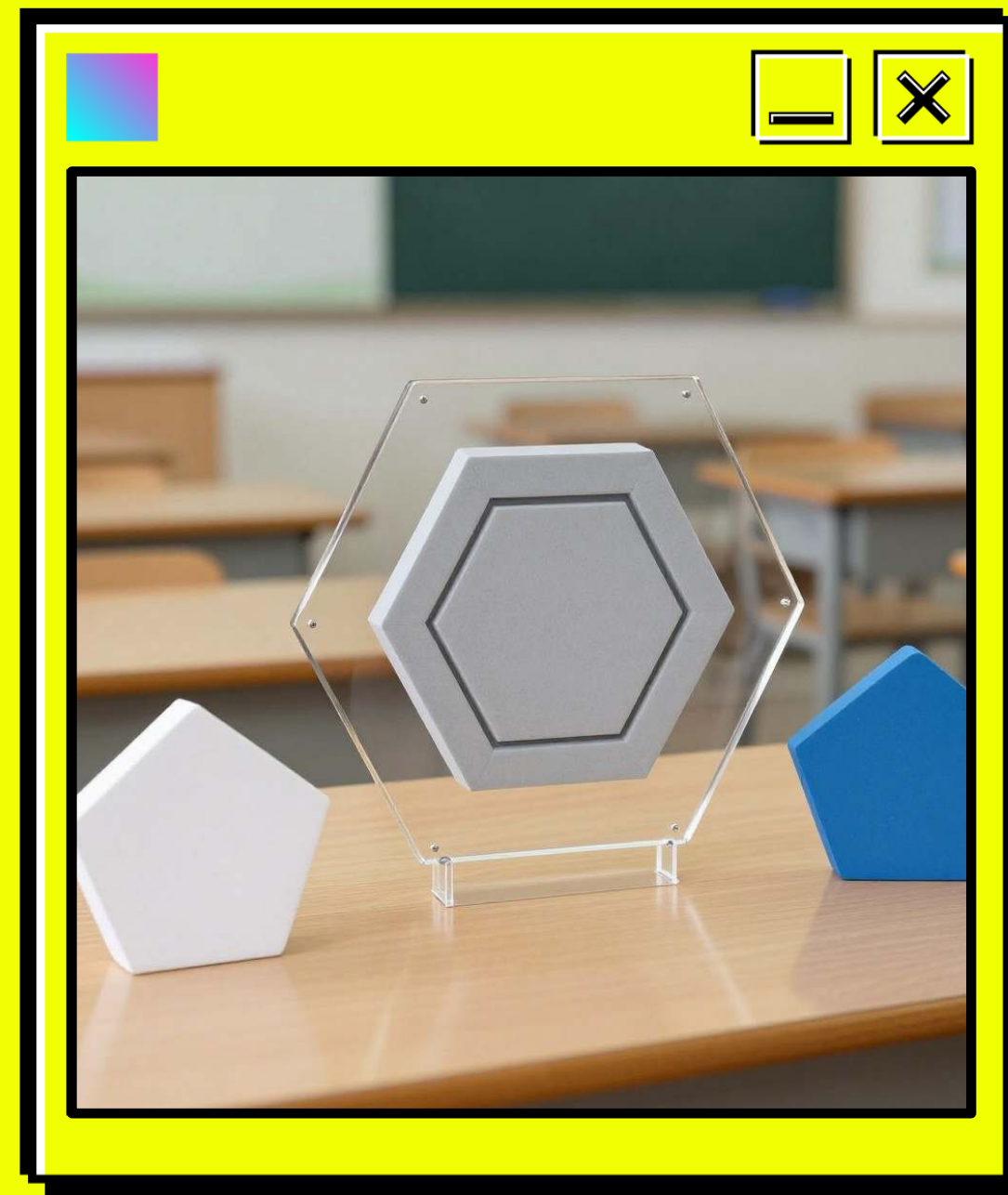


Правильные многоугольники: определение, свойства и формулы

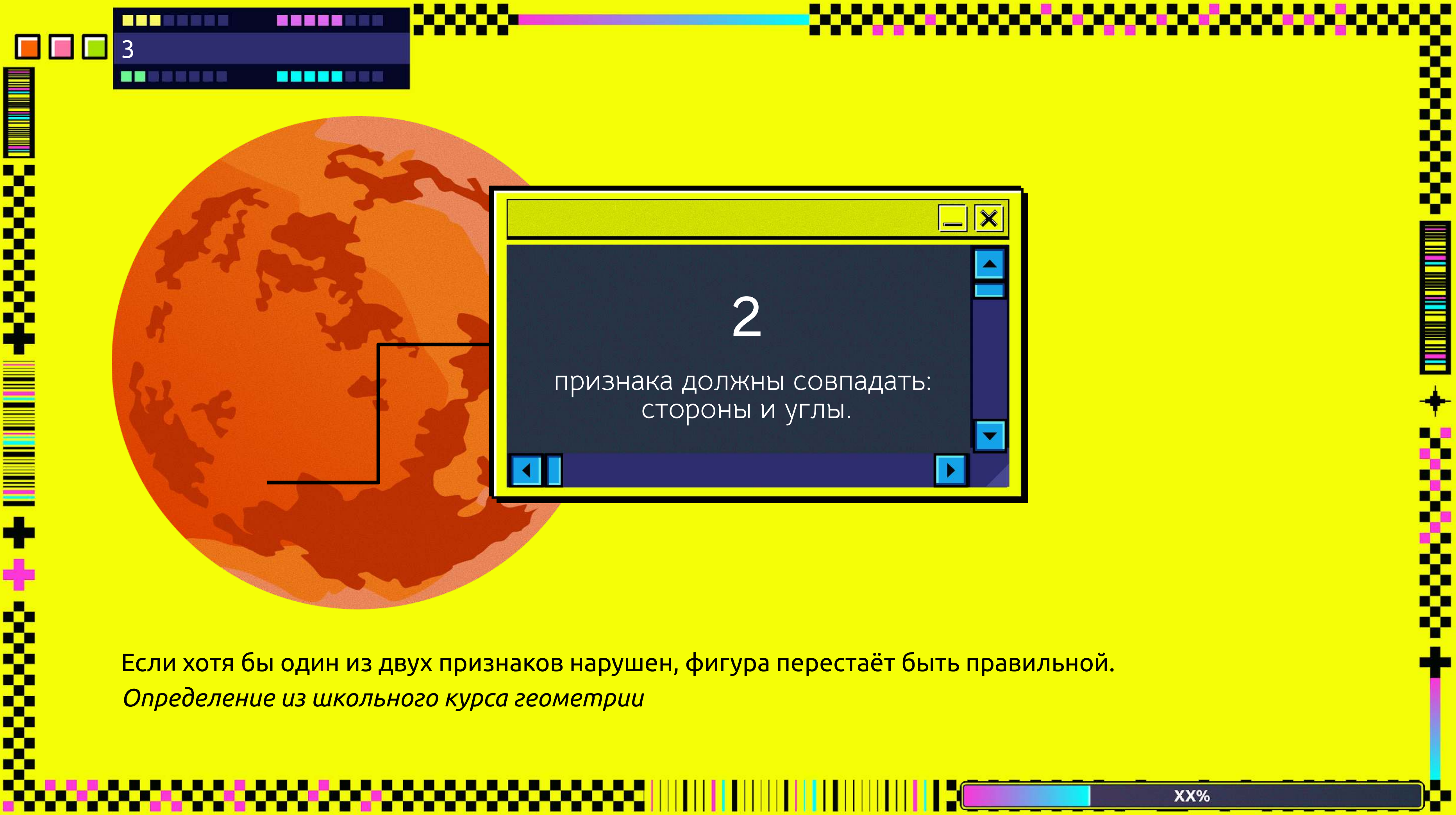
Геометрия правильных фигур: от определения до построений.



Зачем изучать правильные многоугольники в 9 классе

Эти фигуры связывают углы, окружность и симметрию. Они помогают вычислять углы, строить чертежи и узнавать геометрию вокруг нас — от плитки до дорожных знаков.





Если хотя бы один из двух признаков нарушен, фигура перестаёт быть правильной.
Определение из школьного курса геометрии

Равносторонний треугольник как первый пример



Правильный треугольник

Равносторонний треугольник — это правильный 3-угольник. У него все стороны равны, а каждый внутренний угол составляет 60° , поэтому фигура выглядит полностью симметричной.



Связь с окружностью

Равносторонний треугольник удобно рассматривать вместе с окружностью: его вершины можно расположить на одной окружности, а центр фигуры будет одинаково удалён от всех вершин.



Оси симметрии

У этой фигуры три оси симметрии. Каждая проходит через вершину и середину противоположной стороны, деля треугольник на две одинаковые части.



Как меняется внутренний угол при увеличении числа сторон



Чем больше сторон у правильного многоугольника, тем менее «острыми» становятся его вершины.

Рост угла показывает, что фигура с большим числом сторон всё больше похожа на окружность.

Расчёты по формуле внутреннего угла правильного n -угольника

Основные формулы для правильного n-угольника

В таблице собраны величины, через которые описывают любой правильный многоугольник.

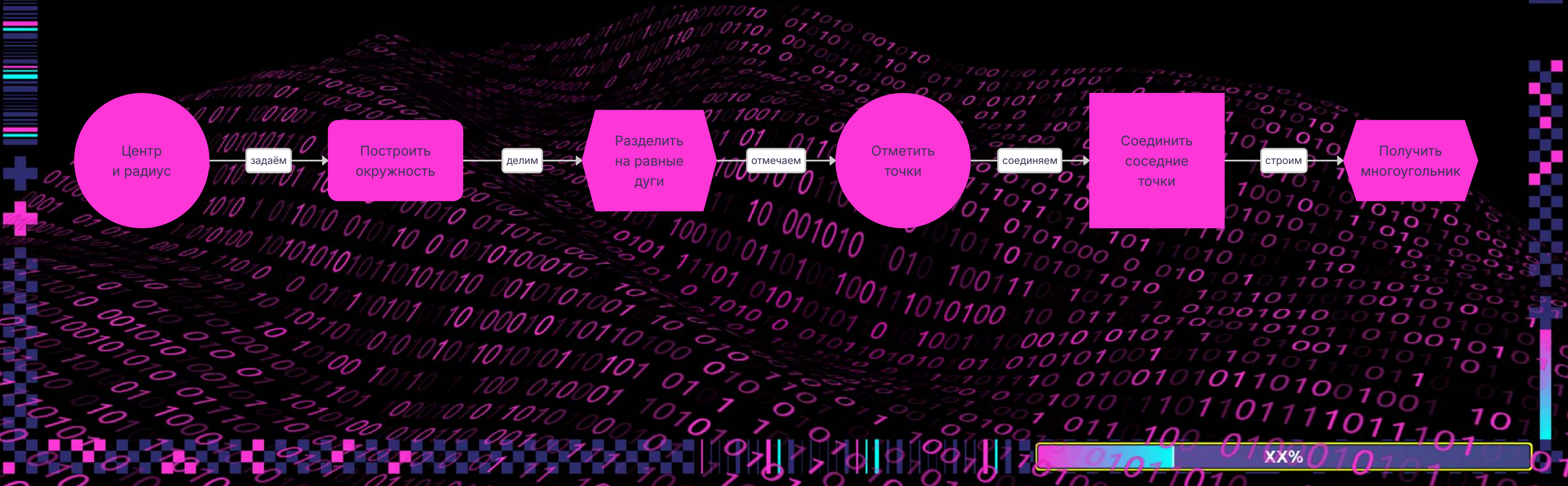
Все основные характеристики выражаются через число сторон n и длину стороны a .

Школьный курс геометрии

Величина	Формула	Смысл
Сумма углов	$(n-2) \times 180^\circ$	Все углы
Внутренний угол	$((n-2) \times 180^\circ) / n$	Один угол
Внешний угол	$360^\circ / n$	Один угол
Периметр	$P = n \times a$	Все стороны

Построение правильного многоугольника по окружности

Алгоритм основан на равных дугах и равных центральных углах.



Оси симметрии и центр правильного многоугольника



Оси симметрии

У правильного n -угольника число осей симметрии равно числу его сторон. Каждая ось проходит через центр фигуры, поэтому все части многоугольника распределены одинаково.



Зачем это важно

Симметрия помогает быстро распознавать правильную фигуру и проверять её свойства. Если симметрия нарушена, значит, многоугольник уже не является правильным.



Центр симметрии

Центр симметрии есть только у правильных многоугольников с чётным числом сторон. При повороте на 180° такая фигура совмещается сама с собой.

Квадрат — это правильный 4-угольник. Все его стороны равны, а каждый угол прямой, то есть равен 90° . Именно поэтому квадрат легко узнаётся среди других фигур.

У квадрата четыре оси симметрии: две проходят через середины противоположных сторон, а две — через противоположные вершины. Каждая ось делит фигуру на равные части.

Диагонали квадрата равны, пересекаются под прямым углом и делят друг друга пополам. Их точка пересечения совпадает с центром симметрии фигуры.

Свойства квадрата часто используют в чертежах, мозаиках и конструкциях, где важны точность, равномерность и удобное деление фигуры на одинаковые элементы.



Как изменяется число диагоналей



Диагонали соединяют несоседние вершины и позволяют разбирать многоугольник на треугольники.

Чем больше сторон, тем быстрее растёт число диагоналей: это отражает усложнение фигуры.

Расчёты по формуле $n(n-3)/2$

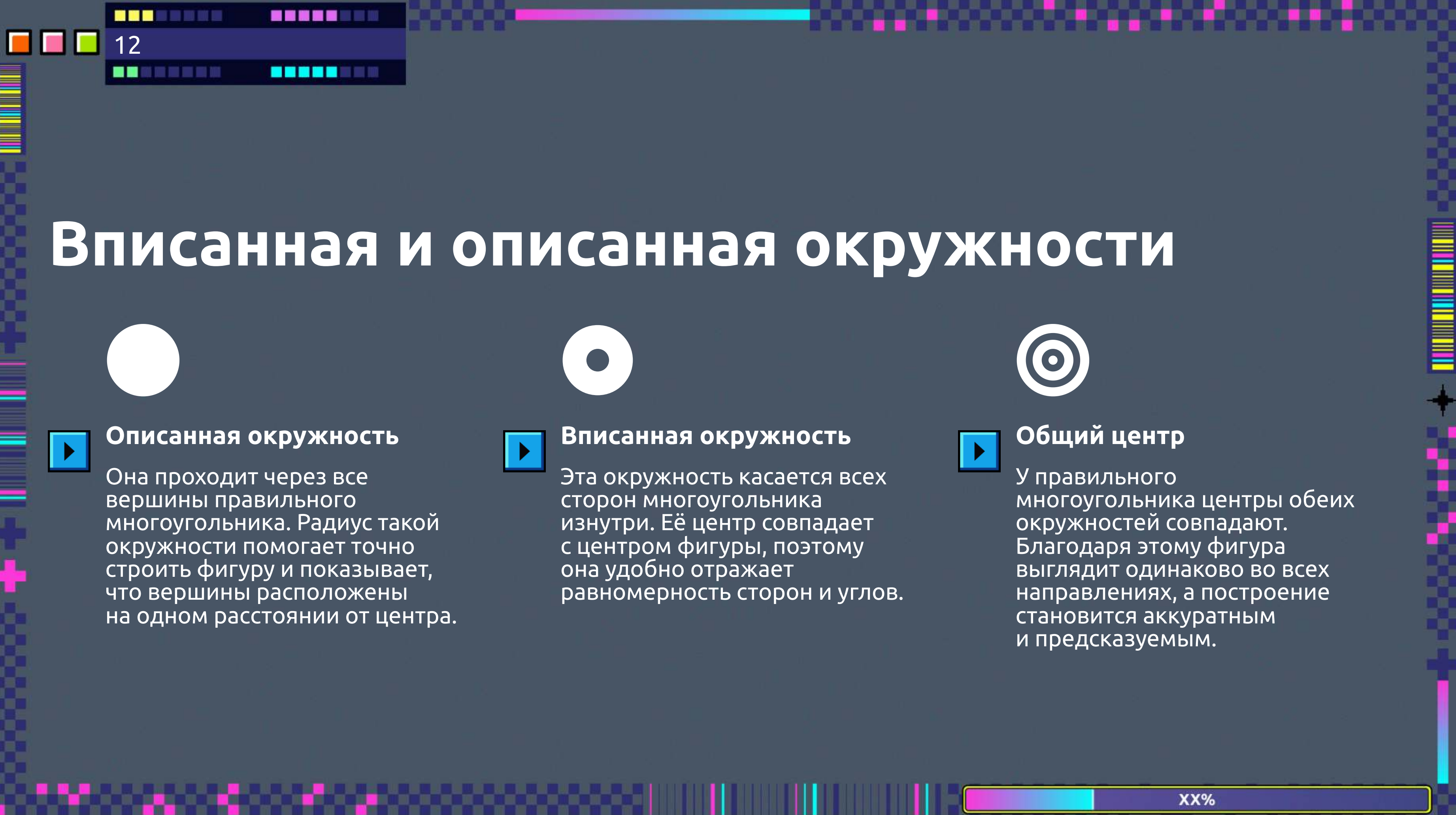
Сравнение первых правильных многоугольников

Фигура	Стороны	Внутр. угол	Оси симметрии
Треугольник	3	60°	3
Квадрат	4	90°	4
Пятиугольник	5	108°	5
Шестиугольник	6	120°	6

В таблице сопоставлены первые правильные многоугольники: треугольник, квадрат, пятиугольник и шестиугольник. Показаны их углы, число сторон и осей симметрии.

Чем больше сторон, тем больше внутренний угол; число осей симметрии у правильной фигуры равно числу её сторон.

Формулы правильных многоугольников и стандартные свойства симметрии из курса геометрии 9 класса.



Вписанная и описанная окружности



Описанная окружность

Она проходит через все вершины правильного многоугольника. Радиус такой окружности помогает точно строить фигуру и показывает, что вершины расположены на одном расстоянии от центра.



Вписанная окружность

Эта окружность касается всех сторон многоугольника изнутри. Её центр совпадает с центром фигуры, поэтому она удобно отражает равномерность сторон и углов.

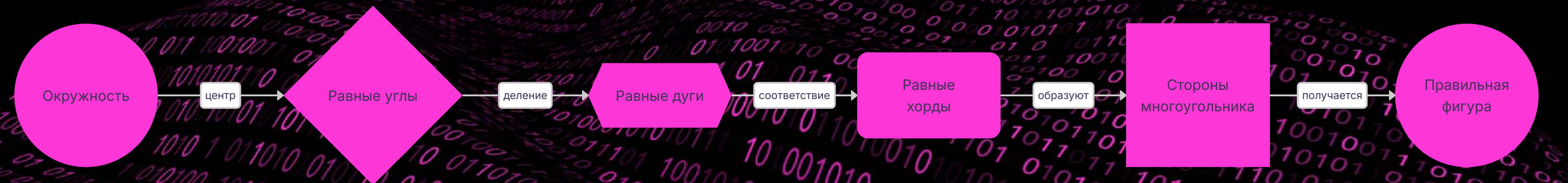


Общий центр

У правильного многоугольника центры обеих окружностей совпадают. Благодаря этому фигура выглядит одинаково во всех направлениях, а построение становится аккуратным и предсказуемым.

Связь окружности и правильного многоугольника

Построение основано на делении окружности на равные части и использовании равных центральных углов.



Правильный шестиугольник в природе и технике



Пчелиные соты

В природе шестиугольная форма встречается в сотах, потому что одинаковые ячейки плотно прилегают друг к другу без пустот. Такая структура экономит материал и делает поверхность очень прочной. Именно поэтому пчелиные соты часто приводят как наглядный пример правильного шестиугольника.



Техника и дизайн

Шестигранная форма удобна и в технике: её легко увидеть в гайках, разметке и плиточных узорах. Одинаковые стороны и углы позволяют точно соединять детали и создавать аккуратные покрытия. На изображениях такие элементы обычно выглядят строгими, повторяющимися и очень упорядоченными.

**Формула суммы внутренних углов многоугольника: $(n-2) \times 180^\circ$.
Учебный пример для 9 класса.**

Какие правильные многоугольники заполняют плоскость



Треугольники

Равносторонние треугольники удобно укладываются вокруг точки: их углы точно составляют 360° . Поэтому такая мозаика не оставляет промежутков и часто используется в узорах.



Шестиугольники

Правильные шестиугольники заполняют плоскость без щелей благодаря удачному соотношению их углов. Такая форма встречается в природных и искусственных структурах, где важны плотность и устойчивость.



Квадраты

Квадраты тоже полностью покрывают плоскость, потому что четыре прямых угла дают ровно 360° вокруг общей вершины. Это делает квадрат особенно удобным для плитки и сеток.

Формулы внешнего угла и проверка правильности

Таблица показывает связь между числом сторон, внешним и внутренним углами, а также признаком правильной фигуры.

Если все внешние углы равны и их сумма равна 360° , фигура может быть правильной; равенство только сторон или только углов недостаточно.

Формулы внешнего и внутреннего угла правильного многоугольника из школьного курса геометрии.

п	Внешний	Внутренний	Признак
3	120°	60°	правильн.
4	90°	90°	правильн.
5	72°	108°	правильн.

Типичные ошибки при работе с правильными многоугольниками

1 Только стороны

Нельзя считать фигуру правильной лишь потому, что у неё равные стороны.
Без проверки углов легко получить неверный ответ, особенно в задачах на распознавание и построение.

2 Только углы

Иногда ученики смотрят только на одинаковые углы и забывают о сторонах.
Но для правильного многоугольника обе проверки обязательны: нужны и равные стороны, и равные углы.

3 Путаница симметрий

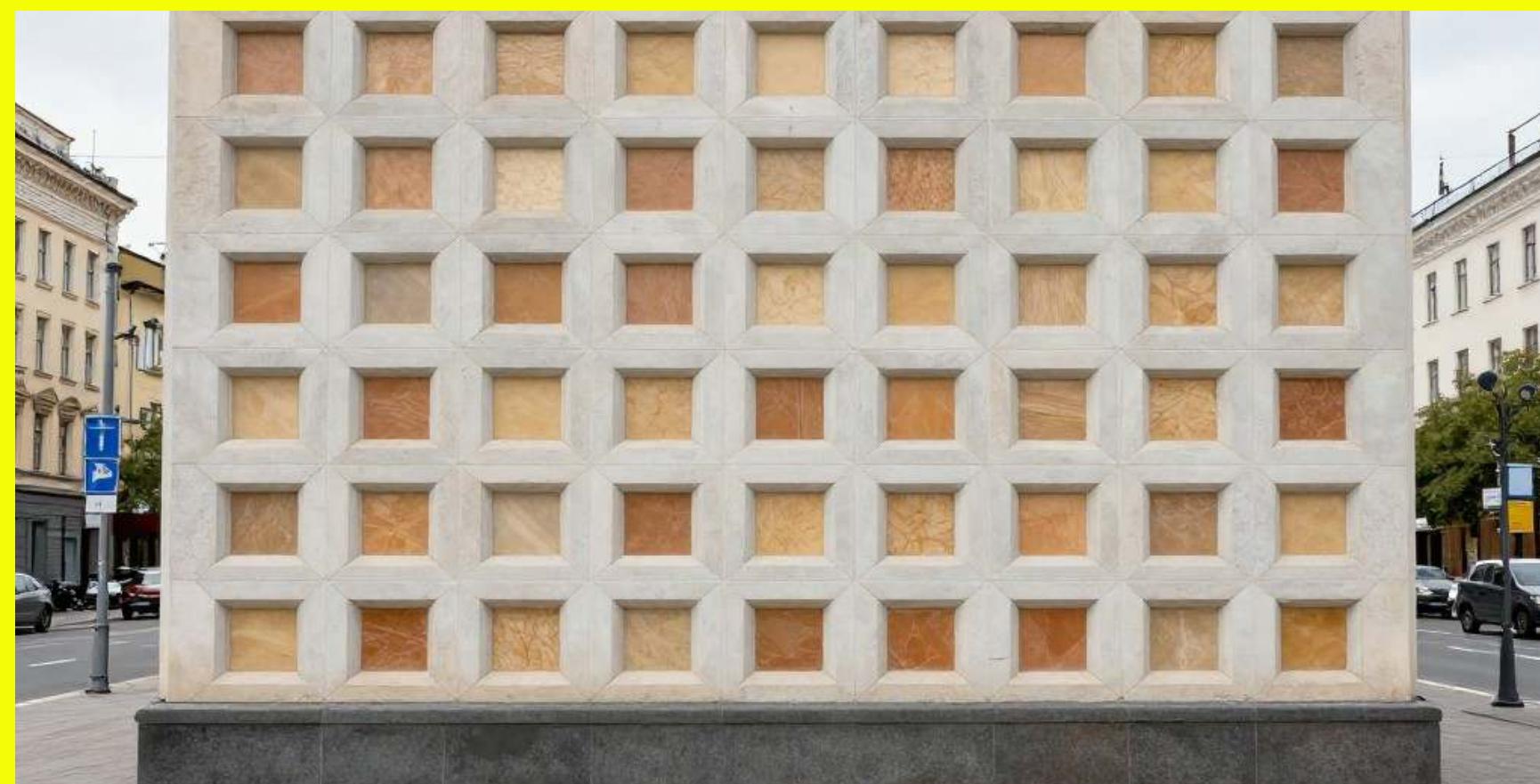
Осевая симметрия и центр симметрии — не одно и то же.
У правильных фигур они связаны, но проверять нужно отдельно, чтобы не перепутать свойства.

4 Без формул

Формулы помогают быстро убедиться в правильности фигуры.
Если подставить число сторон, можно сразу найти углы и проверить, совпадает ли результат с условием задачи.

Практическое применение свойств правильных многоугольников

- 
Архитектура
 Правильные многоугольники помогают создавать симметричные элементы зданий, декоративные решётки и планировки. Повторяющаяся форма делает конструкции зрительно упорядоченными и легко узнаваемыми.
- 
Орнаменты и плитка
 В узорах и покрытии пола такие фигуры ценят за точное повторение и возможность аккуратно соединять элементы. Это особенно заметно в мозаиках и декоративной плитке.
- 
Дорожные знаки
 Симметричная форма помогает знакам быть заметными и понятными. Равные стороны и углы делают контур аккуратным, а образ — хорошо запоминающимся для водителей и пешеходов.
- 
Компьютерная графика
 В цифровых изображениях правильные многоугольники используют для построения сеток, моделей и интерфейсов. Симметрия облегчает расчёты и делает картинку точной и чистой.



Что важно запомнить о правильных многоугольниках

Правильный многоугольник узнают по равным сторонам, равным углам и симметрии. Его свойства удобно выражать формулами, а связь с окружностью помогает строить фигуры и видеть их применение в жизни.