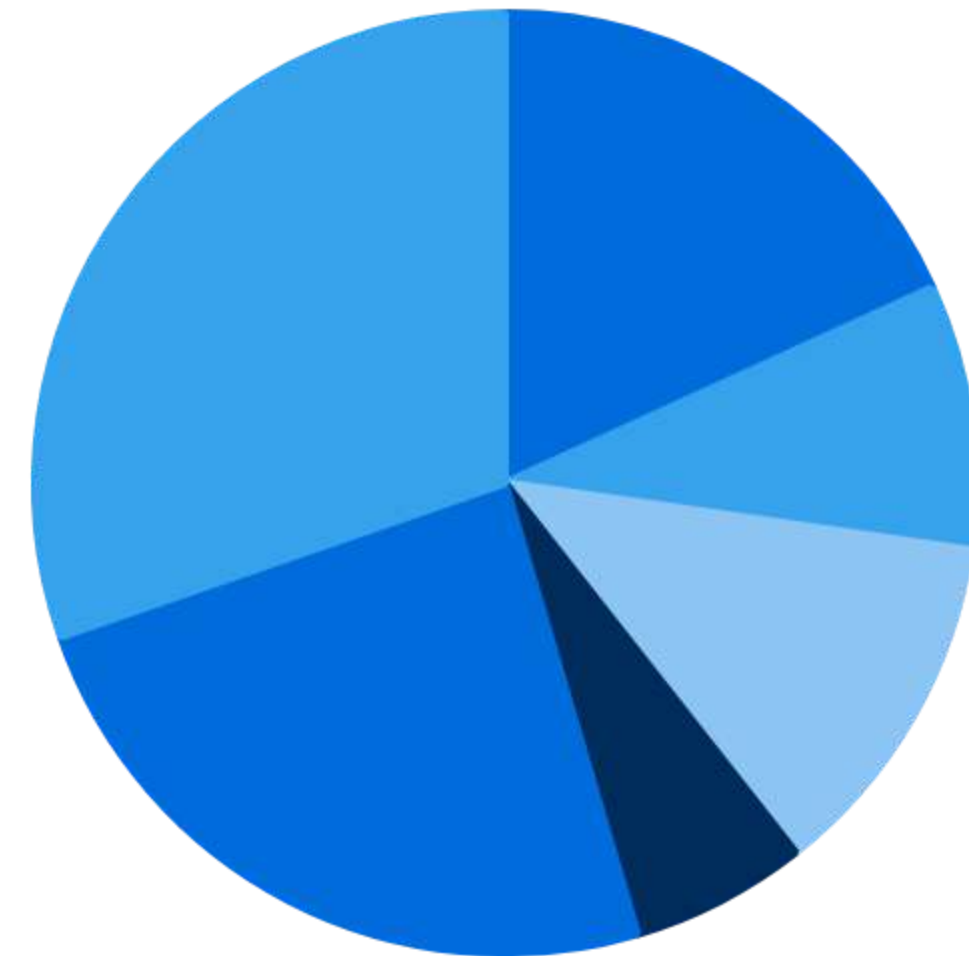
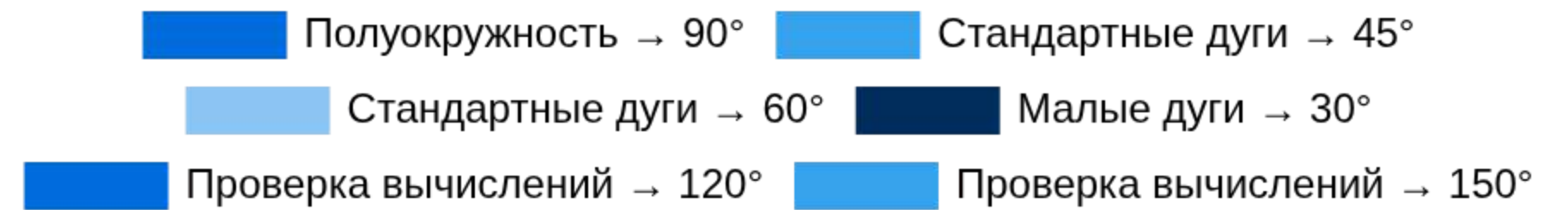
Представьте: вершины углов расположены по окружности по-разному, но дуга АВ у них общая. Тогда величина угла определяется мерой дуги АВ. Именно она делает углы равными, а положение вершин роли не играет.



Типичные ответы в задачах на вписанные углы

Чем «круглее» дуга, тем проще вычисления: деление на 2 сразу даёт знакомые углы для устного счёта и быстрой проверки ответа.

Диаграмма показывает, что большинство решений опирается на пары «дуга → половина»: такие значения встречаются чаще и меньше всего требуют ошибок при делении.



Связь вписанного угла с центральным углом

Центральный угол имеет вершину в центре окружности и измеряется величиной дуги, на которую он опирается: $\angle AOB = \text{дуга } AB$.

Вписанный угол, опирающийся на ту же дугу AB , всегда в два раза меньше центрального, поэтому $\angle ACB = \text{дуга } AB / 2$.

Например, если дуга AB даёт центральный угол 100° , то любой вписанный угол, опирающийся на эту же дугу, будет равен 50° .

Центральный и вписанный углы на одной дуге

Дуга	Центральный угол	Вписанный угол
60°	60°	30°
90°	90°	45°
120°	120°	60°
180°	180°	90°

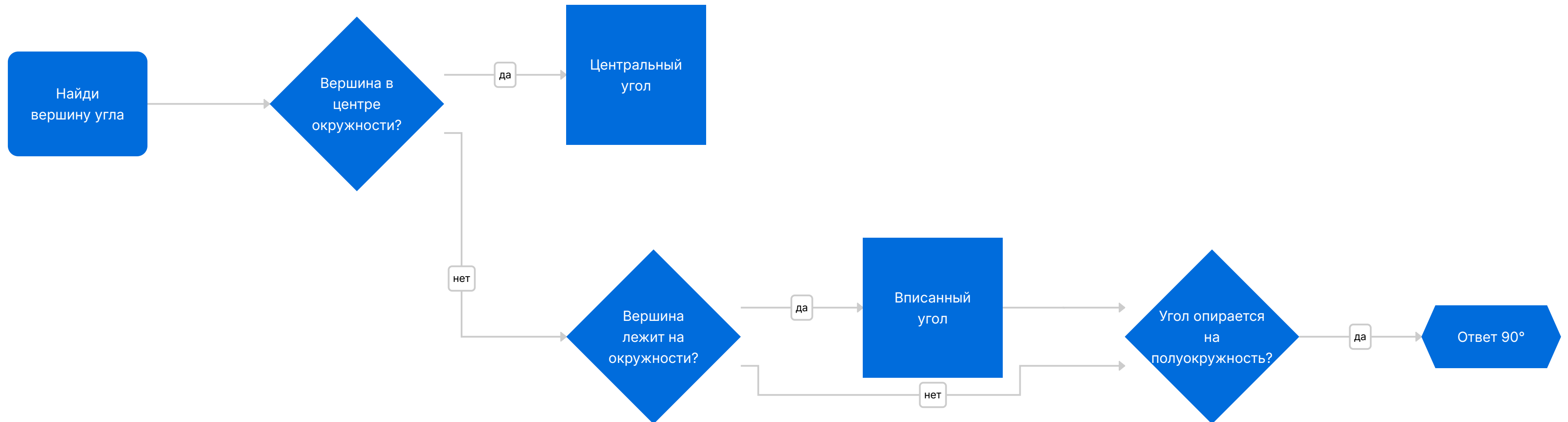
Теоретическое правило связи дуги и углов для окружности
(свойство вписанного угла)

Для одной и той же дуги центральный угол равен дуге, а вписанный — половине дуги. Это удобно использовать без транспортирующей проверки.

Таблица подтверждает: центральный угол масштабирует дугу напрямую, а вписанный — ровно в два раза меньше, включая случай полуокружности.

Как различать центральный и вписанный угол

Алгоритм определения вида угла по расположению вершины и по сторонам, проходящим через точки окружности.



Типичные ошибки при работе с вписанными углами

Частая ошибка — принять вписанный угол за величину дуги. На самом деле вписанный угол равен половине дуги, поэтому нужно делить, а не приравнивать.

Другая проблема — забывать геометрическое условие: вершина угла обязана лежать на окружности. Если это не так, правило для вписанного угла не применяют.

При вычислениях легко перепутать меньшую и большую дуги между теми же концами. От выбранной дуги зависит ответ, поэтому дугу следует выделять осознанно.

Ещё одна важная ловушка связана с диаметром: если стороны угла проходят через концы диаметра, то опирающаяся дуга равна 180° , а угол всегда прямой.

Вписанный угол, опирающийся на диаметр

Диаметр превращает угол в 90°

Представь, что две стороны угла «смотрят» на концы диаметра. Между этими концами дуга — полуокружность, то есть 180° . Поэтому вписанный угол становится прямым и равным 90° .

Прямая линия и дуга-половина

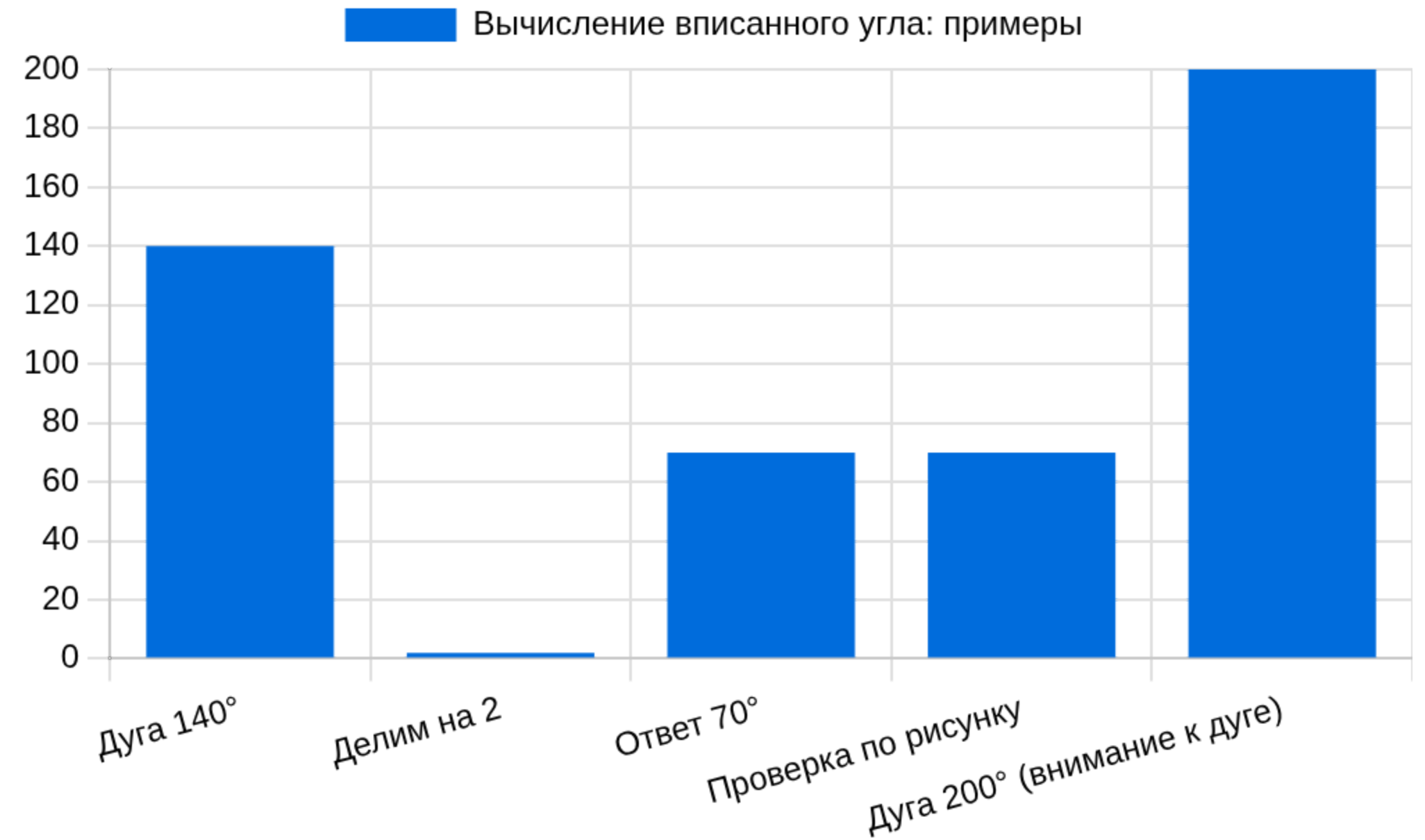
На рисунке легко узнать диаметр: это хорда, проходящая через центр окружности. Если вершина вписанного угла находится на окружности, а стороны идут к концам этой прямой, то срабатывает правило $180^\circ \rightarrow 90^\circ$.



Пошаговый разбор задачи на вычисление угла

Для дуги 140° деление на 2 даёт 70° . Во втором примере дуга 200° требует выбрать именно ту дугу, на которую опирается угол.

Столбцы подчёркивают: вычисление сводится к одному действию — делению дуги на 2, а главная ошибка — неверно выбранная дуга.



Где используется свойство вписанных углов



Задачи на окружность

Свойство помогает находить неизвестные углы, когда даны точки на окружности и требуется связать угол с дугой без измерений транспортиром.



Чертежи и построения

При построениях можно заранее вычислять углы по дугам, например при построении равных углов или проверке правильности рисунка в тетради.



Геометрические модели

В чертежах с хордой и диаметром правило упрощает вычисления, особенно когда фигура содержит несколько вписанных углов и одна дуга повторяется.



Четырёхугольники в окружности

Во многих задачах с четырёхугольником, вписанным в окружность, углы выражают через дуги, а значит — через известные части окружности.

Краткая памятка по теме

Ситуация	Дуга	Вписанный угол	Итог
Опорный случай	120°	60°	Дуга/2
Полуокружность	180°	90°	Прямой угол
Одна дуга	—	—	Вписанные равны

Три опорных случая: полуокружность даёт прямой угол, дуга 120° даёт 60°, а при одинаковой дуге вписанные углы равны. Действуйте по порядку.

Памятка помогает быстро выбрать правило: сначала определить дугу, затем разделить её величину на 2 и, при необходимости, сравнить углы на одной дуге.

Главный итог: дуга управляет углом

Вписанный угол имеет вершину на окружности и равен половине дуги, на которую он опирается. Равные дуги дают равные вписанные углы, а связь с центральным углом упрощает вычисления.