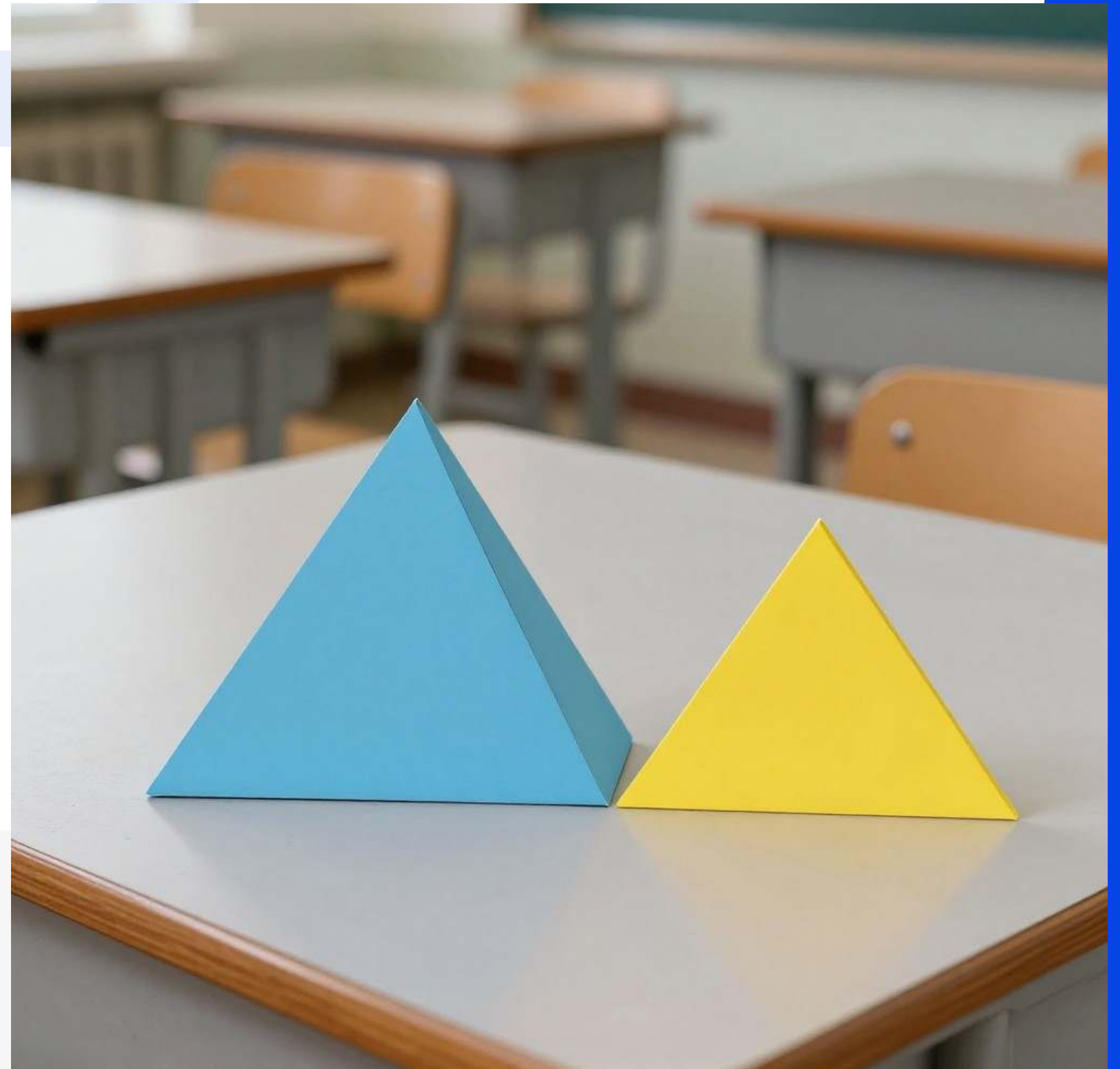
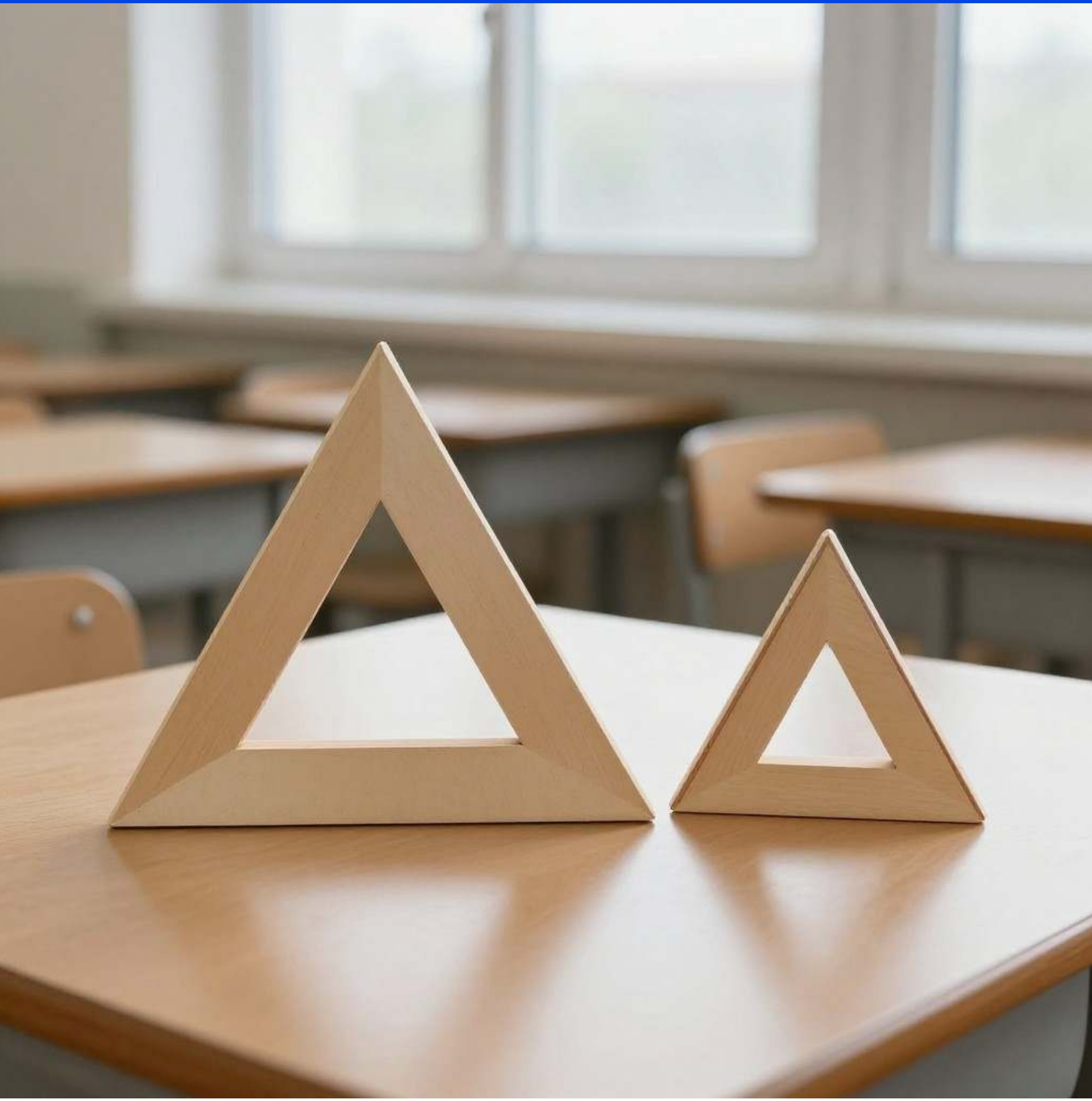


Признаки подобия треугольников

Треугольники могут быть разными по размеру,
но одинаковыми по форме.



Подобие треугольников: в чём суть



Подобные треугольники сохраняют форму: их углы равны, а стороны пропорциональны. Это помогает работать с чертежами, картами и моделями, где один и тот же объект изображён в другом масштабе.

Элементы, по которым сравнивают треугольники

- **Соответствующие вершины**

Сравнение начинают с правильного сопоставления вершин двух треугольников. Если порядок выбран верно, сразу понятно, какие стороны и углы должны совпадать по смыслу и по записи.

- **Пары сторон**

После вершин сравнивают стороны, которые лежат напротив них. Именно эти стороны должны образовывать пропорции, иначе проверка подобия даст неверный результат и приведёт к ошибочному выводу.

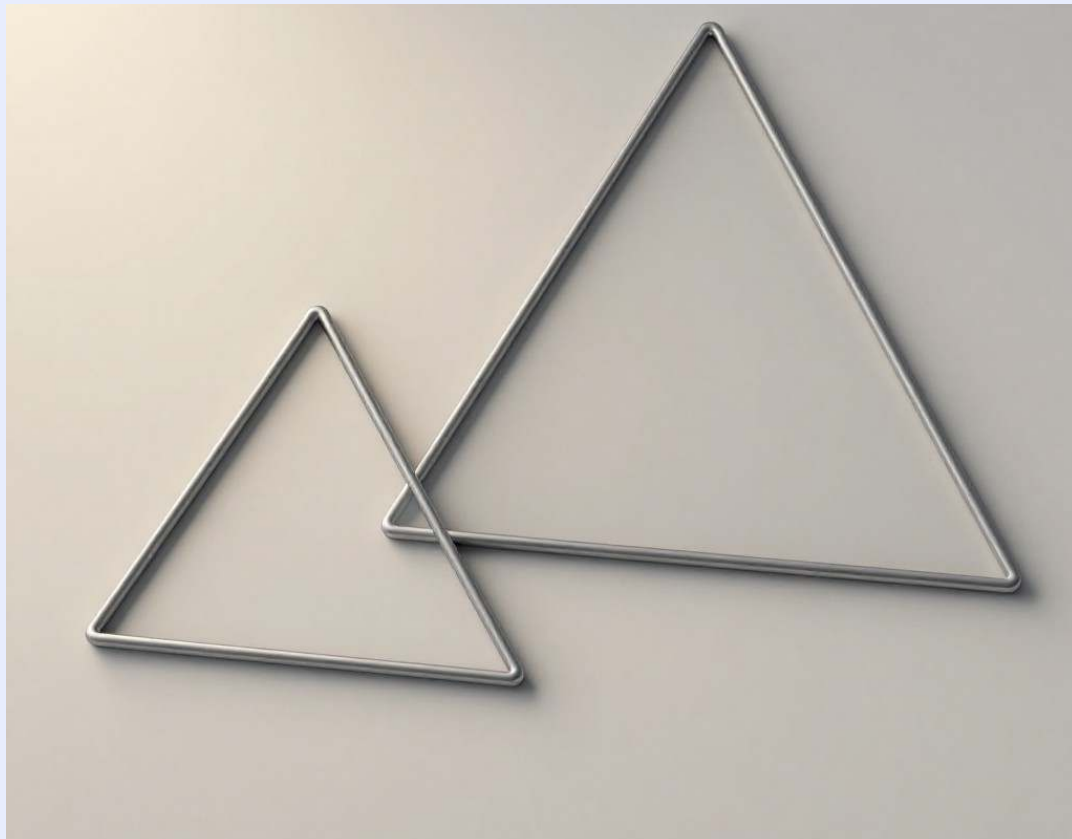
- **Пары углов**

Углы тоже рассматривают по соответствию: каждому углу одного треугольника должен отвечать угол другого. Равенство углов помогает быстро проверить, подходят ли фигуры друг к другу.

- **Порядок записи**

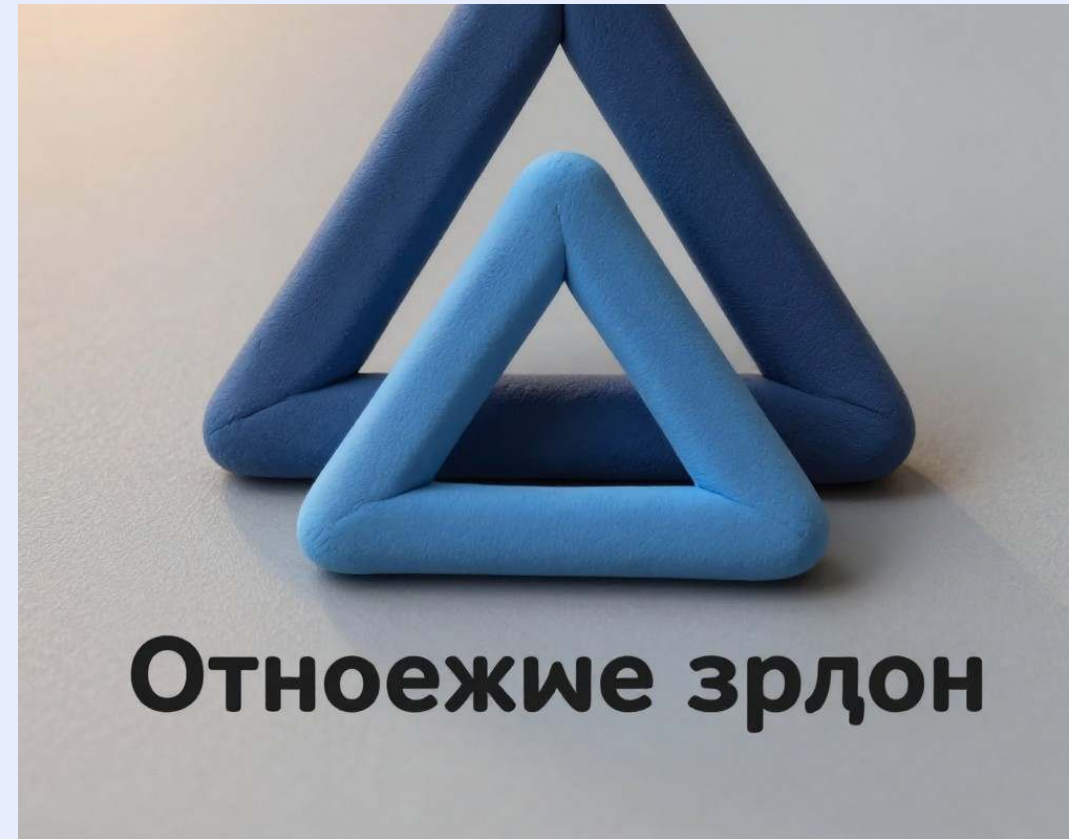
Запись вида $A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow E, C \leftrightarrow F$ очень важна: она задаёт правильное соответствие элементов. Если перепутать порядок, даже верные числа могут быть проверены неправильно.

Как видно подобие на чертеже



Два треугольника, одна форма

На рисунке показаны два треугольника с одинаковыми углами, но разными размерами. Меньшая фигура имеет стороны 3 см, 4 см и 5 см, а большая — 6 см, 8 см и 10 см. Внешне они похожи как уменьшенная и увеличенная копия.



Отношение сторон

Отношение сторон

Если сравнить соответствующие стороны, получится одинаковое отношение 1:2. Это значит, что каждый отрезок большого треугольника в два раза длиннее соответствующего отрезка малого. При этом форма не меняется, поэтому фигуры подобны.

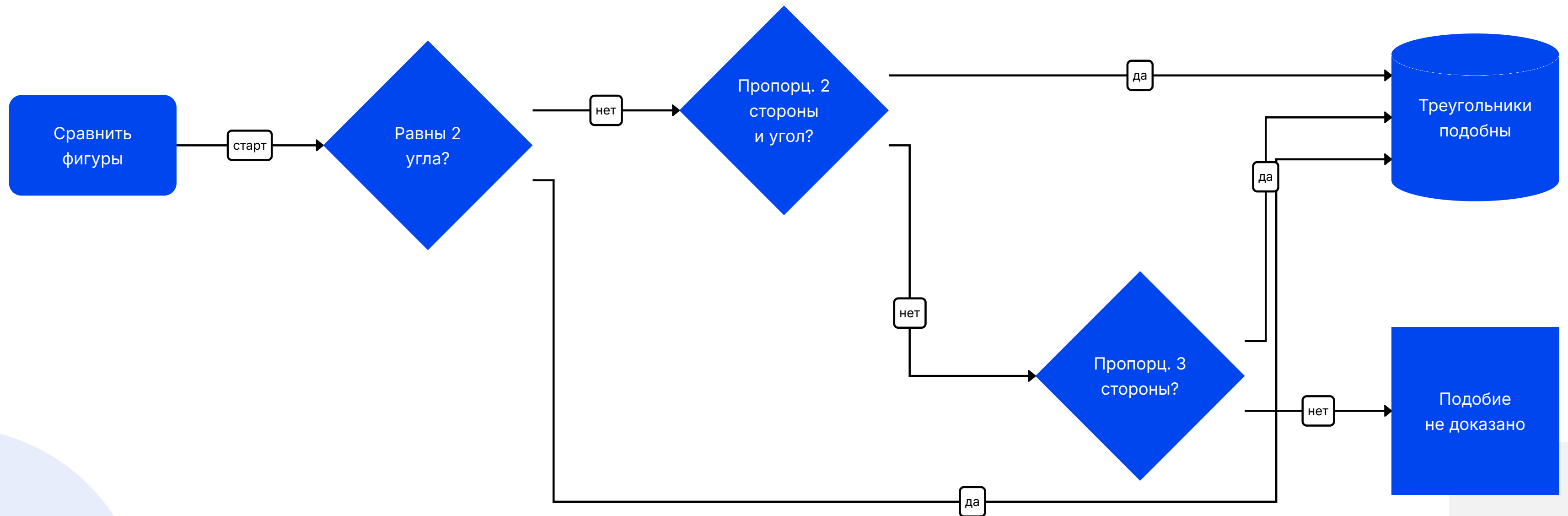


Что показывает рисунок

Такое изображение удобно для проверки признаков подобия. По нему легко увидеть, какие стороны соответствуют друг другу, и понять, что одинаковые углы и пропорциональные стороны ведут к одному выводу — треугольники подобны.

Как проверяют подобие треугольников

Последовательность проверки по трём признакам подобия



Первый признак подобия: по двум углам

01

Два равных угла



Если в одном треугольнике два угла равны двум углам другого, то фигуры имеют одинаковую форму. Для вывода о подобии этого уже достаточно, даже без сравнения сторон.

02

Третий угол совпадает



Сумма углов любого треугольника равна 180° , поэтому третий угол автоматически становится равным. Это делает первый признак особенно удобным для проверки по готовому чертежу.

03

Быстрый способ решения



В школьных задачах этот признак часто используют первым, потому что углы легко заметить на рисунке или найти из условия. Он помогает быстро перейти к вычислению неизвестных элементов.



Сравнение углов при первом признаке

Все пары углов совпадают, поэтому можно уверенно сопоставить вершины треугольников и сделать вывод о равенстве форм.

Равенство трёх соответствующих углов подтверждает подобие по первому признаку без дополнительных измерений.

Учебный пример по теме «Признаки подобия треугольников»



Второй признак подобия: по двум сторонам и углу между ними

Сравнение сторон

Сначала выбирают две стороны каждого треугольника и проверяют, пропорциональны ли они. Именно эти стороны станут основой для дальнейшей проверки.

Итог

Когда выполнены оба условия, треугольники подобны по второму признаку. Это удобно, если на рисунке известны две стороны и угол между ними.

Проверка угла

Затем смотрят на угол между выбранными сторонами. Если он равен в обоих треугольниках, появляется основание для вывода о подобии.



Проверка второго признака на числах

Сравним два треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Отношения сторон одинаковы, а включённый угол равен. Значит, треугольники подобны по второму признаку.

Элемент	1-й треугольник	2-й треугольник
Сторона 1	4 см	8 см
Сторона 2	6 см	12 см
Угол	50°	50°

Третий признак подобия: по трём сторонам

01

Все стороны пропорциональны

Если три стороны одного треугольника относятся к трём сторонам другого одинаковым образом, треугольники обязательно подобны. Проверка строится только на длинах сторон.

02

Углы искать не нужно

Этот признак особенно полезен, когда углы не известны или их трудно измерить. Даже без углов можно сделать точный вывод, если пропорции сторон совпадают.

03

Простой пример

Треугольники со сторонами 3 см, 4 см, 5 см и 6 см, 8 см, 10 см имеют отношение 1:2 для каждой пары сторон. Значит, их форма одинакова, а размеры отличаются в два раза.



Пропорции сторон в третьем признаке

Во всех парах длины увеличиваются одинаково, поэтому сохраняется общий масштаб.

Каждая соответствующая сторона второго треугольника вдвое больше, значит треугольники имеют одинаковую форму.

Составлено по данным условия презентации.



Коэффициент подобия



01

Что показывает k



Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой. Он сразу связывает длины соответствующих сторон и помогает сравнивать треугольники без лишних вычислений.

02

Как меняются стороны



Если коэффициент больше единицы, фигура увеличивается; если меньше единицы — уменьшается. При этом все соответствующие стороны изменяются одинаково, а форма треугольника остаётся прежней.

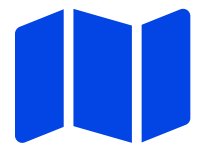
03

Что не меняется



У подобных треугольников равны соответствующие углы. Поэтому можно рассматривать один и тот же треугольник в разном масштабе, как на чертеже, плане или фотографии.

Примеры подобия в жизни



Карта и план

На картах и планах реальные объекты изображают в уменьшенном виде. Масштаб помогает точно переводить расстояния на изображении в размеры на местности.



Чертёж и макет

Чертежи и макеты сохраняют форму предмета, но изменяют размеры по одному коэффициенту. Это позволяет изучать объекты до их постройки или изготовления.

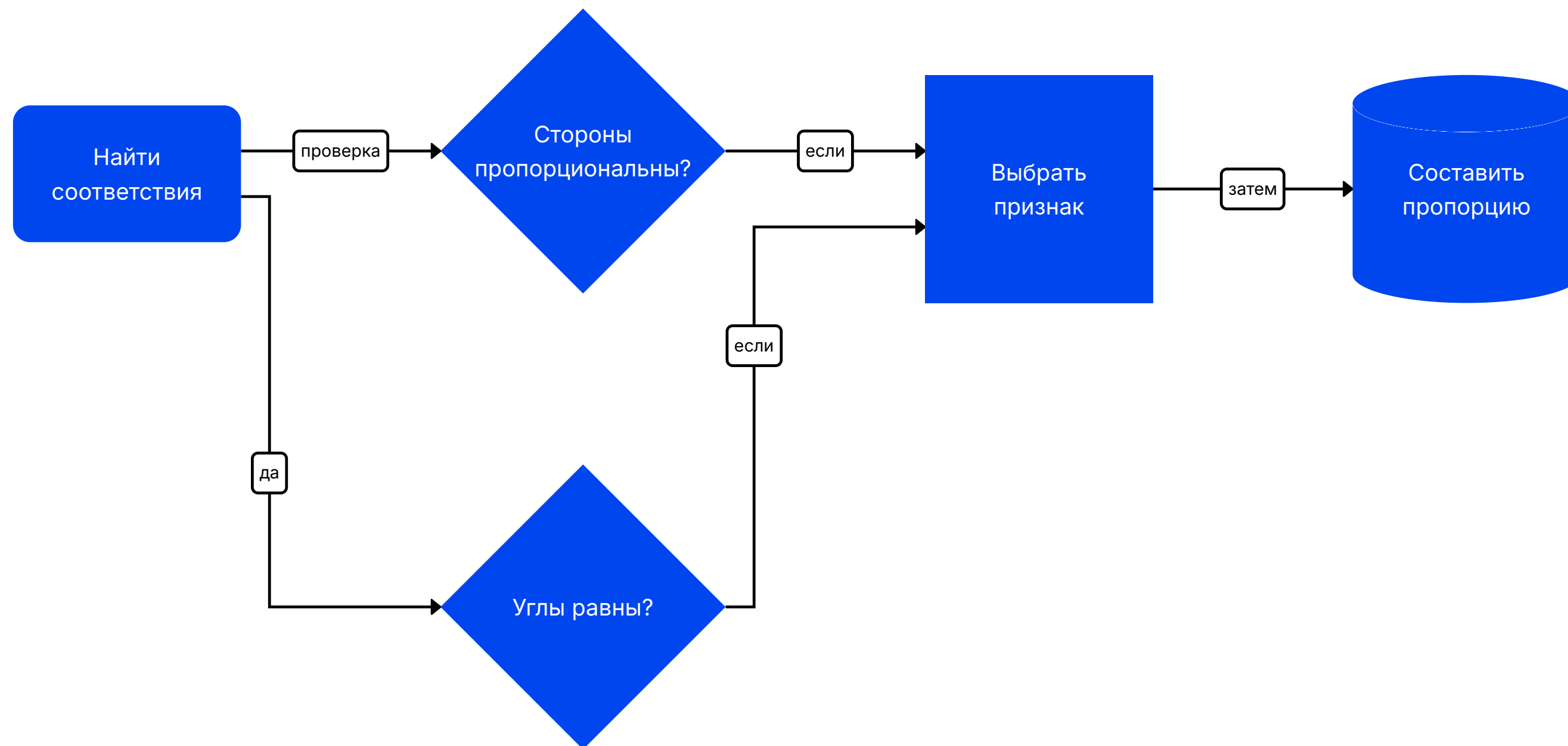


Фотография и модель

На фотографии или в модели предмет выглядит меньше, но его очертания остаются узнаваемыми. Именно так удобно показывать форму без сохранения полного размера.

Как решать задачи на подобие треугольников

Алгоритм основан на проверке соответствия углов и сторон и выборе нужного признака подобия.



Три признака подобия в одном сравнении

Признак	Что проверяют	Результат
1-й	2 угла	Подобие
2-й	2 стороны + угол	Подобие
3-й	3 стороны	Подобие

Все признаки дают один и тот же вывод: треугольники подобны, если выполнено хотя бы одно из условий.

Достаточно одного признака, чтобы доказать подобие; выбор зависит от того, какие элементы известны в задаче.

3

частые ошибки мешают правильно доказать
подобие треугольников.

Обобщение типичных ошибок при решении задач на подобие.

Путаница в соответствиях, пропуск
нужного угла и поспешный вывод
по одному равному углу — самые
распространённые промахи.



Какие признаки чаще используют в задачах

Выбор признака зависит от того, какие элементы даны в условии и насколько удобен рисунок для сравнения.

Первый признак используют чаще всего; второй и третий нужны, когда в задаче известны другие наборы элементов.

Составлено по учебным примерам темы.



Подобие и измерения на местности

План школы

Архитектор может изобразить школу на плане так, чтобы в одном сантиметре помещалось сразу несколько метров реального здания. Форма кабинетов и коридоров сохраняется, а размеры уменьшаются по единому масштабу. По такому плану удобно измерять расстояния и составлять схемы.



Макет здания

Перед строительством часто делают макет дома или башни. Он помогает увидеть общий вид объекта и проверить пропорции. Если одна стена стала в два раза короче, то все остальные элементы тоже уменьшаются в том же отношении.



Что важно запомнить



Равные углы

У подобных треугольников соответствующие углы равны. Это главный ориентир при сравнении фигур, потому что одинаковые углы показывают сохранение формы.



Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных треугольников изменяются в одном и том же отношении. Если одна сторона увеличилась, остальные тоже изменяются по тому же правилу.



Коэффициент подобия

Коэффициент подобия помогает быстро находить неизвестные длины и проверять правильность решения. Он связывает все соответствующие стороны и показывает, насколько одна фигура больше другой.



Итог: зачем нужны признаки подобия

Признаки подобия помогают видеть общую форму фигур, даже если их размеры различаются. Они делают геометрию понятнее, а решения задач — быстрее и точнее.