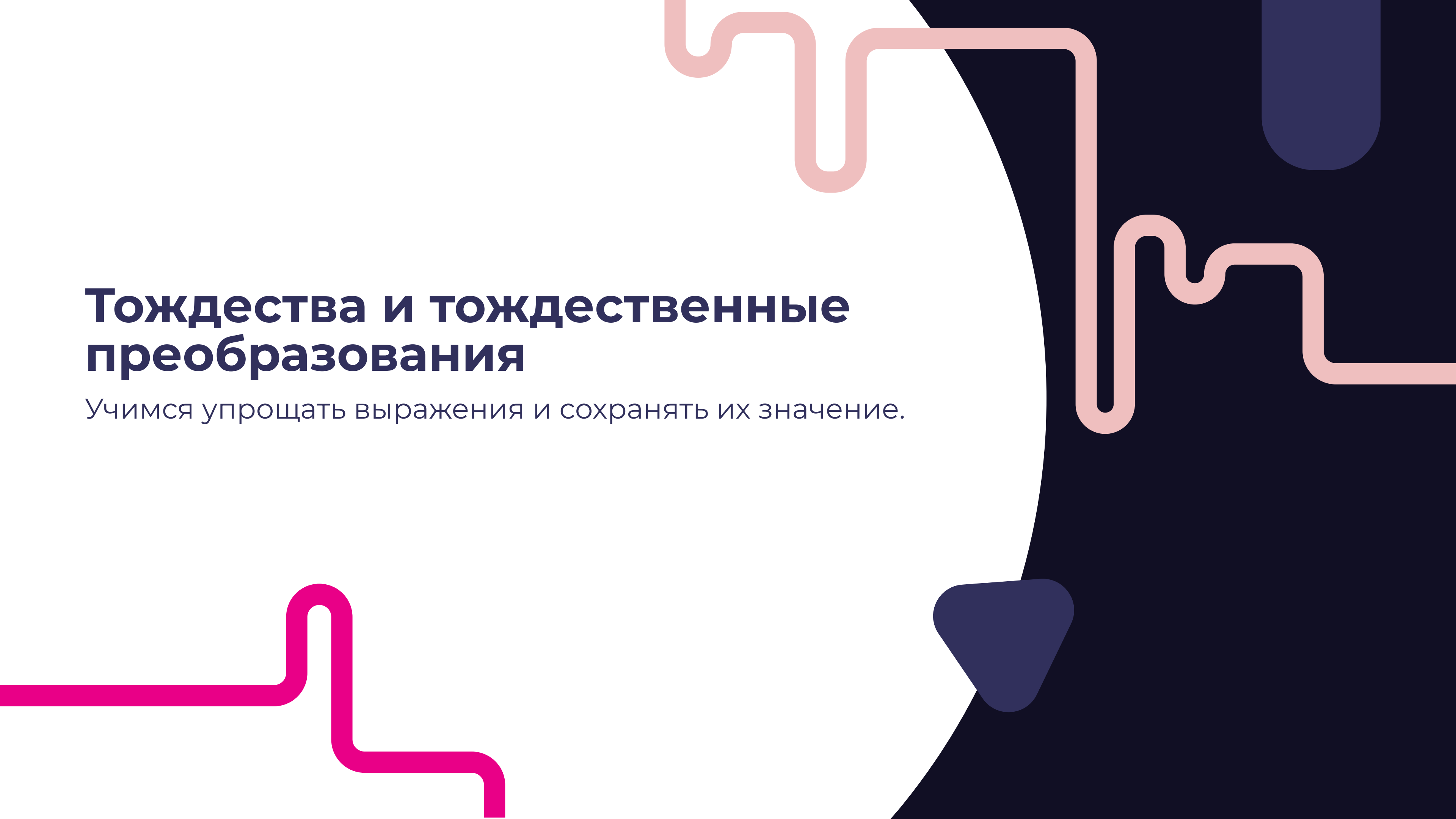
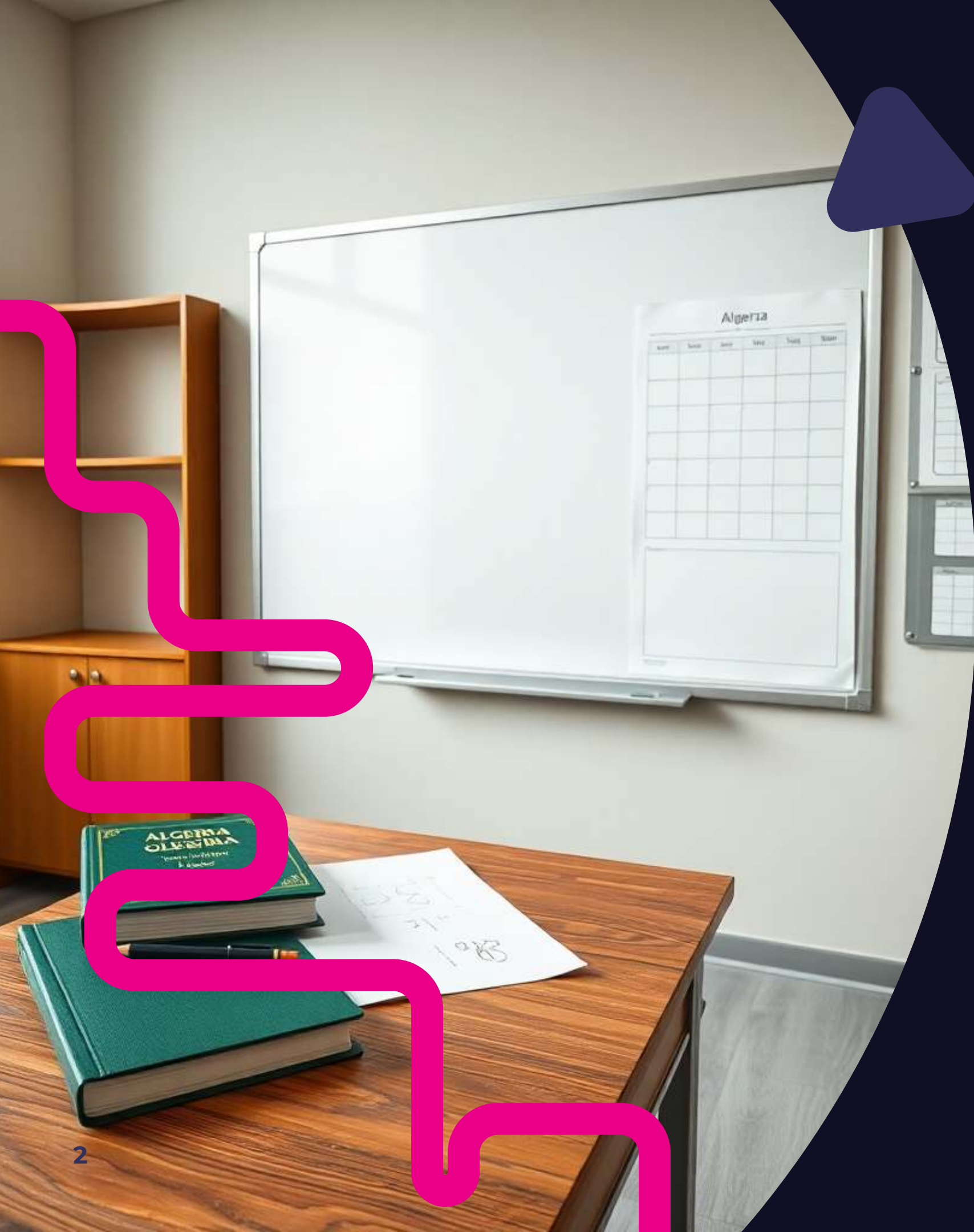


Тождества и тождественные преобразования

Учимся упрощать выражения и сохранять их значение.





Тождественные преобразования в школьной алгебре

На уроках алгебры тождества встречаются в выражениях, формулах и уравнениях. Они помогают сокращать запись, делать решения понятнее и быстрее проверять ответ в задачах на площади, периметр и вычисления.

Что такое тождество

01

Верно всегда

Тождество — это равенство, которое остаётся верным при всех допустимых значениях переменных. Его можно проверять подстановкой разных чисел, и результат не изменится.

02

Примеры записи

К тождествам относятся равенства вида $a+a=2a$, $3(x+4)=3x+12$ и $(x+1)^2=x^2+2x+1$. В каждом случае обе части совпадают после преобразования.

03

Когда это не тождество

Если равенство выполняется только для некоторых значений переменной, это уже не тождество. Такое равенство называют уравнением, потому что у него есть отдельные решения.

04

Главный признак

Тождество не зависит от выбора конкретного допустимого числа. Оно описывает одинаковый результат в разных формах записи и используется для преобразования выражений без изменения их значения.

Тождество и уравнение: в чём разница

Уравнение ищет ответ

В уравнении нужно найти значение переменной, при котором равенство становится верным. Например, $x+5=12$ выполняется только при $x=7$, поэтому решений может быть одно или несколько.

Тождество проверяют

Тождество не решают, а преобразуют и проверяют. Равенство $2(x+4)=2x+8$ верно при любом допустимом x , потому что обе части после раскрытия скобок совпадают.

Разные цели

Уравнение помогает найти неизвестное число, а тождество — удобно переписать выражение и упростить вычисления. Это разные задачи, хотя внешне записи могут выглядеть похоже.

Область допустимых значений



Что нужно проверить

Перед преобразованиями важно определить, при каких значениях переменной выражение имеет смысл. Особенно внимательно проверяют дроби: знаменатель не должен равняться нулю, иначе запись становится недопустимой.

Пример ограничения

В выражении $5/(x-2)$ значение $x=2$ запрещено, потому что знаменатель обращается в ноль. Такие значения исключают заранее, ещё до сокращения или упрощения.

Главные приёмы преобразования



Раскрытие скобок

Используют распределительное свойство, чтобы убрать скобки и перейти к более простой записи. При этом каждый член в скобках умножается на общий множитель.



Подобные слагаемые

Слагаемые с одинаковой буквенной частью объединяют, складывая или вычитая только коэффициенты. Так выражение становится короче, но его значение остаётся тем же.



Вынесение множителя

Общий множитель выносят за скобки, если он повторяется в каждом слагаемом. Это помогает сделать запись компактнее и заметить общий смысл выражения.



Сокращение дробей

Если в числителе и знаменателе есть одинаковый множитель, его можно сократить. Но сначала нужно убедиться, что значение переменной не нарушает допустимые условия.

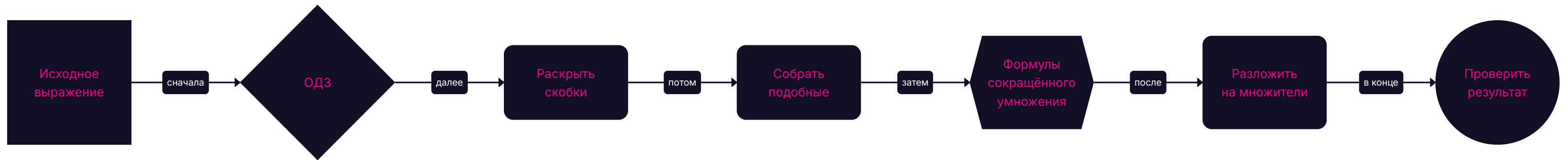


Формулы сокращённого умножения

Специальные формулы позволяют быстро раскрывать квадрат суммы, квадрат разности и разность квадратов. Они экономят время и часто используются в алгебраических преобразованиях.

Как преобразуют выражение

Схема показывает последовательность действий при упрощении выражения в алгебре.



Раскрытие скобок

01

Основа правила

При раскрытии скобок используют распределительное свойство умножения: число или буквенный множитель умножается на каждый член в скобках отдельно, без пропусков и сокращений.

02

Положительный и отрицательный знак

Если перед скобками стоит минус, знаки внутри меняются при умножении. Поэтому важно внимательно следить за каждым членом, особенно если рядом есть вычитание.

03

Примеры записи

Записи $3(x+2)=3x+6$, $-2(4-y)=-8+2y$ и $5(a-1)=5a-5$ показывают, как одно и то же правило работает в разных выражениях.

Приведение подобных слагаемых

01

Что считается подобным

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть. Можно складывать или вычитать только их коэффициенты, потому что именно эта часть отвечает за одинаковую переменную.

02

Как объединяют числа

Числа без буквенной части тоже приводят. Их складывают отдельно, а затем записывают рядом с буквенными слагаемыми, чтобы получить более короткое выражение.

03

Примеры упрощения

Выражения $5x-2x$, $7a+3a$ и $4m+2-3m+5$ показывают, как несколько слагаемых превращаются в одно более удобное для вычислений.

A large pink circle is positioned on the left side of the page. To its right, there are two horizontal wavy lines in a light pink color, one above and one below the main text area.

3

главные формулы изучают в 7 классе и используют для быстрого преобразования выражений.

Они помогают быстро раскрывать квадрат двучлена и разлагать выражения на множители, не выполняя длинные вычисления.

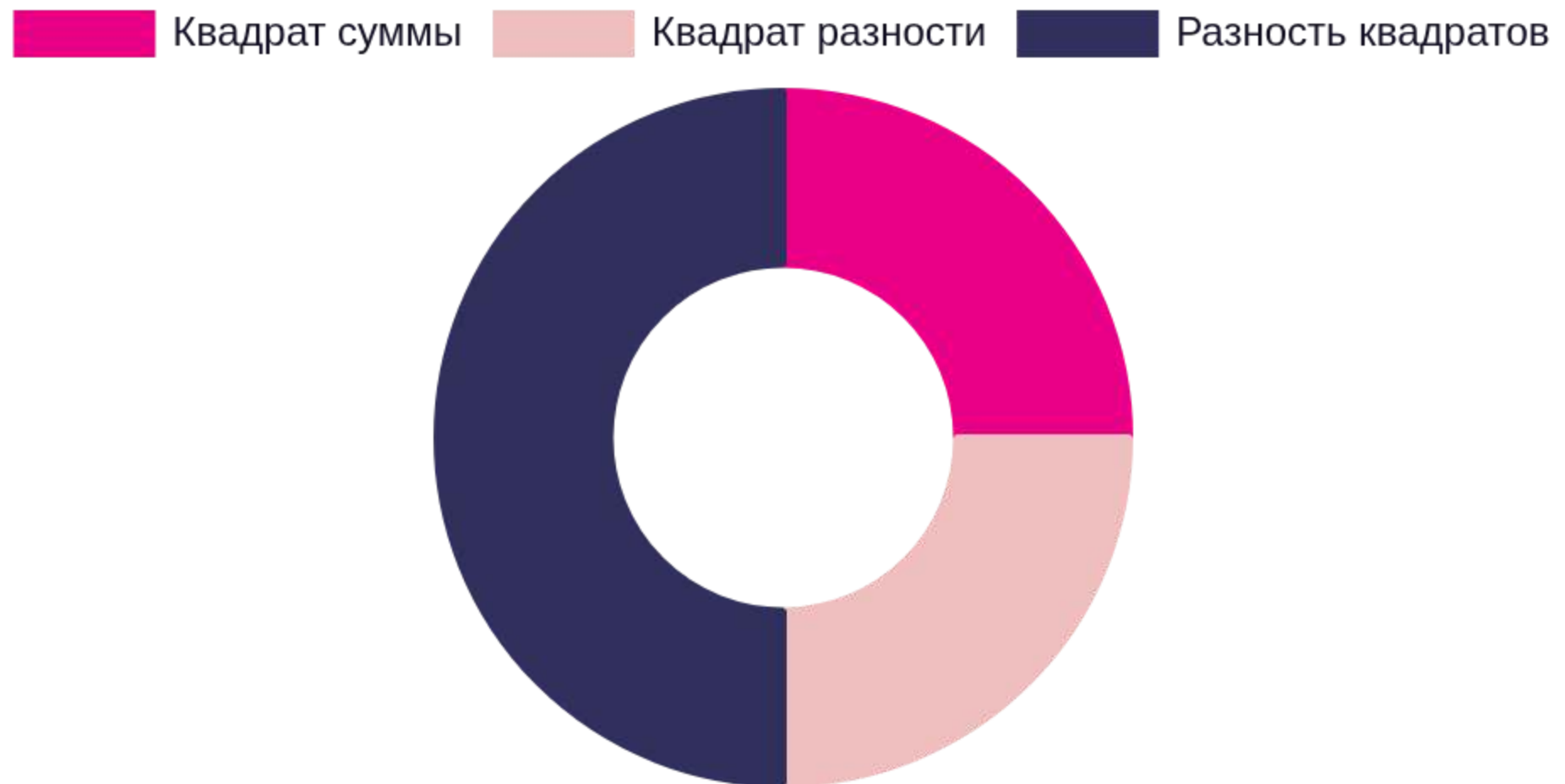
Школьный курс алгебры, 7 класс

Какие формулы используются чаще

Разность квадратов особенно удобна при разложении выражений и сокращении дробей, а две другие формулы чаще применяют при раскрытии скобок.

На практике чаще всего нужна формула разности квадратов, потому что она быстрее приводит выражение к удобному виду.

Составлено по материалам темы «Тождества и тождественные преобразования»



Сравнение основных приёмов преобразования

Таблица показывает, как разные приёмы меняют вид выражения, но сохраняют его значение.

Одно и то же выражение можно записать короче или удобнее, не изменяя его значения.

Материалы урока алгебры 7 класса

Приём	Пример	Результат
Раскрытие скобок	$2(x+5)$	$2x+10$
Подобные слагаемые	$3x+7x$	$10x$
Разложение на множители	$6a+9$	$3(2a+3)$

Разложение на множители

1. Найти общий множитель

Сначала проверяют, есть ли у всех слагаемых общий числовой или буквенный множитель. Это самый быстрый путь сделать выражение короче и удобнее для дальнейших преобразований.

2. Вынести множитель

Общий множитель выносят за скобки, а внутри оставляют то, что получается после деления каждого слагаемого. Например, $8x+12$ превращается в $4(2x+3)$.

3. Использовать формулы

Если выражение подходит под формулу, применяют разность квадратов: $x^2-9=(x-3)(x+3)$. Такое разложение помогает сокращать дроби и решать уравнения.

Геометрический смысл тождеств

▼ Площадь квадрата

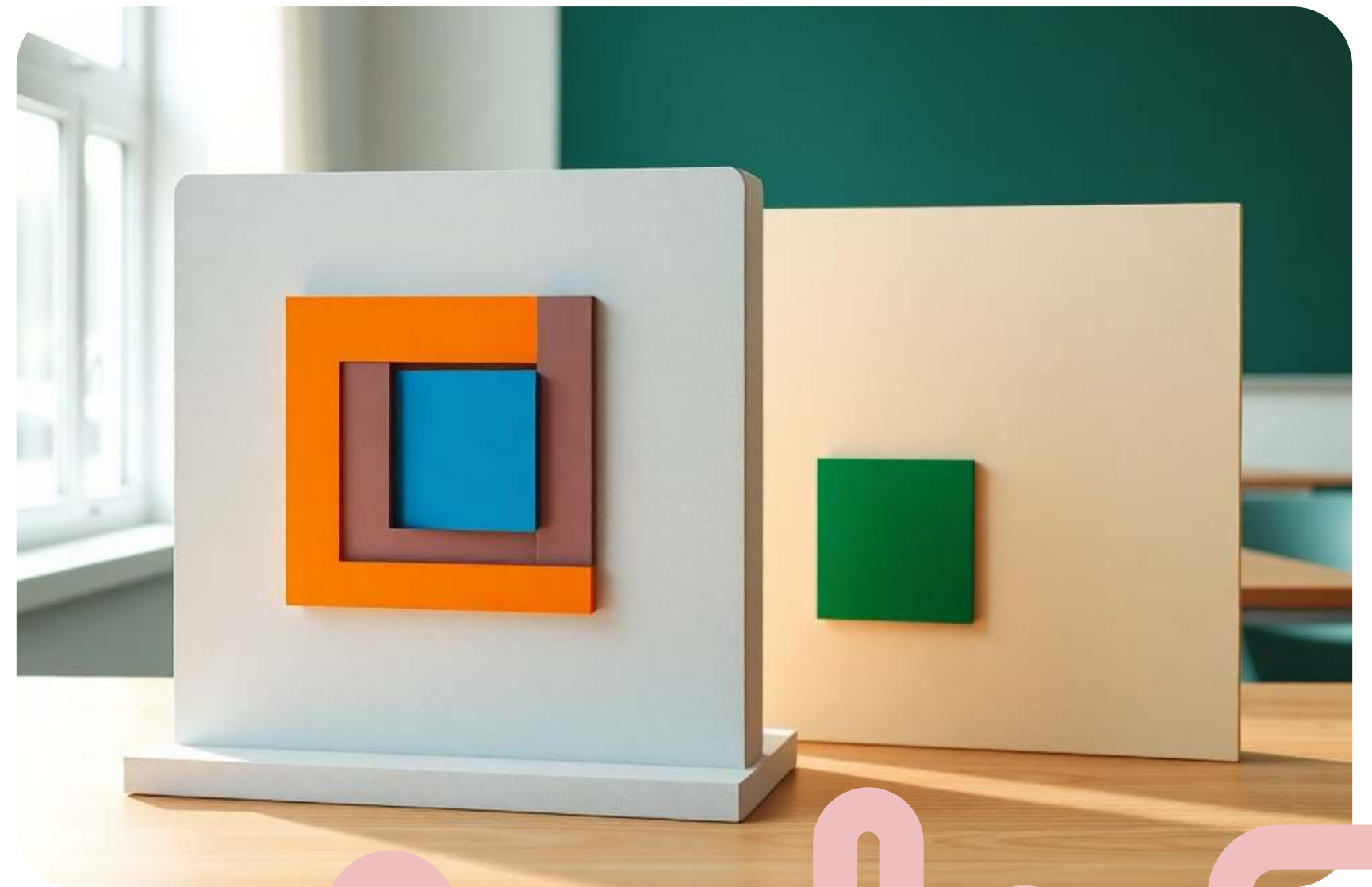
Формула $(a+b)^2$ описывает площадь квадрата со стороной $a+b$. Если разделить его на части, можно увидеть, откуда берутся слагаемые a^2 , $2ab$ и b^2 .

▼ Разность квадратов

Выражение $a^2 - b^2$ удобно понимать как разность площадей двух квадратов. Мысленно можно представить большой квадрат и меньший, вырезанный из него, чтобы получить произведение множителей.

▼ Наглядность доказательства

Геометрическая модель помогает не просто запомнить формулу, а понять, почему она верна. Поэтому такие схемы особенно полезны при первом знакомстве с тождествами.



Где применяются тождественные преобразования

Преобразования встречаются не только в упражнениях по алгебре, но и в задачах, где нужно упростить запись формулы или увидеть её структуру.

Больше всего они нужны в алгебре и геометрии, где часто приходится работать с выражениями и формулами.

Составлено по теме школьной алгебры 7 класса



Типичные ошибки учеников

01

Знак перед скобками

Частая ошибка — забыть изменить знаки у всех слагаемых, если перед скобками стоит минус или отрицательный коэффициент. Это особенно заметно в выражениях с двумя и более членами.

02

Потеря коэффициента

Иногда ученик раскрывает скобки, но пропускает множитель перед ними. Чтобы не ошибиться, нужно умножить каждый член в скобках на одно и то же число или букву.

03

Неподобные слагаемые

Нельзя складывать выражения с разной буквенной частью, например x и x^2 . Такие слагаемые не объединяются, потому что они обозначают разные величины и имеют разный смысл.

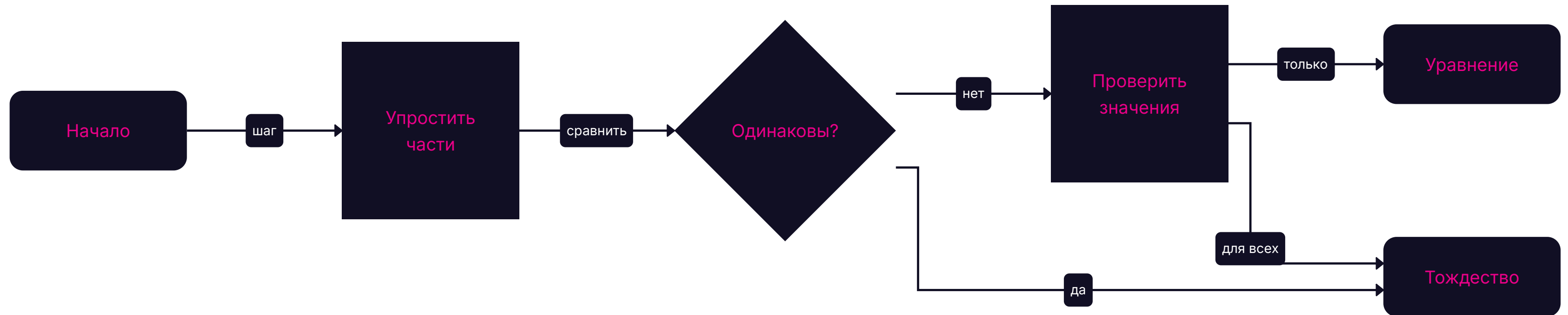
04

Сокращение без проверки

При работе с дробями важно сначала убедиться, что знаменатель не равен нулю. Иначе можно получить неверный ответ, даже если преобразование выглядит правильным.

Проверка равенства

Последовательность действий помогает отличить тождество от уравнения.



Памятка по главным формулам

Формула	Правило	Пример
$(a+b)^2$	Квадрат суммы	$(x+3)^2$
$(a-b)^2$	Квадрат разности	$(y-2)^2$
a^2-b^2	Разность квадратов	x^2-9
$6x+12$	Общий множитель	$6(x+2)$

Таблица помогает быстро вспомнить формулы и увидеть, как они применяются на практике.

Формулы сокращают вычисления и показывают, как перейти от выражения к более удобной записи.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Практическая ценность темы



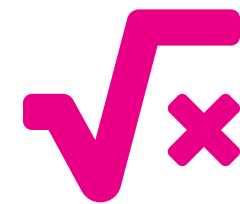
Упрощение выражений

Тождественные преобразования помогают записывать выражения короче и понятнее. Это облегчает дальнейшие вычисления и позволяет быстрее замечать одинаковые части в разных записях.



Проверка вычислений

Если ответ получился неожиданным, преобразования помогают перепроверить решение по шагам. Так легче заметить ошибку в знаке, коэффициенте или формуле.



Решение уравнений

Разложение на множители и формулы сокращённого умножения часто помогают перейти от сложного уравнения к более простому виду, где решение видно сразу.



Понимание структуры

Когда выражение преобразовано, в нём легче увидеть скрытую закономерность. Это особенно полезно в задачах, где нужно не только посчитать, но и объяснить ход решения.

Тождества делают выражения удобнее

Тождества помогают работать с выражениями точно и аккуратно: сохраняют значение, но делают запись проще. Именно поэтому раскрытие скобок, подобные слагаемые, формулы и разложение на множители так важны.