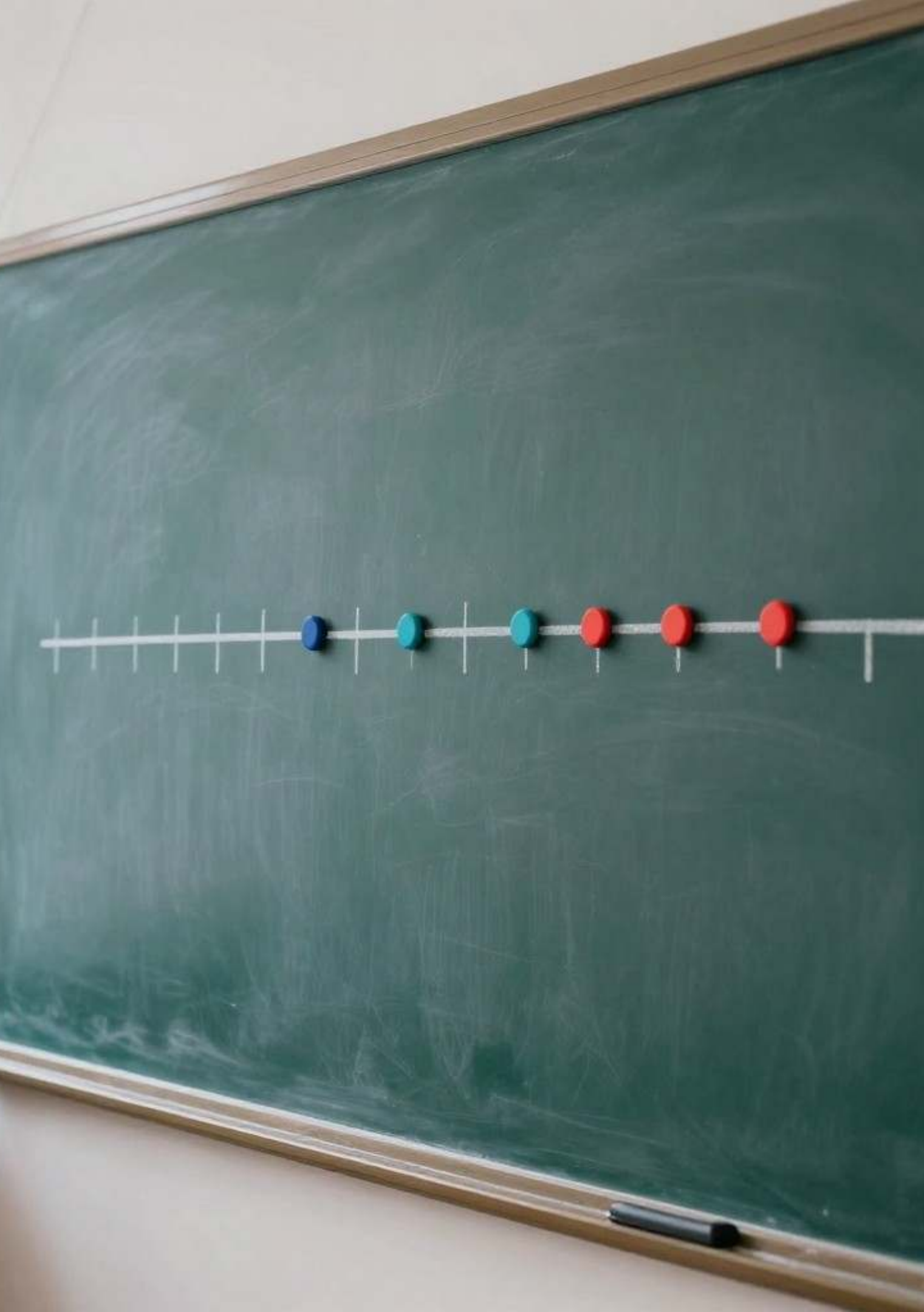
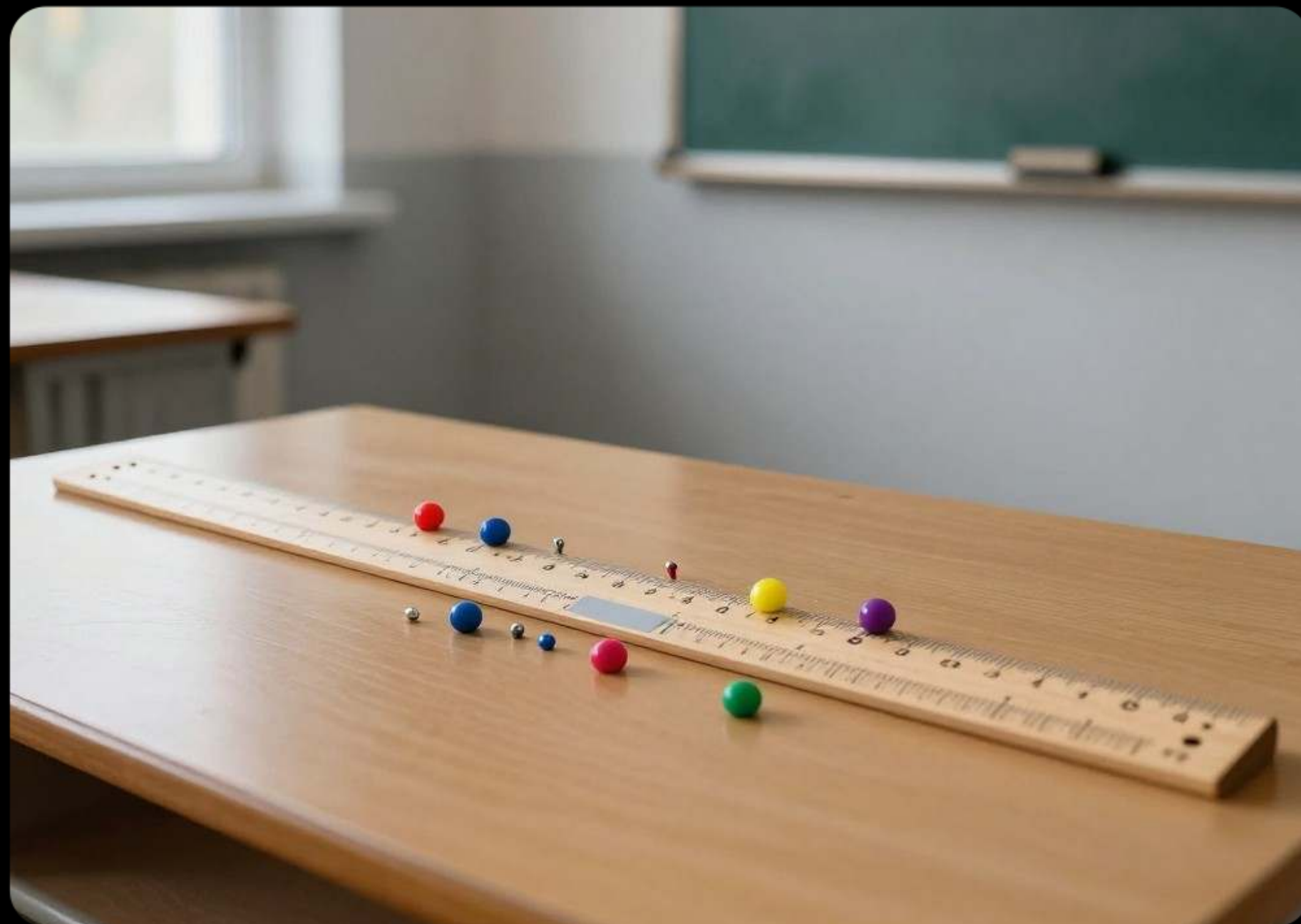




+ Множество точек на координатной прямой

Числа можно увидеть на прямой и записать
как множество точек.

Почему эта тема важна



Координатная прямая помогает быстро понять, какие значения подходят по условию, а какие нет. Эта запись удобна в неравенствах, задачах с ограничениями и жизненных ситуациях, где нужно выбрать допустимый диапазон значений.

Что такое координатная прямая

01.

Начало отсчёта

На координатной прямой выбирают точку ноль, от которой отсчитывают все остальные положения. Она служит отправной точкой для сравнения чисел и построения множеств.

02.

Единичный отрезок

Расстояние между соседними целыми числами называют единичным отрезком. Оно помогает одинаково откладывать числа на прямой и точно понимать, где находится каждая точка.

03.

Направление прямой

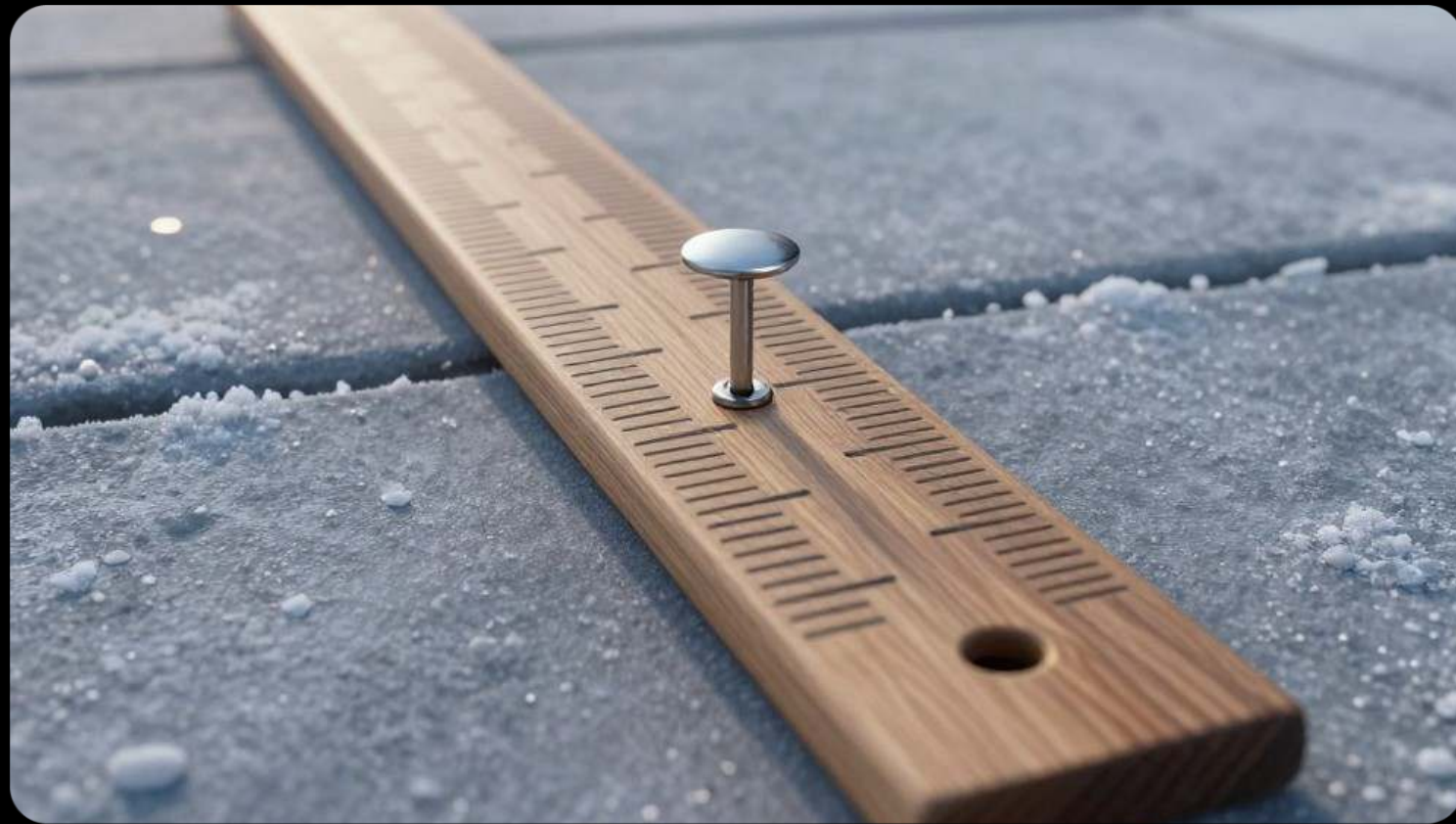
Обычно вправо откладывают большие числа, а влево — меньшие. Благодаря выбранному направлению легко увидеть, какие значения положительные, отрицательные и равны нулю.

04.

Связь числа и точки

Каждому числу соответствует одна точка, и каждой точке — одно число. Поэтому координатная прямая удобна для наглядной записи множеств чисел и решений задач.

Координата точки на прямой



Точка в начале отсчёта

Число 0 задаёт начало координатной прямой. Если точка отмечена в нуле, сразу видно, что она не смещена ни вправо, ни влево. Это удобно при сравнении остальных точек и при построении рисунков с несколькими значениями.



Слева и справа от нуля

Точки с координатами 2, 5 и 7 расположены справа от нуля, потому что их значения положительные. Точки -1 , -3 и -6 лежат слева, так как их координаты отрицательные. Такое расположение помогает быстро различать числа на рисунке.

ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МНОЖЕСТВ ТОЧЕК

Вид	Запись	Границы
Отрезок	$[a; b]$	включены
Интервал	$(a; b)$	исключены
Луч	$[a; +\infty)$	одна граница
Полуинтервал	$[a; b)$	одна включена

В записи множеств важны границы и знаки скобок: они показывают, включается ли крайнее число в ответ.

Квадратные скобки обозначают включение границы, круглые — исключение. Если множество бесконечно, используют луч; если ограничено с одной стороны, — полуинтервал.

Школьный курс алгебры: запись промежутков на числовой прямой

Отрезок на координатной прямой

01.

Две границы

Отрезок задаётся двумя числами a и b и включает все точки между ними. На прямой он выглядит как непрерывная часть без разрывов.

02.

Запись в скобках

Для отрезка используют запись $[a; b]$, где обе границы входят в множество. Это означает, что крайние значения тоже являются ответом.

03.

Пример с числами

Если $a = 2$ и $b = 7$, в отрезок входят 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Между ними нет пропусков, поэтому запись удобна для точных ограничений.

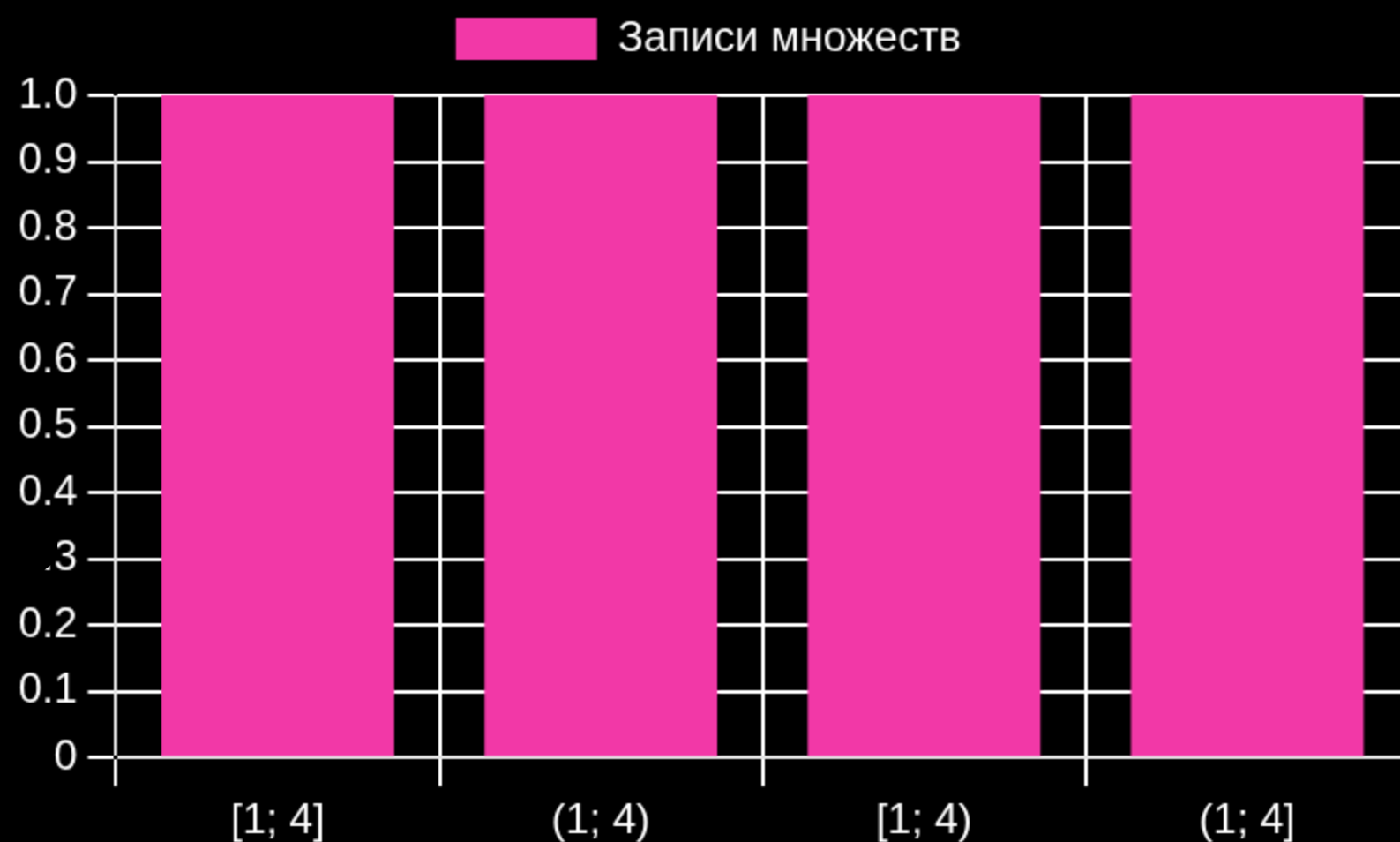
04.

Когда он нужен

Отрезок используют, когда требуется указать все значения от одной границы до другой. Он часто встречается в задачах, где важно сохранить и нижний, и верхний предел.



Как скобки показывают границы множества



Каждая запись задаёт свой способ

- показать границы на прямой, даже если числа одинаковые.

Вид скобки определяет, входит ли крайняя точка в множество. Квадратная скобка

- означает включение, круглая — исключение.

Школьные обозначения промежутков на координатной прямой

Интервал и промежуток



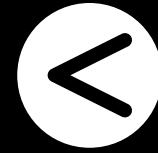
Только внутри

Интервал содержит числа, которые лежат строго между двумя границами. Сами границы в ответ не входят, поэтому на концах ставят пустые точки.



Запись (a; b)

Для интервала используют круглые скобки: $(a; b)$. Такая форма показывает, что рассматриваются только значения между a и b , без самих концов.



Условия сравнения

Интервал удобно применять к неравенствам вида $x > a$ и $x < b$. Он помогает сразу увидеть, какие значения больше одной границы и меньше другой.

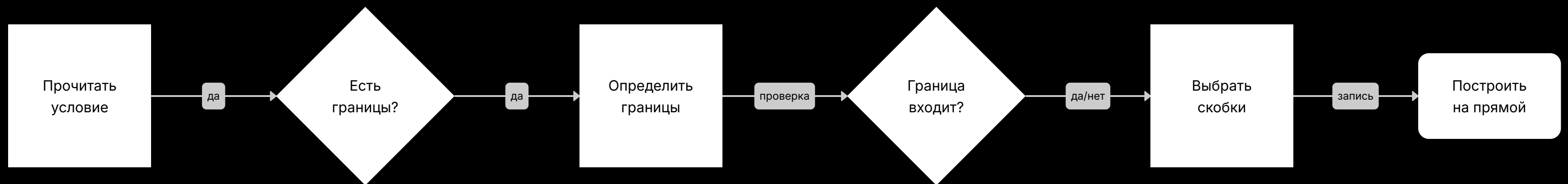


На прямой

На рисунке интервал изображают как часть прямой между двумя пустыми точками. Такой способ записи нагляден и легко читается даже без длинного текста.

Как читать запись множества

Последовательность действий при переводе неравенства или словесного условия в запись на прямой



Луч и полуинтервал

01.

Луч без конца

Луч начинается в одной точке и продолжается бесконечно в одну сторону. На прямой его показывают стрелкой, чтобы было видно бесконечное продолжение.

02.

Полуинтервал

Полуинтервал имеет одну включённую границу и одну исключённую. Его записывают как $[a; b)$ или $(a; b]$, в зависимости от того, какая граница входит.

03.

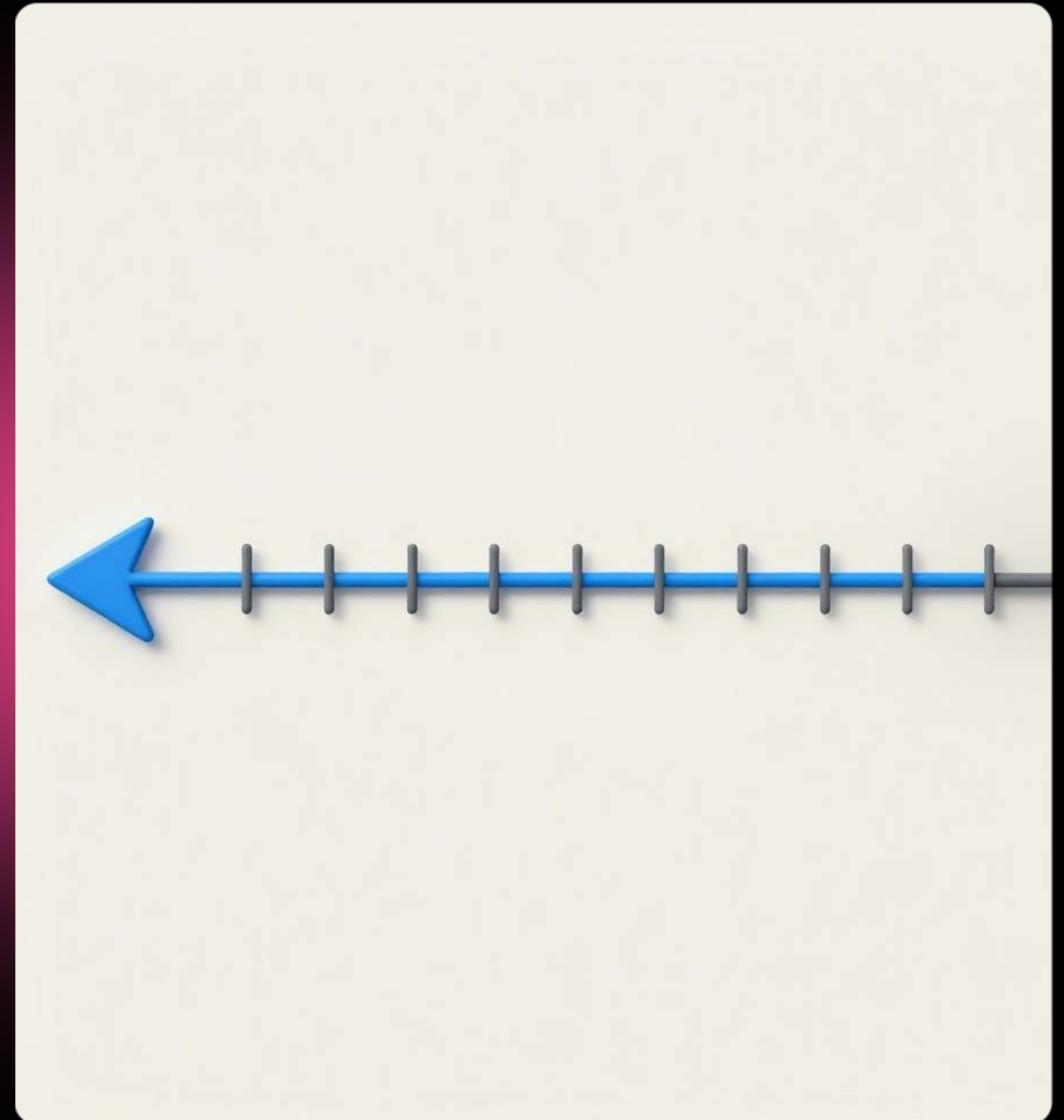
$+\infty$ и $-\infty$

Если множество идёт вправо, используют запись с $+\infty$, а если влево — с $-\infty$. Эти символы показывают бесконечное продолжение и не являются числами.

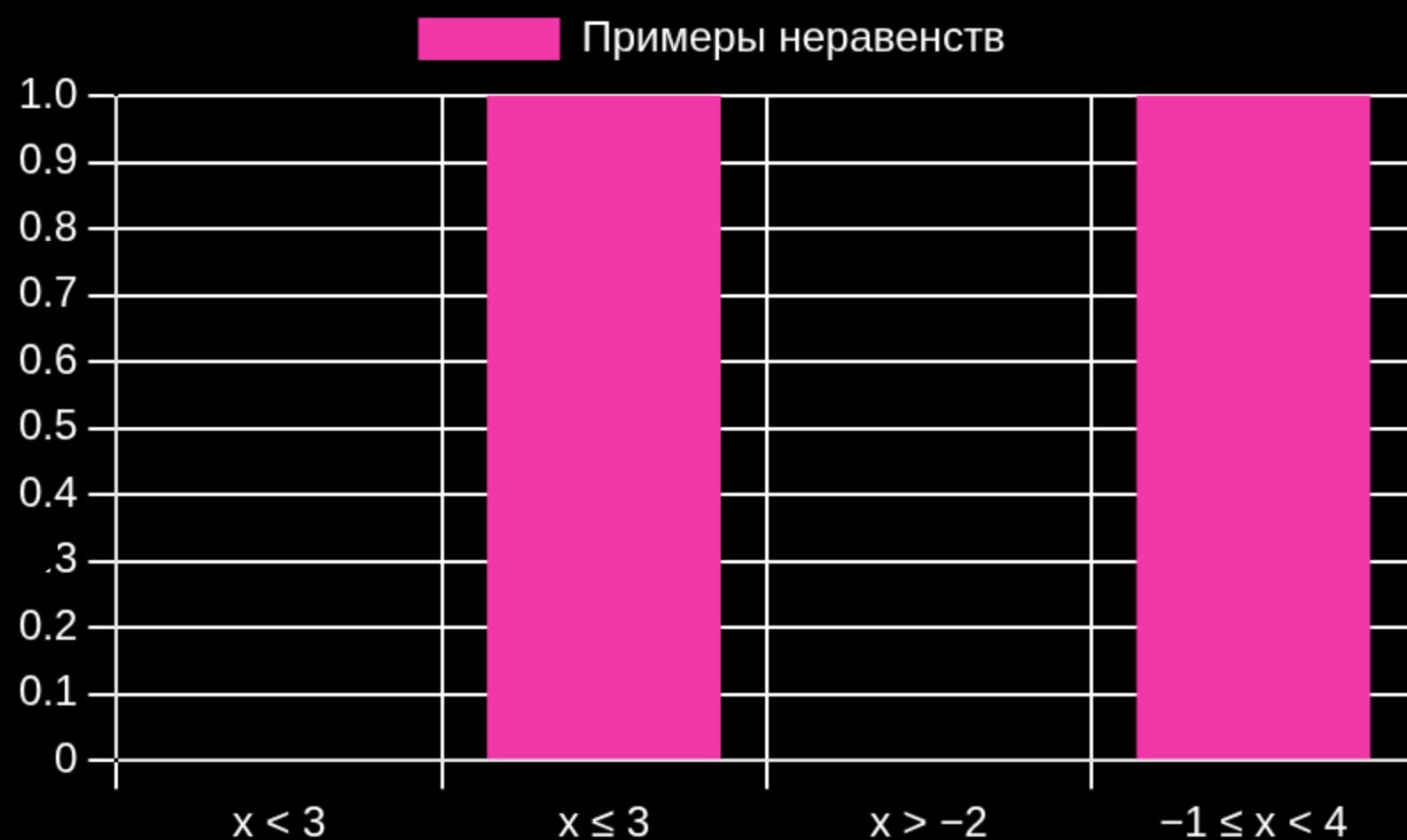
04.

Точки на рисунке

В начальной точке луча ставят закрашенную или пустую точку. Такой знак помогает сразу понять, входит ли первое значение в множество.



Неравенства как множества решений



- На координатной прямой видно, какие границы включены в ответ, а какие исключены. Это удобно при проверке решений и построении промежутков.
- Знак неравенства сразу показывает, входит ли граничное число в множество решений.

Учебный материал по теме «Множества точек на координатной прямой»

Объединение и пересечение множеств

Объединение

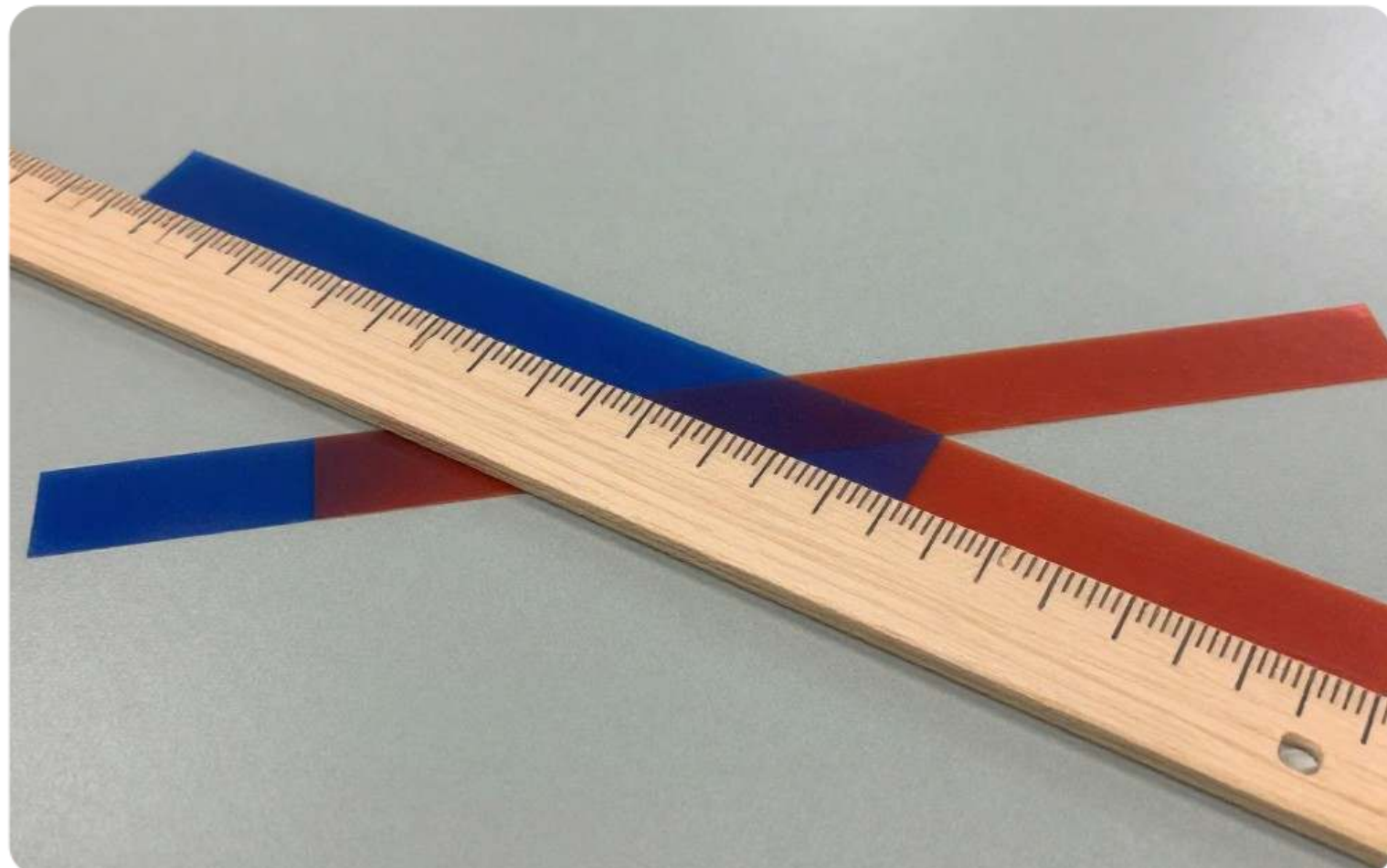
- Объединение собирает все точки, которые принадлежат хотя бы одному из двух множеств. На прямой это видно как полное покрытие обеих фигур без пропусков.

Пересечение

- Пересечение оставляет только общую часть. Если промежутки перекрываются, именно этот участок и будет решением, удовлетворяющим сразу двум условиям.

Когда это нужно

- Такие операции используют в задачах с несколькими ограничениями, например когда значение должно одновременно подходить по двум неравенствам или по двум условиям из текста.



Три записи одного и того же множества

- Один и тот же промежуток можно показать неравенством, записью в скобках и словами.
- Разные записи описывают одно множество, если совпадают границы и их включённость.

Учебный пример по теме

Форма	Запись	Смысл
Неравенство	$1 \leq x < 5$	от 1 до 5
Скобки	$[1; 5)$	1 входит, 5 нет

Температура в реальной задаче



- **Когда нужен знак «больше»**

В теплице растениям требуется температура выше 15°C . Тогда подойдут все значения, которые больше этой границы. На термометре и прямой это удобно показать одной открытой точкой у числа 15.

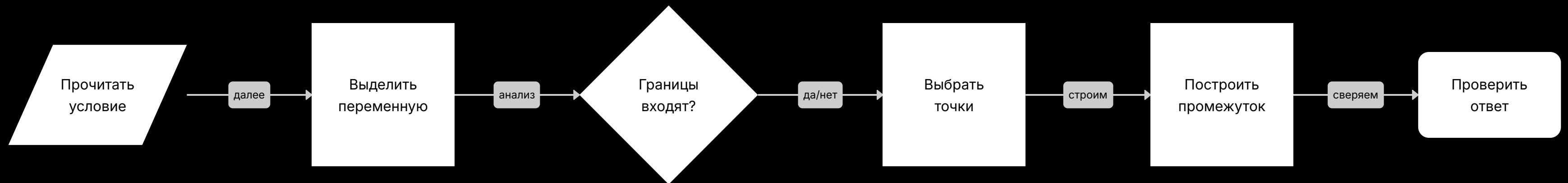


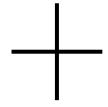
- **Когда нужен знак «не больше»**

Если лекарство хранится при температуре не выше 15°C , условие становится строгим ограничением сверху. На рисунке граница 15 отмечается закрашенной точкой, потому что она тоже подходит.

Как работать с неравенством на прямой

Последовательность действий при переводе условия в графическую запись





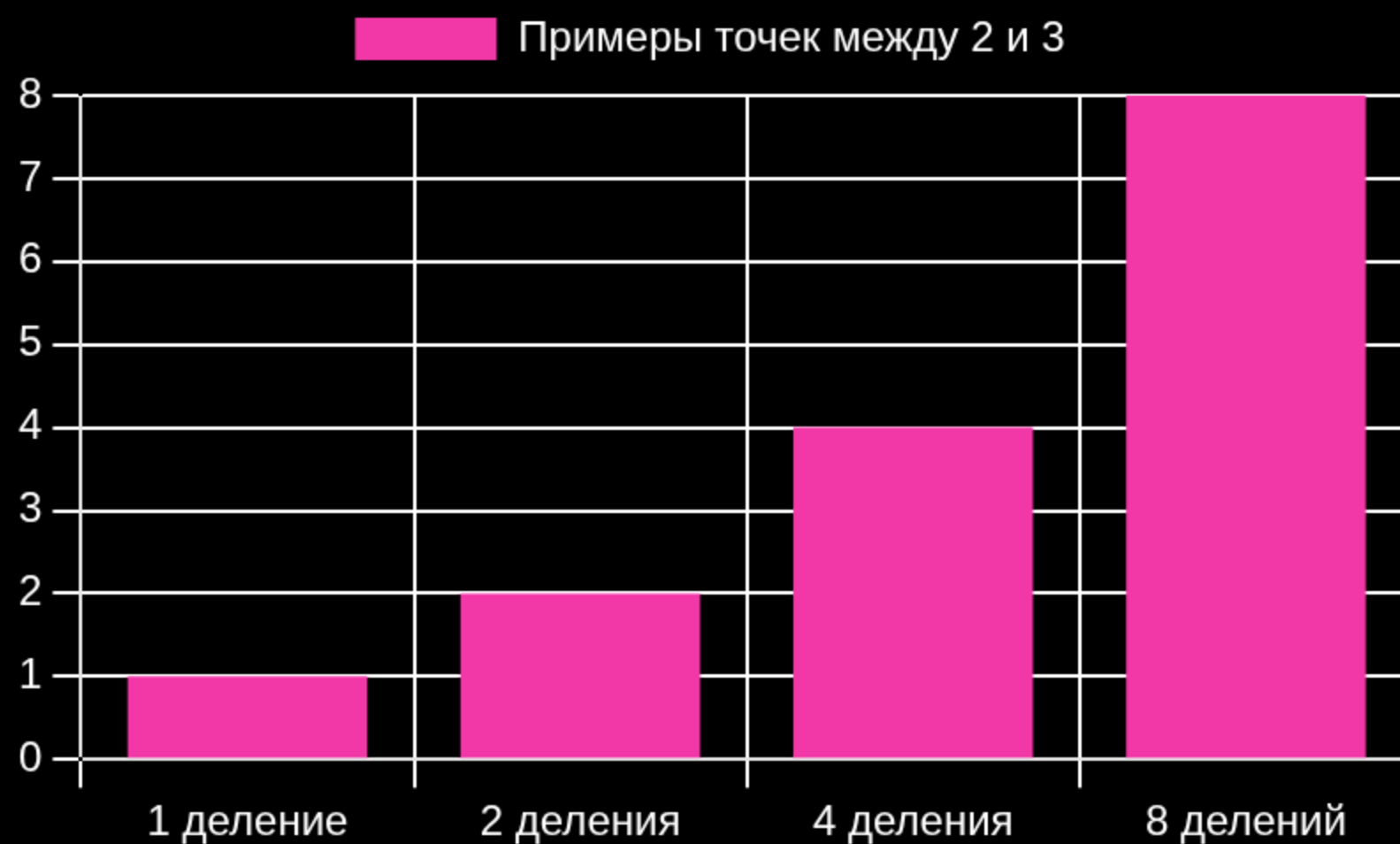
Модуль разности показывает, насколько далеко точки расположены друг от друга. Эта формула работает и для положительных, и для отрицательных чисел.

7

получается, если точки с координатами 2 и 9 находятся на одной прямой.

Правило нахождения расстояния между точками на координатной прямой

Внутри промежутка точек бесконечно много



Чем подробнее деление прямой, тем больше разных чисел можно указать между двумя границами. Промежуток не исчерпывается конечным числом отметок.

Количество возможных точек

- в промежутке не ограничено: между двумя числами всегда можно найти ещё одно.

Учебный материал по теме «Множества точек на координатной прямой»

Типичные ошибки при работе с множествами точек



Путают скобки

Круглые скобки часто принимают за квадратные, хотя они означают разный смысл. Из-за этого граница либо ошибочно включается, либо неверно исключается.



Неверно читают знаки

Знаки $<$, $>$, $\leq$ и $\geq$ нужно читать внимательно. Если перепутать их значение, ответ на координатной прямой окажется в противоположной стороне.



Забывают про границу

Иногда ученик правильно выбирает промежуток, но не отмечает, входит ли крайняя точка в множество. Тогда рисунок и запись перестают совпадать.



Неправильно понимают промежуток

Многие считают, что между двумя числами может быть только несколько значений. На самом деле между ними всегда есть ещё числа, и это важно помнить.

Мини-практика по теме

Неравенство	Скобки	Словами
$x \geq -1$	$[-1; +\infty)$	от -1 и выше
$0 < x \leq 4$	$(0; 4]$	больше 0 , но не выше 4
$x < 6$	$(-\infty; 6)$	меньше 6

Сопоставьте разные формы записи и проверьте, как одно условие переводится в другой вид.

Если правильно определить границы и их включённость, все три формы записи легко совпадают.

Учебные задания по теме

Множество точек — это язык условий



Координатная прямая помогает увидеть, какие числа подходят под условие, а какие нет. Если уверенно читать скобки, неравенства и рисунок, решение становится понятным и точным.