Геометрическое место точек: окружность и круг

Фигуры можно описать через свойство их точек.

Почему это важно в геометрии

ГМТ помогает задавать фигуры точно, без догадок. По условию легко понять, где находится точка, а также строить окружности циркулем и проверять расстояния.

Что такое геометрическое место точек

Общее условие
Геометрическое место точек — это все точки плоскости, для которых выполняется одно и то же условие. Именно оно объединяет их в одну фигуру.

Только нужные точки
Если точка не удовлетворяет заданному условию, она не входит в геометрическое место. Поэтому важна точная проверка признака, а не только внешний вид рисунка.

Связь с фигурой
Одно и то же свойство может задавать линию, границу или область. Так удобно описывать окружность, серединный перпендикуляр и биссектрису угла.

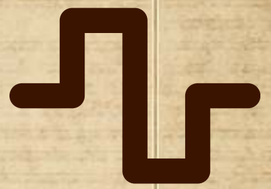
Школьный пример
В 7 классе окружность и круг — самые наглядные примеры ГМТ. Они показывают, как геометрия связывает условие, расстояние и положение точки.

Главные элементы окружности

Центр
Это неподвижная точка, от которой отсчитывают расстояние до каждой точки окружности. Именно она задаёт положение всей фигуры на плоскости.

Радиус
Это отрезок от центра до точки окружности и его длина. Все радиусы одной окружности равны, поэтому ими удобно пользоваться в построениях.

Диаметр
Это отрезок, проходящий через центр и соединяющий две точки окружности. Его длина в два раза больше радиуса.



Хорда
Это отрезок, соединяющий две точки окружности. В отличие от диаметра, хорда не обязана проходить через центр и может иметь любую длину.

Граница и область: как не перепутать

Только линия
Окружность похожа на тонкий обод колеса: видна именно граница, а не внутреннее пространство. Для неё говорят о длине, потому что она состоит из точек, расположенных на одинаковом расстоянии от центра.

Всё внутри
Круг напоминает тарелку или пиццу: он включает и границу, и всю внутреннюю часть. Для круга уже важна площадь, потому что рассматривается не линия, а целая заполненная область плоскости.

Как радиус влияет на длину окружности

На диаграмме видно, что увеличение радиуса сразу увеличивает длину окружности в той же пропорции.

Длина окружности растёт прямо пропорционально радиусу: в 2 раза и в 3 раза соответственно.

Школьная формула $L = 2\pi r$; значения приведены для наглядности при $r = 1, 2, 3$.

Главное свойство точек окружности

1

На границе
Любая точка окружности находится от её центра на расстоянии, равном радиусу. Это и есть главный признак принадлежности точки границе фигуры.

2

Внутри круга
Если расстояние от точки до центра меньше радиуса, точка лежит внутри круга. Она уже не принадлежит окружности, но остаётся в пределах фигуры.

3

Вне фигуры
Если расстояние больше радиуса, точка находится вне круга. Такое сравнение помогает быстро определить положение точки без подробного чертежа.

Как построить окружность по радиусу

Последовательность действий при построении с помощью циркуля и линейки

Окружность как ГМТ

Одинаковое расстояние

Если все точки плоскости находятся на расстоянии r от точки O, то они образуют одну фигуру. Это и есть окружность с центром O.

1

Точное определение

Такое описание не зависит от рисунка или масштаба. Окружность можно задать через условие, а затем построить её или проверить любую точку на принадлежность.

2

Полезный вывод

ГМТ показывает, что геометрия работает не только с изображениями, но и с правилами. Для окружности главным правилом становится равенство расстояния до центра.

3

Окружность и круг: сравнение

Признак	Окружность	Круг
Что это	граница	область
Что измеряют	длину	площадь
Связь с центром	равно r	не больше r

Сравним две близкие, но разные фигуры по их смыслу и измерениям.

Окружность описывает линию, а круг — заполненную часть плоскости. Радиус у них общий, но измеряемые величины разные.

Фигуры вокруг нас

Колесо на дороге

Обод колеса хорошо показывает, что такое окружность: видна только линия, ограничивающая форму. Все точки обода находятся на одинаковом расстоянии от центра, поэтому такой предмет удобно использовать как наглядный пример в классе и на улице.

Тарелка и монета

Тарелка и монета напоминают круг: это не линия, а заполненная часть плоскости. У них есть граница, которую образует окружность, и внутренняя область, которую можно закрасить, измерить или сравнить с другой фигурой.

Как меняется положение точки относительно круга

1

Шаг 1. Измеряем расстояние

Сначала находим расстояние от точки до центра окружности. Именно оно позволяет сравнить положение точки с радиусом и не ошибиться.

2

Шаг 2. Сравниваем с радиусом

Если расстояние совпадает с радиусом, точка лежит на границе. Если оно меньше радиуса, точка находится внутри круга.

3

Шаг 3. Делаем вывод

Когда расстояние больше радиуса, точка оказывается вне круга. Так по одному измерению определяют положение любой точки на плоскости.

Длина окружности и площадь круга при росте радиуса

На графике видно, что длина зависит от радиуса линейно, а площадь растёт заметно быстрее из-за квадрата в формуле. При увеличении радиуса длина удваивается и утраивается вместе с ним, а площадь растёт гораздо быстрее: в 4 и 9 раз.

Школьные формулы: длина окружности $C = 2\pi r$, площадь круга $S = \pi r^2$.

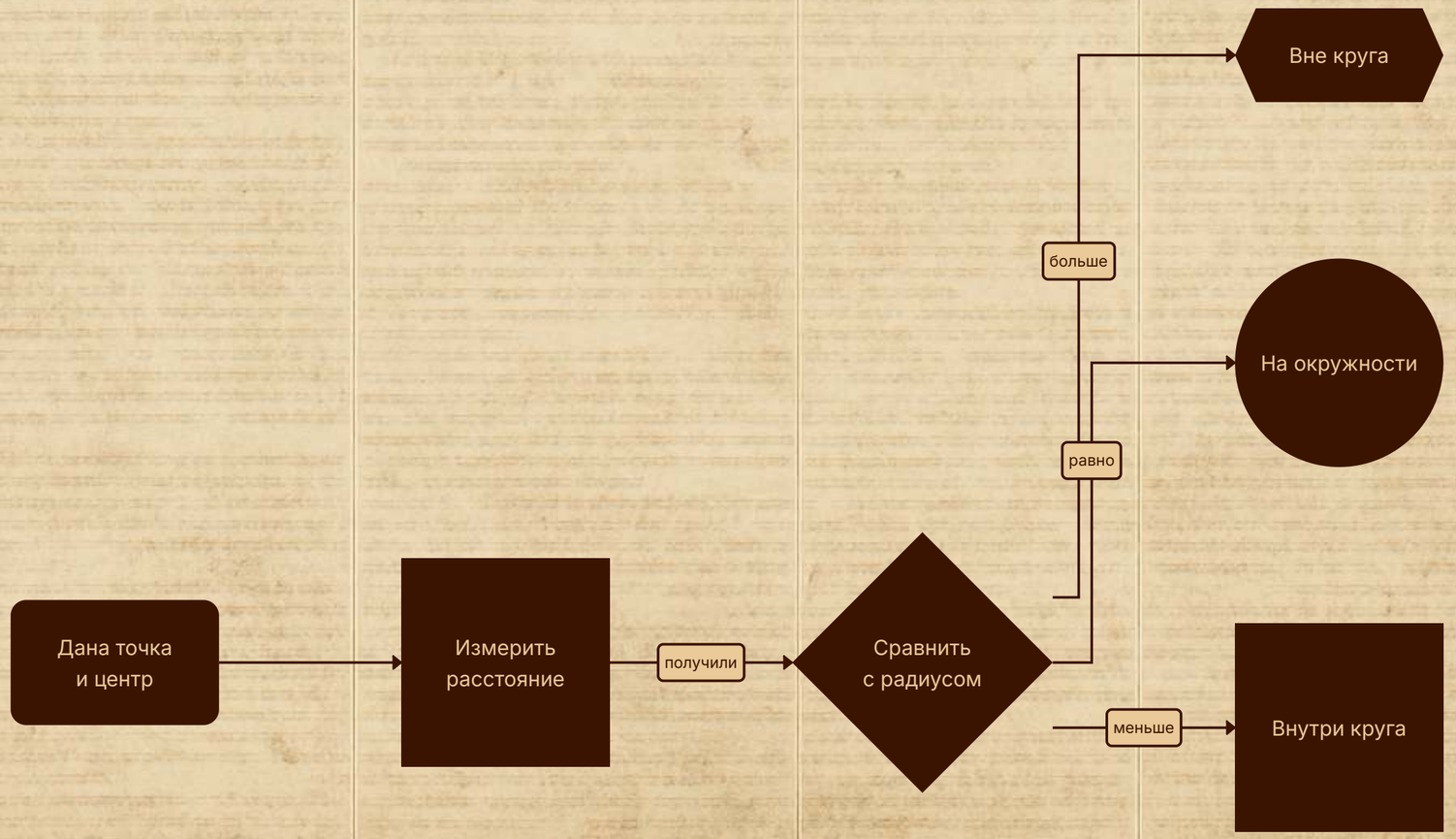
2
радиуса составляет диаметр.

Школьный курс геометрии 7 класса.

Это помогает быстро сравнивать отрезки в окружности: диаметр всегда можно выразить через радиус и проверить, длиннее ли другая хорда.

Проверяем положение точки относительно круга

Алгоритм основан на сравнении расстояния от точки до центра с радиусом.



Основные термины темы

Термин	Кратко
Центр	точка отсчёта
Радиус	центр — точка окружности
Диаметр	через центр
Хорда	между двумя точками
Круг	внутри и граница

Коротко сравним главные понятия, чтобы не путать их в построениях и при решении задач.

Центр и радиус задают окружность, а диаметр и хорда описывают её отрезки. Круг включает не только границу, но и внутреннюю область.

Другие примеры геометрического места точек

Серединный перпендикуляр
Все точки этой прямой равноудалены от концов отрезка. Поэтому она задаётся не рисунком, а свойством расстояний, как и окружность в своей задаче.

Биссектриса угла
Каждая точка биссектрисы одинаково удалена от сторон угла. Это делает её ещё одним примером геометрического места точек, удобным для построений.

Свойство как правило
ГМТ помогает искать не только круглые фигуры, но и линии, определяемые равенством расстояний. Такой подход делает геометрию точнее и понятнее.

Как меняются длина и площадь при увеличении радиуса

Столбцы показывают разные темпы роста: длина увеличивается равномерно, а площадь ускоряется сильнее всего при больших радиусах.

Площадь реагирует на изменение радиуса значительно сильнее длины окружности, потому что зависит от квадрата радиуса.

Формулы $C = 2\pi r$ и $S = \pi r^2$; значения для сравнения: r, 2r, 3r.

Типичные ошибки в теме

Путают окружность и круг

Окружность принимают за всю фигуру, хотя это только граница. Круг включает и внутреннюю область, поэтому при ответе важно сначала назвать верный объект.

Неверно называют хорду

Не всякая хорда является диаметром. Диаметром становится только та хорда, которая проходит через центр, поэтому одно лишь соединение двух точек недостаточно.

Ошибка в сравнении расстояний

При проверке положения точки нужно учитывать три случая: меньше, равно и больше радиуса. Если перепутать их, вывод о принадлежности точке будет неверным.

Путают границу и внутренность

Точка внутри круга не лежит на окружности. Для правильного ответа всегда сравнивают расстояние до центра с радиусом, а не делают вывод по рисунку.

Что важно запомнить

Геометрическое место точек позволяет описывать фигуры через их свойства. Окружность задаётся равным расстоянием до центра, а круг объединяет границу и внутреннюю область.