

Прямая и обратная пропорциональности

Две важные зависимости, которые встречаются в задачах и жизни.

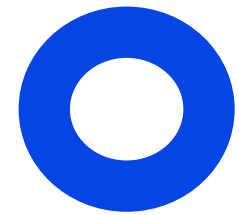


Зачем изучать пропорциональности в 6 классе?



Эта тема помогает связывать числа, формулы, таблицы и графики. На ней удобно учиться решать задачи про покупки, движение, работу и расход материалов, то есть применять математику в знакомых жизненных ситуациях.

Зависимость величин и таблица значений



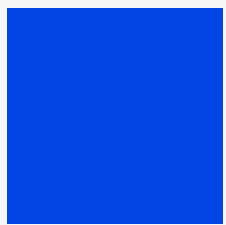
Если значение одной величины изменяется при изменении другой, её называют зависимой. Обычно такие величины обозначают буквами x и y .



Если отношение или произведение остаётся постоянным, связь относят к пропорциональной. Именно по этому признаку её можно распознать в задаче.



Чтобы увидеть связь между величинами, составляют таблицу значений. В ней удобно сравнивать пары чисел и замечать, как меняется зависимость.



Прямая пропорциональность: формула и пример

Формула зависимости

Прямая пропорциональность записывается формулой $y = kx$, где k — коэффициент пропорциональности. Если x увеличивается, то y меняется в том же направлении и в том же отношении.

Жизненный пример

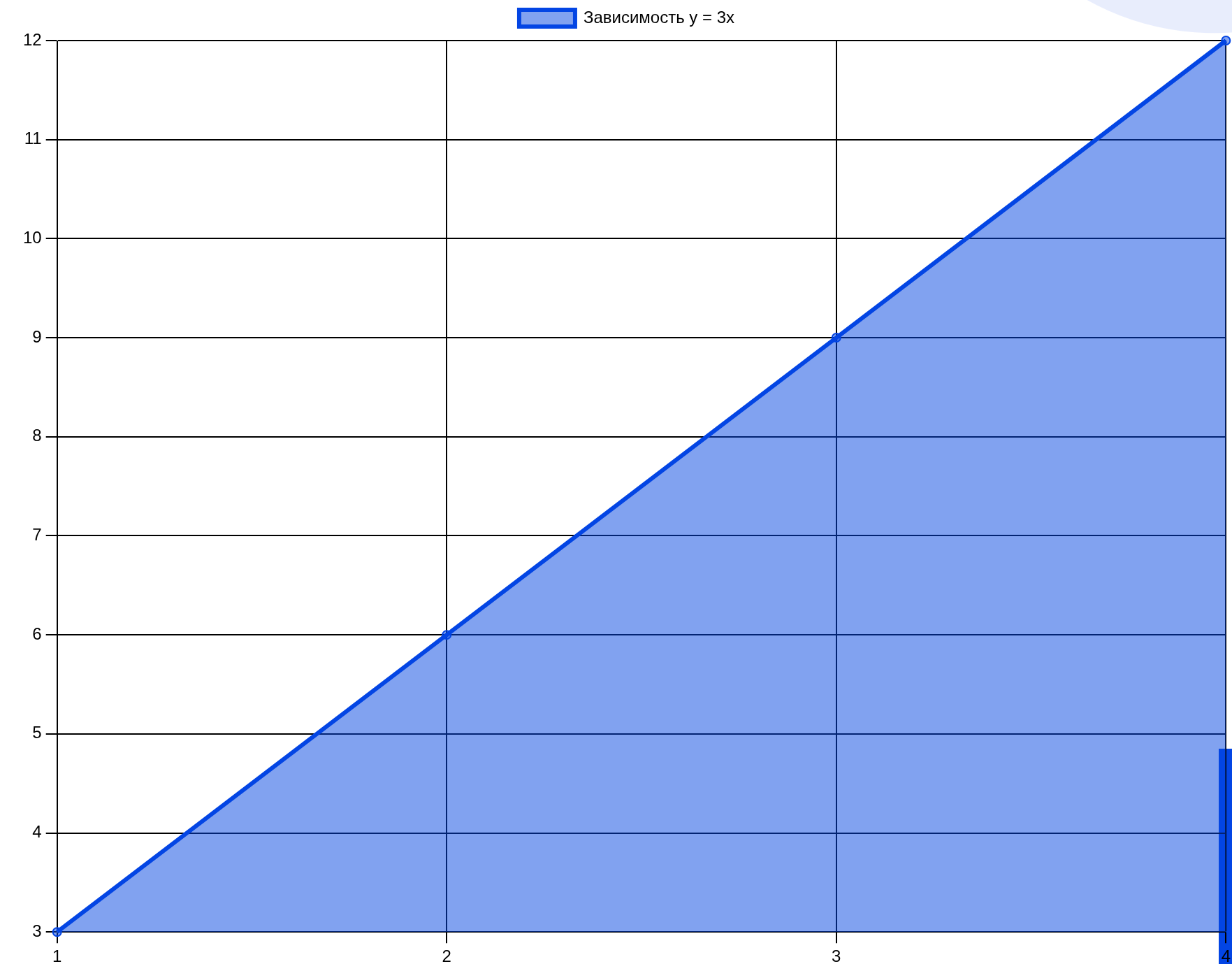
Например, при одинаковой цене одной тетради стоимость покупки зависит от количества тетрадей. Чем больше тетрадей, тем больше сумма, а зависимость сохраняется по одной и той же формуле.



Как меняются значения при прямой пропорции

При такой зависимости удобно заранее вычислять значение для любого нового x по уже известному коэффициенту.

Точки образуют прямую, а разность между соседними значениями y остаётся постоянной.



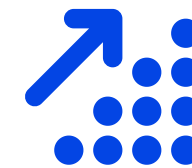
Составлено по формуле $y = 3x$.

Признаки прямой пропорциональности



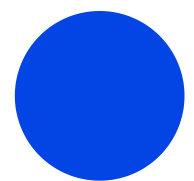
Постоянное отношение

Отношение y/x не меняется и всегда равно коэффициенту k . По этому признаку можно проверить, действительно ли зависимость прямая, а не просто похожая на неё.



Одинаковое изменение

Если x увеличивается в несколько раз, то y увеличивается во столько же раз. Это удобно видеть в таблице значений и при решении текстовых задач.



Начало координат

При $x = 0$ значение y тоже равно 0. Поэтому график прямой пропорциональности обязательно проходит через начало координат и не смещён в сторону.

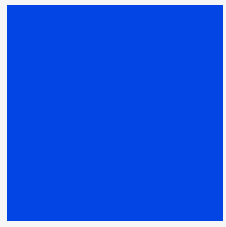


Примеры прямой пропорциональности

В таблице показаны ситуации, формулы и величины, которые остаются постоянными.

Во всех случаях одна величина изменяется согласованно с другой, поэтому зависимость остаётся прямой.

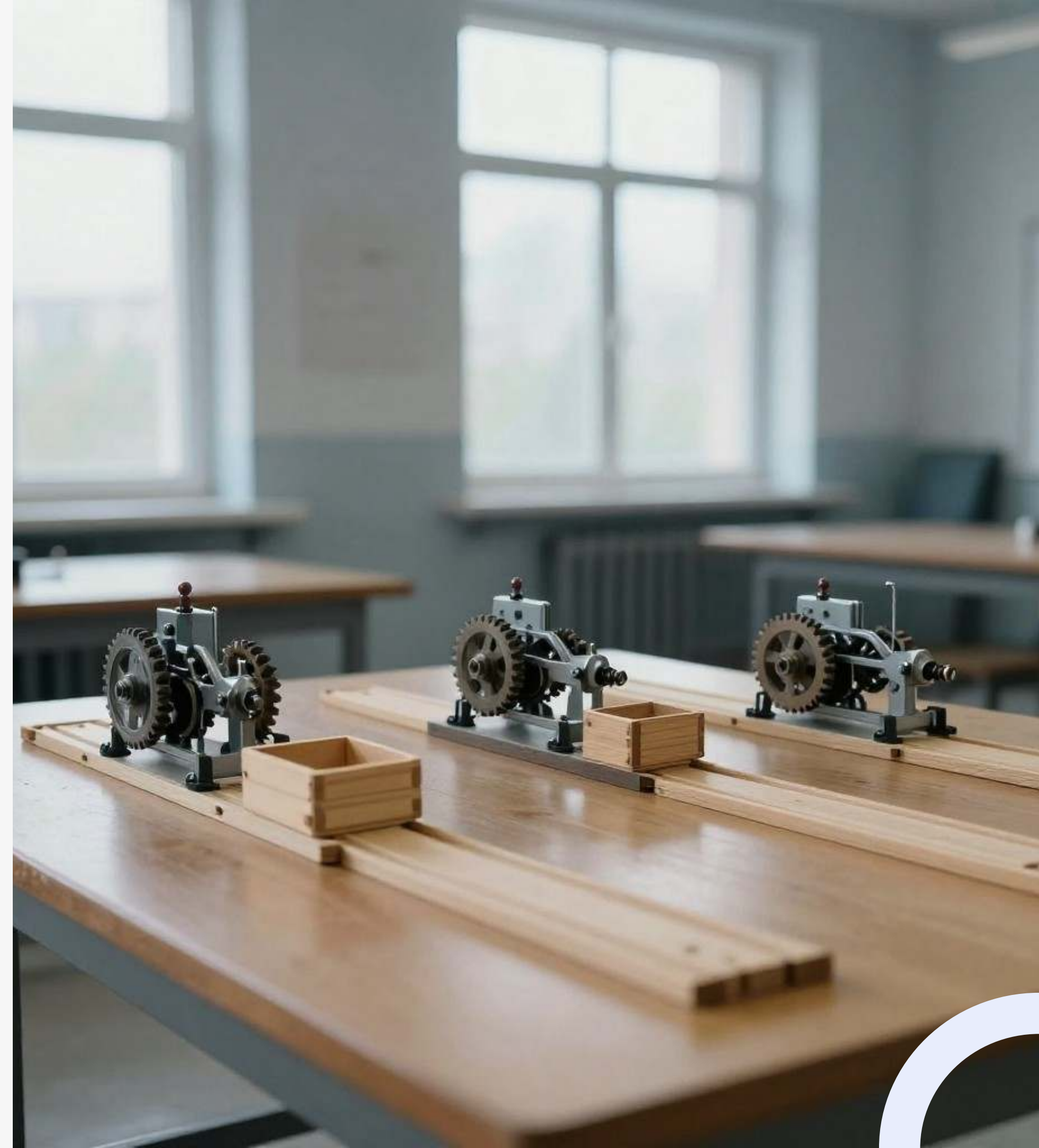
Ситуация	Формула	Постоянно
Цена и количество	$y = kx$	Цена за 1
Путь и время	$s = vt$	Скорость
Масса и объём	$m = \rho V$	Плотность



Обратная пропорциональность: формула и пример

Обратная пропорциональность задаётся формулой $y = k/x$, где k — постоянное произведение. Если x становится больше, y уменьшается, а при уменьшении x значение y возрастает.

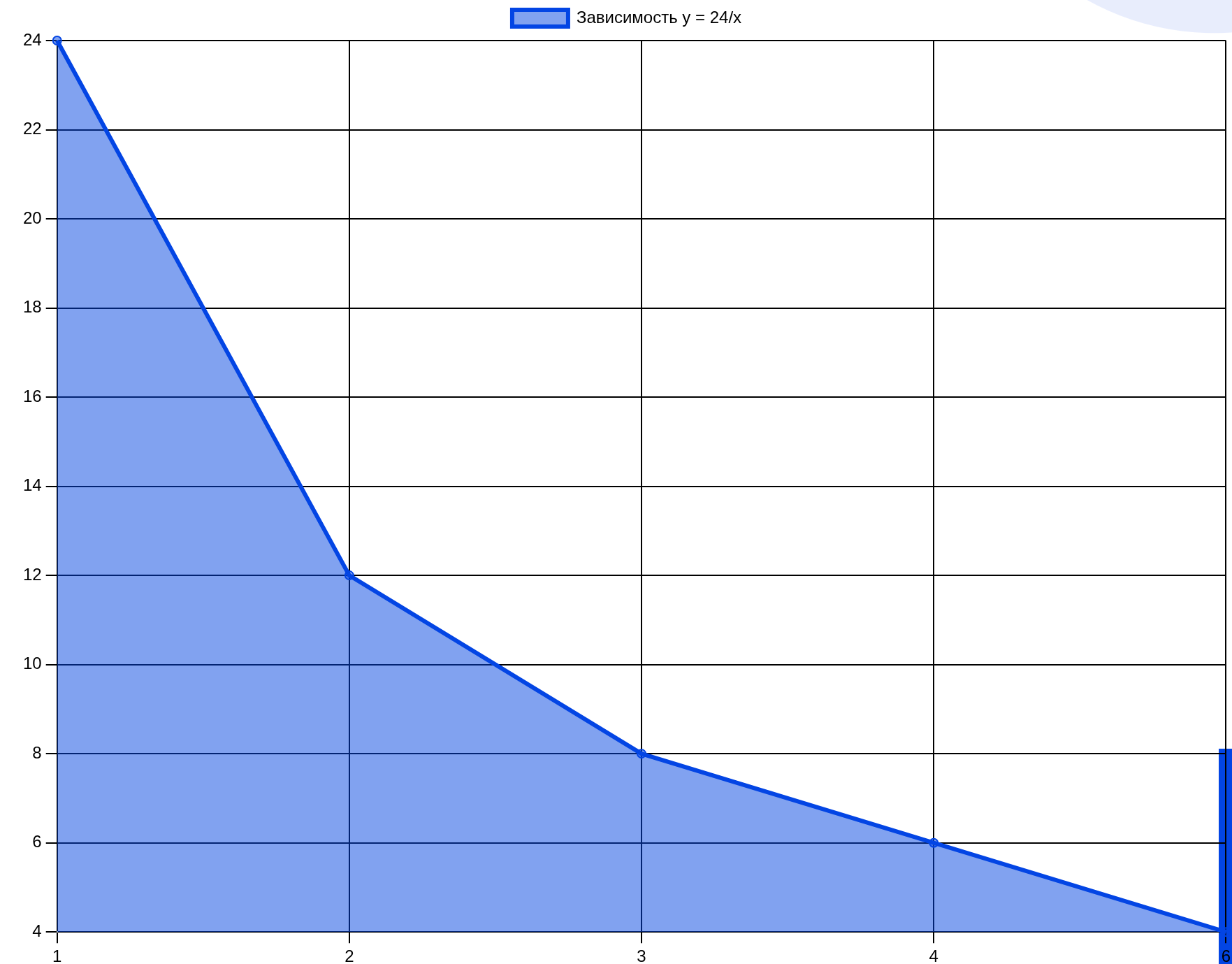
Такую зависимость можно увидеть в задачах о работе. Чем больше одинаковых исполнителей выполняют одно и то же дело, тем меньше времени требуется каждому на общий результат.



Как меняются значения при обратной пропорции

Чем больше значение x , тем более плавно уменьшается y ; это хорошо видно при сравнении соседних точек.

Произведение $x \cdot y$ остаётся равным 24, а график показывает убывание без прямой линии.



Составлено по формуле $y = 24/x$.

Признаки обратной пропорциональности

1. Произведение $x \cdot y$ остаётся постоянным и равно k . Это главный признак обратной пропорциональности, по которому можно быстро проверить таблицу значений.
2. Если одна величина увеличивается в несколько раз, другая уменьшается во столько же раз. Изменение происходит в противоположных направлениях, но с одинаковым множителем.
3. График такой зависимости не является прямой. Он имеет вид кривой, поэтому по форме линии можно отличить её от прямой пропорциональности.
4. Обратная пропорциональность часто встречается в задачах о совместной работе, времени, скорости и числе исполнителей, где одна величина компенсирует изменение другой.

Сравнение двух видов пропорциональности

Признак	Прямая	Обратная
Формула	$y = kx$	$y = k/x$
Постоянно	y/x	$x \cdot y$
Изменение	в одном направлении	в разных направлениях
График	прямая через (0,0)	кривая

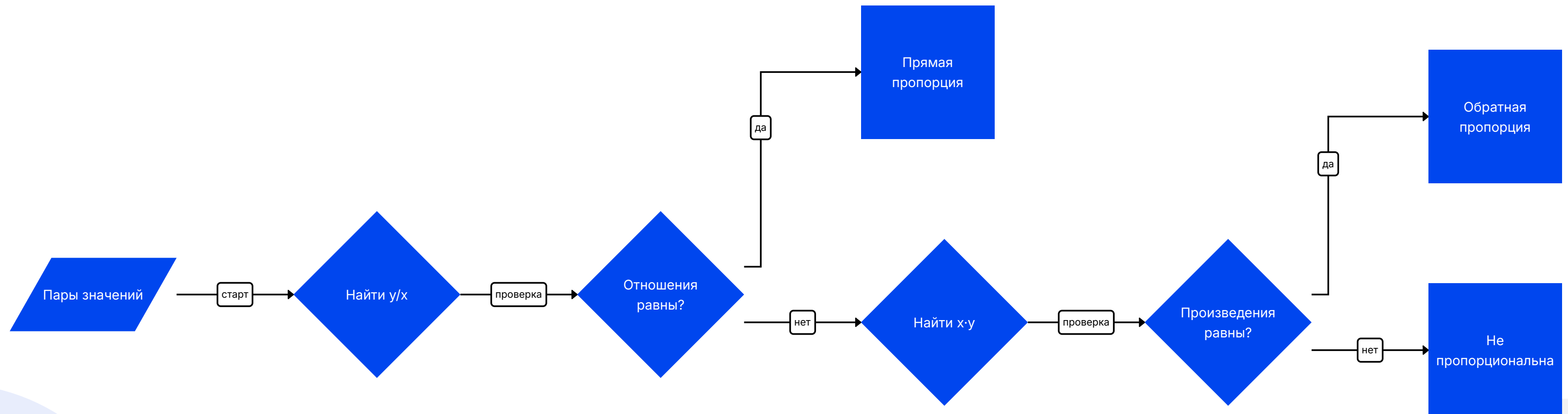
Сравнение показывает, по какому признаку отличают прямую и обратную пропорциональность в задачах, таблицах значений и на графиках.

Главное различие — что сохраняется постоянным: отношение или произведение. Это сразу помогает выбрать формулу и понять вид графика.

Обобщение правил из темы о пропорциональных зависимостях в курсе математики 6 класса.

Определи вид зависимости по таблице значений

Проверка по отношениям и произведениям для задач 6 класса.



Как решают задачи на прямую пропорциональность

1. Понимают условие

Сначала выясняют, какие величины связаны между собой: цена и количество, путь и время, расход и объём. Это помогает заметить, что обе величины растут или убывают вместе.

3. Применяют коэффициент

Затем нужное значение получают умножением на количество единиц. Так используют формулу $y = kx$ и быстро переходят от одной ситуации к другой.

2. Находят единицу

Удобно определить значение для одной единицы: цену одной тетради, путь за 1 час или расход на 1 метр. После этого вычисления становятся проще и понятнее.

4. Проверяют смысл ответа

В конце смотрят, совпадает ли результат с условием задачи. Если товара больше, то стоимость тоже должна быть больше, а при той же скорости время не должно уменьшаться.



Как решают задачи на обратную пропорциональность

01

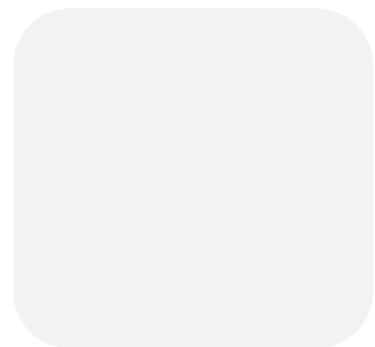
Сначала определяют, что при увеличении одной величины другая уменьшается: это видно в задачах про рабочих, машины, краны и время выполнения работы.

02

Затем находят постоянное произведение. Оно показывает общий объём работы, который не меняется, даже если число исполнителей или устройств становится больше.

03

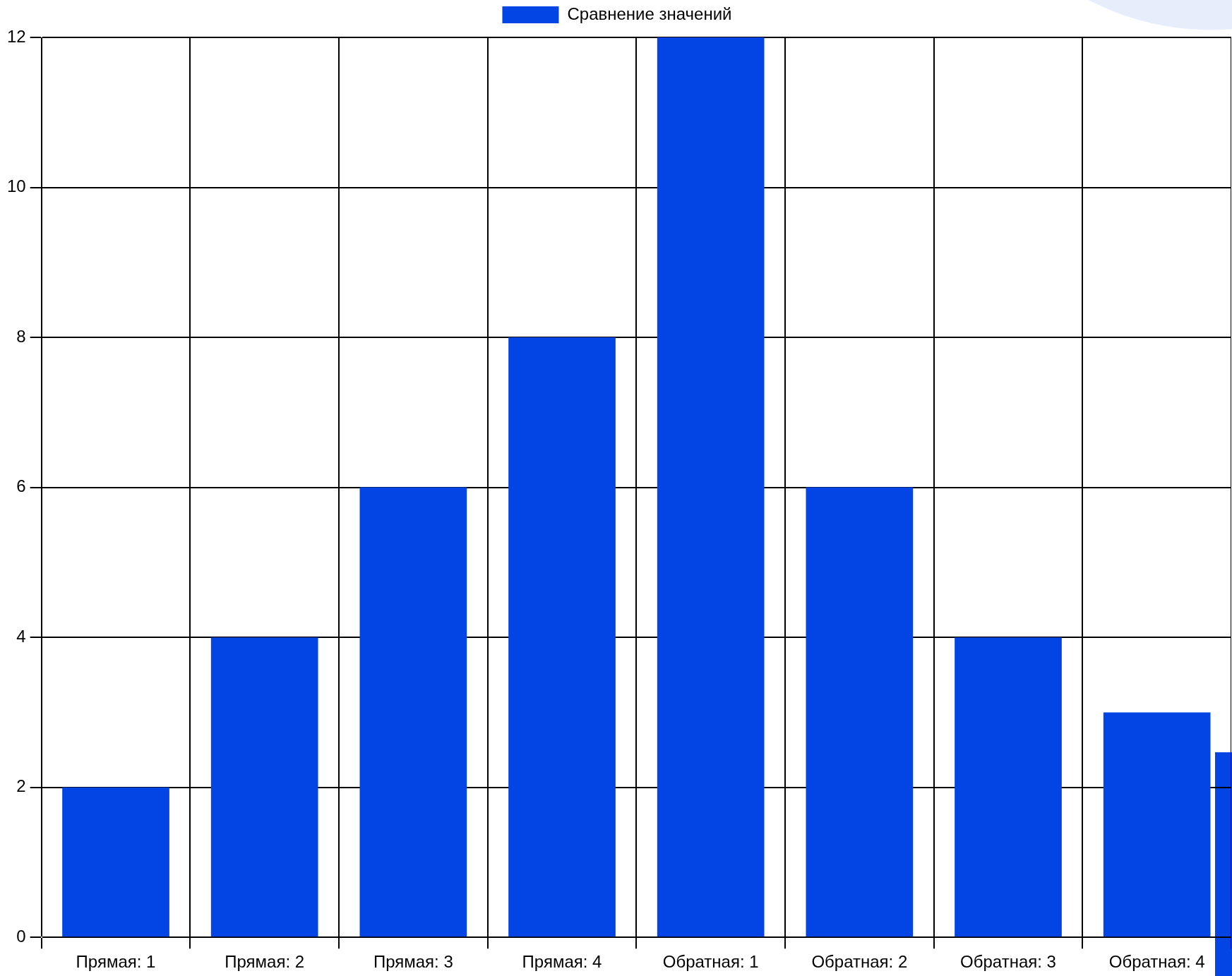
После этого подставляют новые данные и вычисляют неизвестное значение. Такой способ особенно удобен, когда нужно сравнить разные составы бригады или разные сроки выполнения.



Сравнение числовых примеров двух зависимостей

На диаграмме видно, как по-разному ведут себя значения при росте аргумента в двух видах зависимости.

В прямой пропорции значения увеличиваются вместе, а в обратной — уменьшаются при росте другой величины.



Числовые примеры по теме пропорциональности, составленные для иллюстрации формул $y = kx$ и $y = k/x$.

Графики на координатной плоскости

Прямая пропорциональность

График прямой пропорциональности — это прямая линия. Она обязательно проходит через начало координат, поэтому по ней легко проверить, подходит ли зависимость к формуле $y = kx$.

Обратная пропорциональность

График обратной пропорциональности состоит из двух ветвей кривой. Они расположены в разных частях плоскости, а форма линии показывает, что произведение $x \cdot y$ остаётся постоянным.



Частые ошибки при изучении темы

1

Путают отношение y/x с произведением $x \cdot y$, поэтому выбирают неверную формулу и получают неправильный вид зависимости уже на первом шаге решения.

2

Считают любую прямую на координатной плоскости прямой пропорциональностью, хотя для неё обязательно важно прохождение через точку $(0,0)$.

3

Ошибаются при нахождении коэффициента k : берут не те числа из таблицы или забывают, что его значение должно совпадать во всех парах.

4

Не проверяют крайние случаи, особенно $x = 0$, и из-за этого делают вывод, который не соответствует условию задачи.



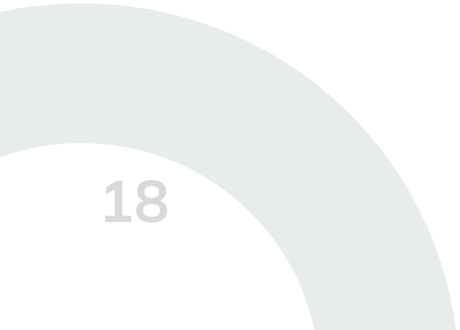
Алгоритм решения задач на пропорциональность

Пошаговая схема помогает не пропустить важные действия и выбрать правильный вид зависимости.

Последовательная проверка сначала выявляет вид зависимости, а затем приводит к вычислению ответа без лишних шагов.

Шаг	Действие	Результат
1	Выписать данные	Известны величины
2	Сравнить изменения	Выбран вид
3	Проверить y/x или $x \cdot y$	Найдена связь
4	Записать формулу	Модель задачи
5	Подставить числа	Найдено неизвестное
6	Проверить ответ	Ответ по смыслу

Учебный алгоритм решения задач на прямую и обратную пропорциональность в 6 классе.



Примеры из повседневной жизни



Покупки

Если купить больше одинаковых булочек, сумма станет больше. Здесь количество и стоимость изменяются в одном направлении, поэтому это прямая пропорциональность.



Совместная работа

Когда к уборке класса подключается больше учеников, работа обычно заканчивается быстрее. Время уменьшается при росте числа участников, значит связь обратная.



Движение

При постоянной скорости путь зависит от времени напрямую: чем дольше ехать, тем дальше получится добраться. Это удобный пример прямой пропорциональности.



Техника и быт

Расход материалов, число деталей или объём работы в домашних и школьных заданиях часто подчиняются пропорциональности. Такие примеры помогают увидеть математику в обычных делах.



Пропорциональности — важный инструмент для задач 6 класса

Прямая и обратная пропорциональности помогают описывать реальные ситуации, выбирать формулу, строить график и находить неизвестные значения быстро и точно.