

Симметрия относительно прямой

Зеркальное отражение точки, отрезка и фигуры



План урока

- Сначала разберёмся, как работает отражение в зеркале, а затем научимся строить симметричные точки, отрезки и фигуры. В конце посмотрим, как проверять симметрию на чертежах и в координатах.



Идея зеркала

Зеркальная линия

Ось симметрии можно представить как границу зеркала: всё, что находится с одной стороны, имеет отражение на другой. Эти две части совпадают по форме, но расположены по разные стороны прямой.

Точки-пары

У каждой точки есть пара-образ, стоящая напротив неё. Между ними сохраняется одинаковое расстояние до оси, поэтому отражение выглядит аккуратно и полностью уравновешенно.

Как проверить глазом

Если мысленно сложить фигуру по оси, симметричные части совместятся. Именно поэтому ось симметрии помогает быстро замечать одинаковые элементы в рисунке и строить точные отражения.



Точное определение

1. Две противоположные точки

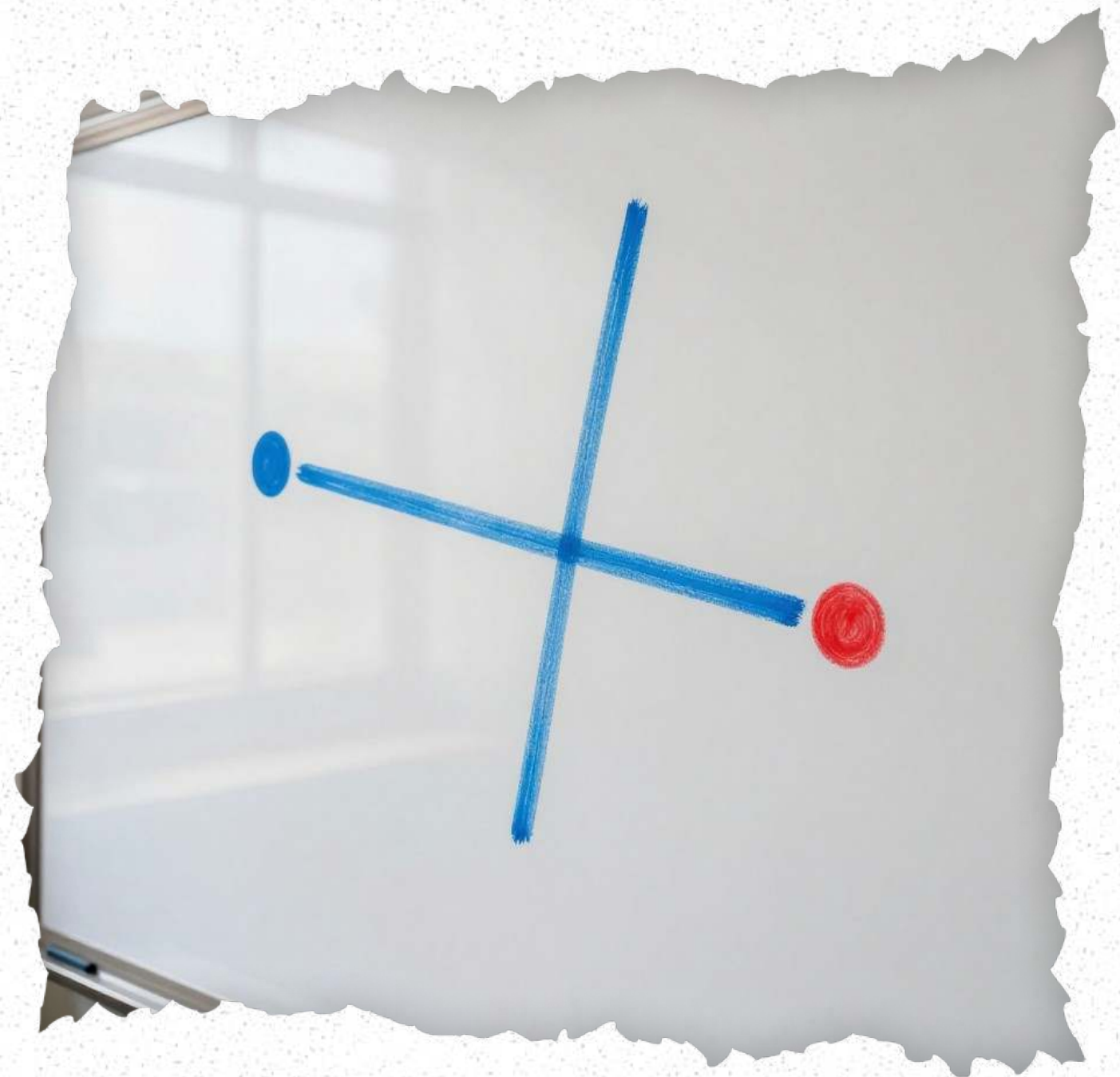
Пусть точка A и её образ A_1 лежат по разные стороны от прямой-оси. Эти две точки должны быть связаны одним отрезком, который пересекает ось в середине.

2. Середина на оси

Середина отрезка AA_1 обязательно лежит на оси симметрии. Иначе отражение будет построено неверно, потому что ось не сможет делить отрезок на равные части.

3. Прямой угол

Отрезок AA_1 должен быть перпендикулярен оси. Это условие делает отражение точным и позволяет отличить симметрию относительно прямой от других видов расположения точек.



Как читать обозначения на рисунке

Штрих у образа

На чертежах образ точки обычно обозначают штрихом: A' , B' , C' . Такое обозначение показывает, что точка не новая по смыслу, а является отражением исходной точки.

Те же названия

Если отражается отрезок или многоугольник, название фигуры сохраняют, но у каждой вершины появляется свой образ. Так легко видеть, какие точки и стороны соответствуют друг другу.

Последовательность чтения

Чтение обозначений помогает не запутаться в построении. Сначала ищут исходные точки, затем — их образы, а после этого соединяют соответствующие вершины в нужном порядке.

Главные свойства симметрии

1. Равные расстояния

Любые две симметричные точки находятся на одинаковом расстоянии от оси. Это самый простой способ проверить, верно ли построено отражение на чертеже.

2. Перпендикуляр к оси

Прямая, соединяющая точку и её образ, пересекает ось под прямым углом. Если угол не равен 90° , значит, построение выполнено неверно.

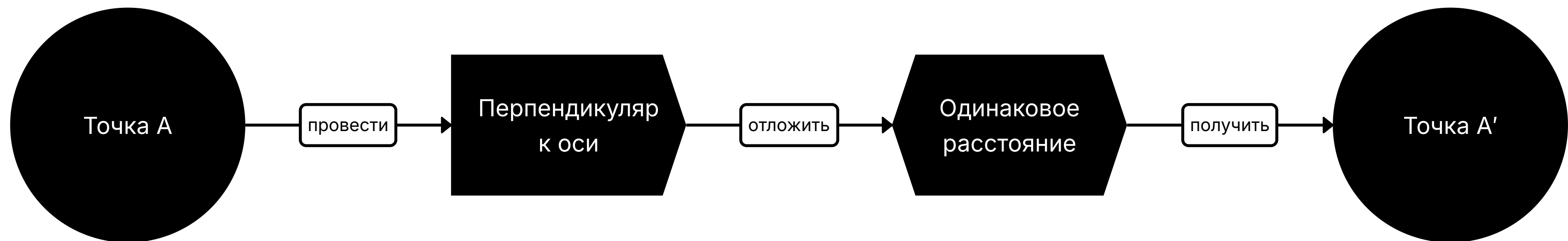
3. Быстрая проверка

Эти два признака удобно использовать вместе: сравнить расстояния и проверить прямой угол. Тогда симметрию можно определить быстро и без лишних вычислений.



Как построить пару точек

Постройте отражение по шагам: от перпендикуляра до точки-образа.



Что происходит с отрезком

1. Два конца — две пары

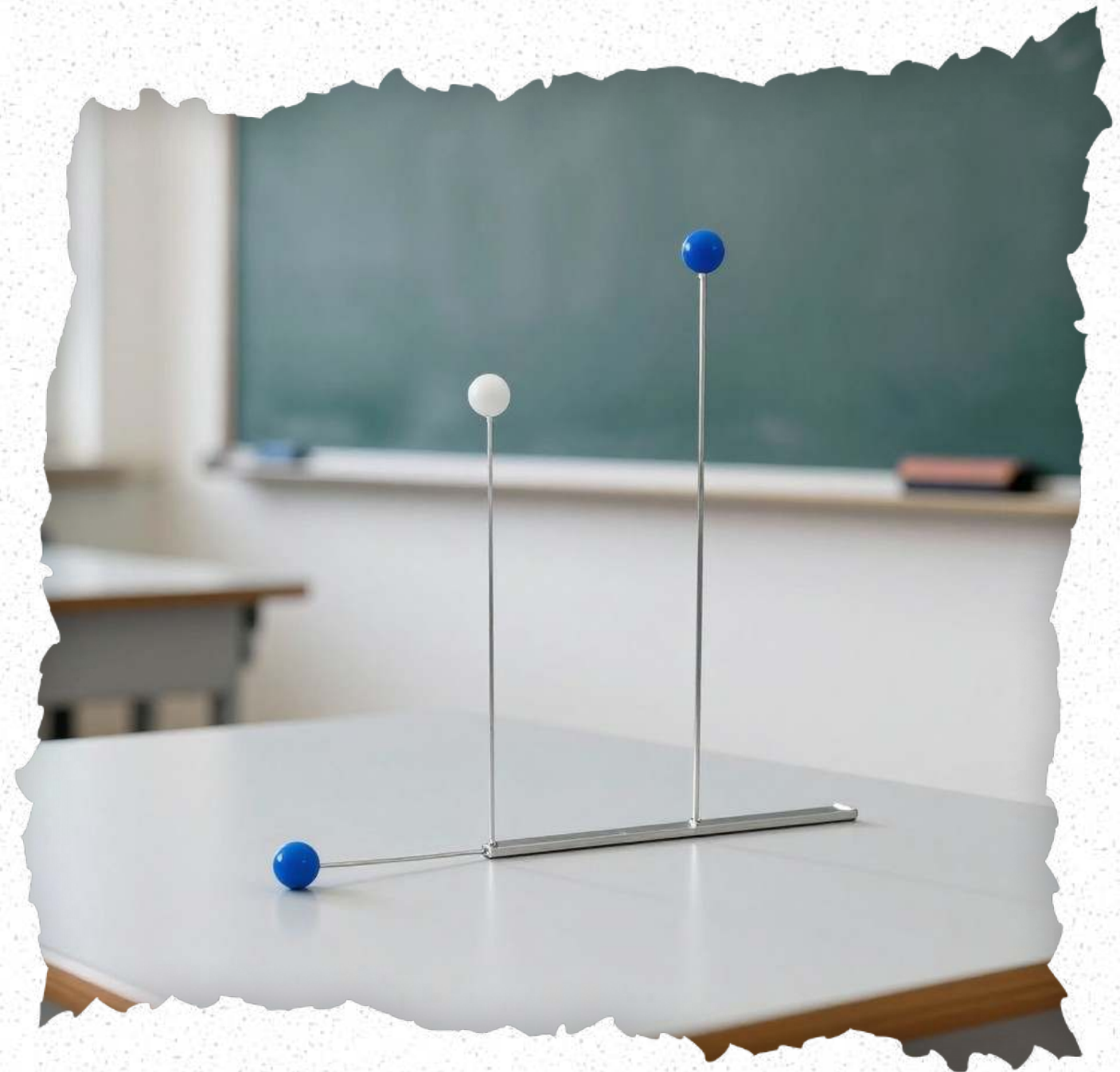
Сначала находят образ первого конца отрезка, затем — второго. После этого новые точки соединяют прямой линией, и получается отражение исходного отрезка относительно оси.

2. Длина сохраняется

Длина отрезка не меняется, потому что отражение не растягивает и не сжимает фигуру. Меняется только положение: отрезок оказывается по другую сторону прямой.

3. Что происходит с пересечением

Если отрезок пересекает ось, точка пересечения сама остаётся на месте только тогда, когда она лежит на оси симметрии. Иначе меняются обе части отрезка.



Что происходит с углом

Величина не меняется

При отражении величина угла остаётся той же. Его стороны переходят в симметричные лучи, поэтому образ полностью совпадает с исходным углом по размеру.

Стороны переходят вместе

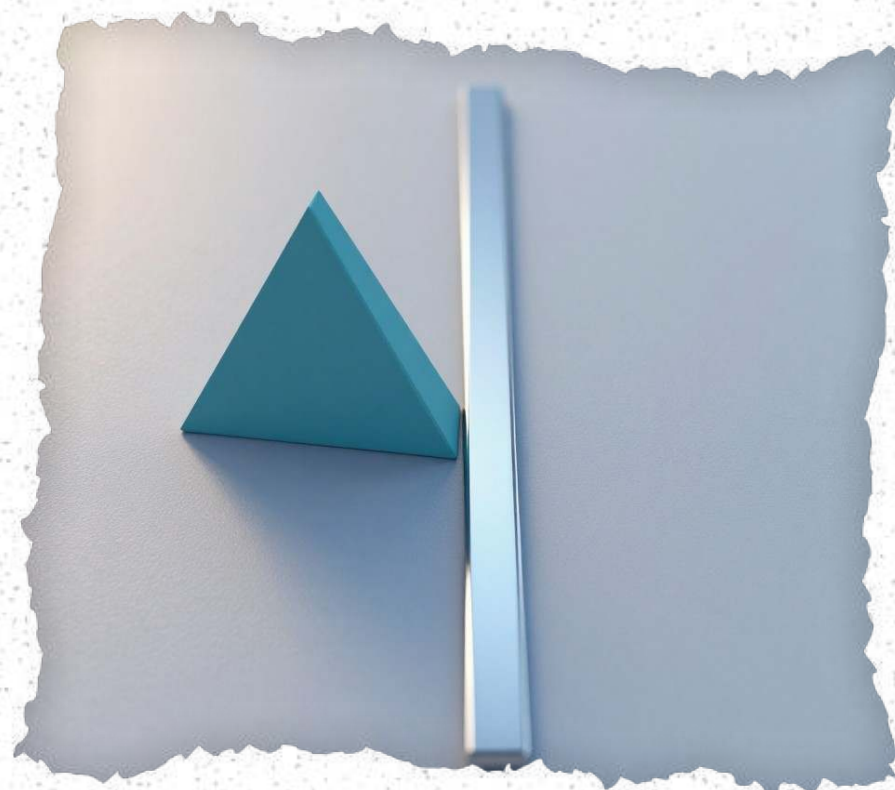
Удобно сначала построить образы обеих сторон угла, а затем проверить, что новый угол имеет такое же раскрытие. Это помогает не перепутать форму и расположение.

Удобная отметка

На рисунке равные углы часто помечают одинаковыми дугами. Такой знак сразу показывает, что углы равны, даже если один из них находится по другую сторону оси.

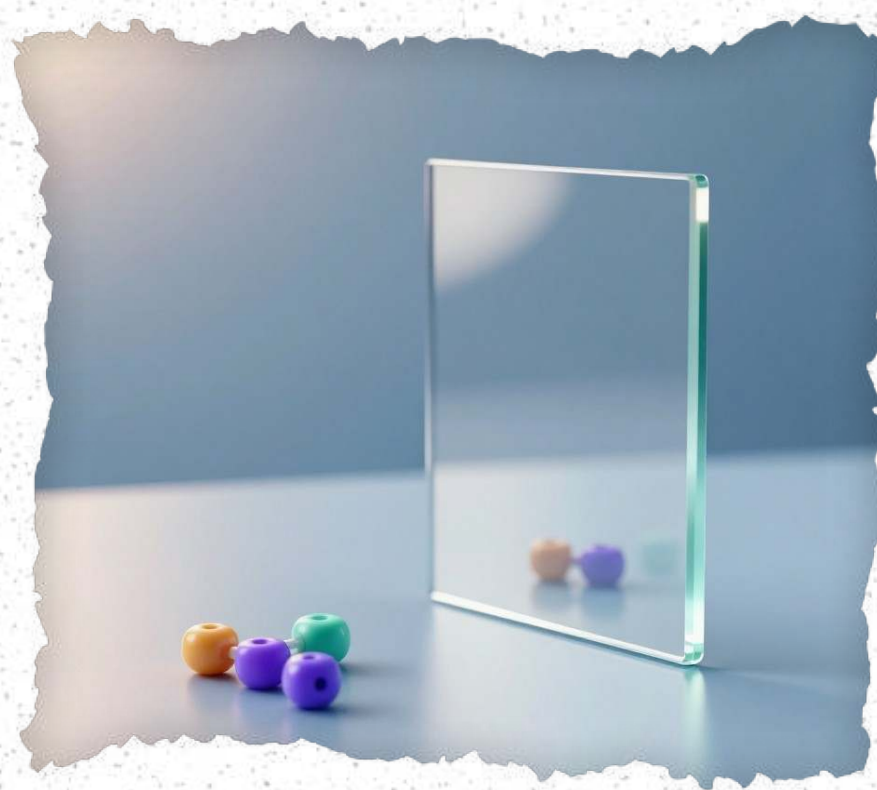


Что происходит с фигурой



Треугольник в зеркале

У треугольника отражают каждую вершину по отдельности, а затем соединяют полученные точки в том же порядке. В результате получается равный треугольник, расположенный по другую сторону оси, с сохранёнными сторонами и углами.



Порядок вершин важен

У четырёхугольника и любого другого многоугольника действует то же правило: сначала строят образы всех вершин, потом соединяют их по обходу. Если порядок нарушить, фигура получится искажённой, хотя расстояния до оси останутся теми же.

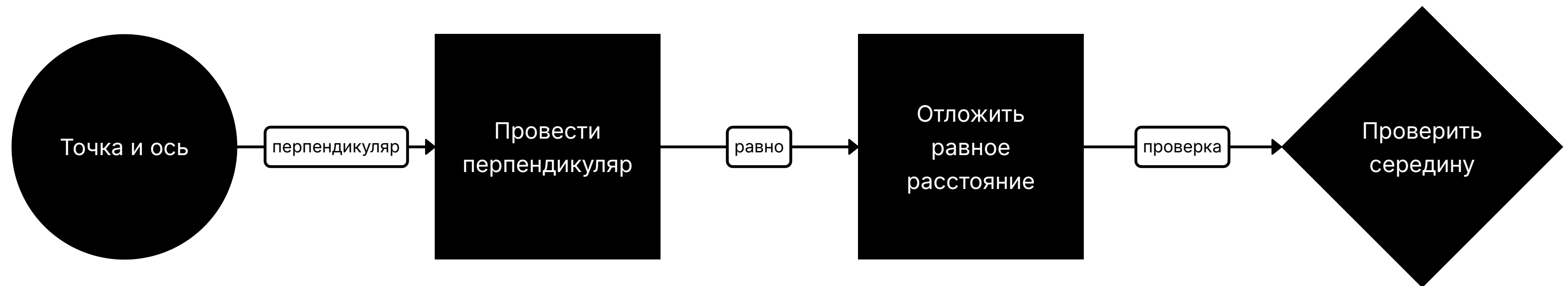


Что сохраняется при отражении

Отражённая фигура не становится меньше или больше, но меняет расположение относительно прямой. Это удобно проверять на рисунке: совпадают ли соответствующие стороны, одинаковы ли углы и лежат ли пары вершин на равных расстояниях от оси.

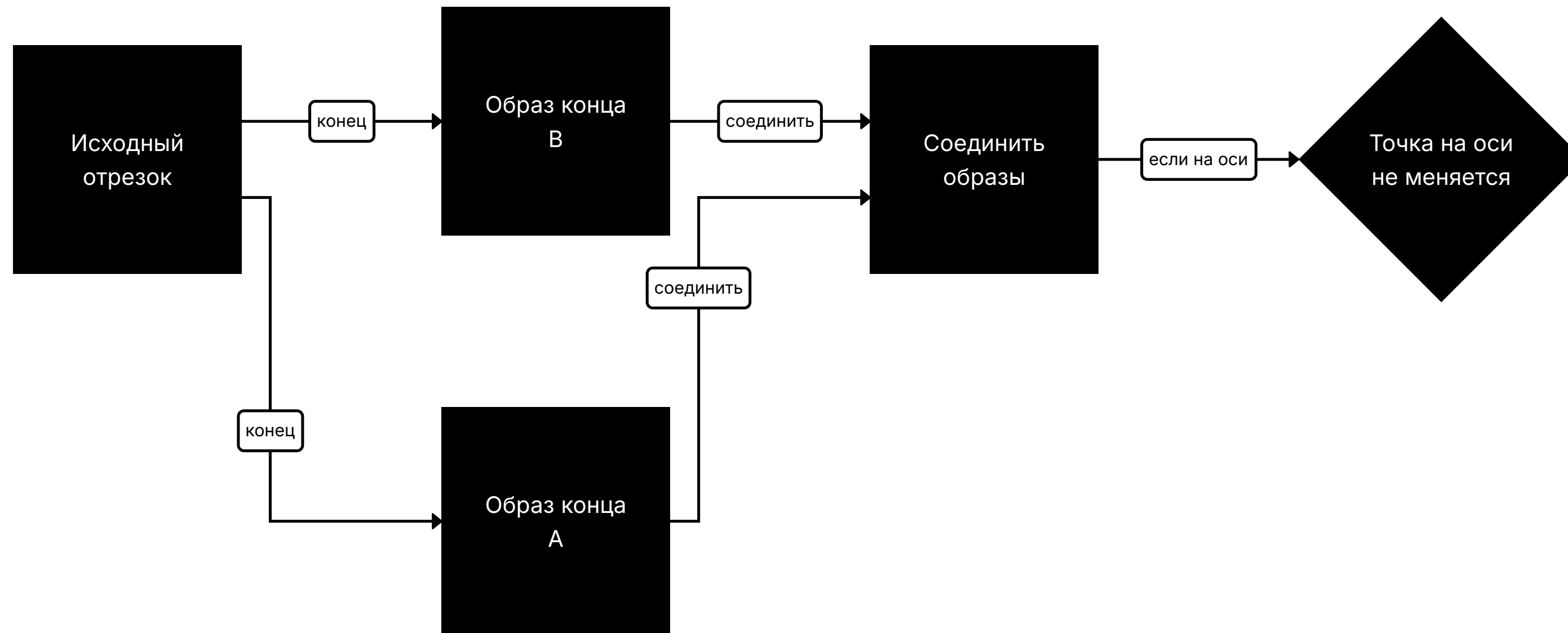
Построение образа точки

Алгоритм построения образа точки относительно прямой-оси



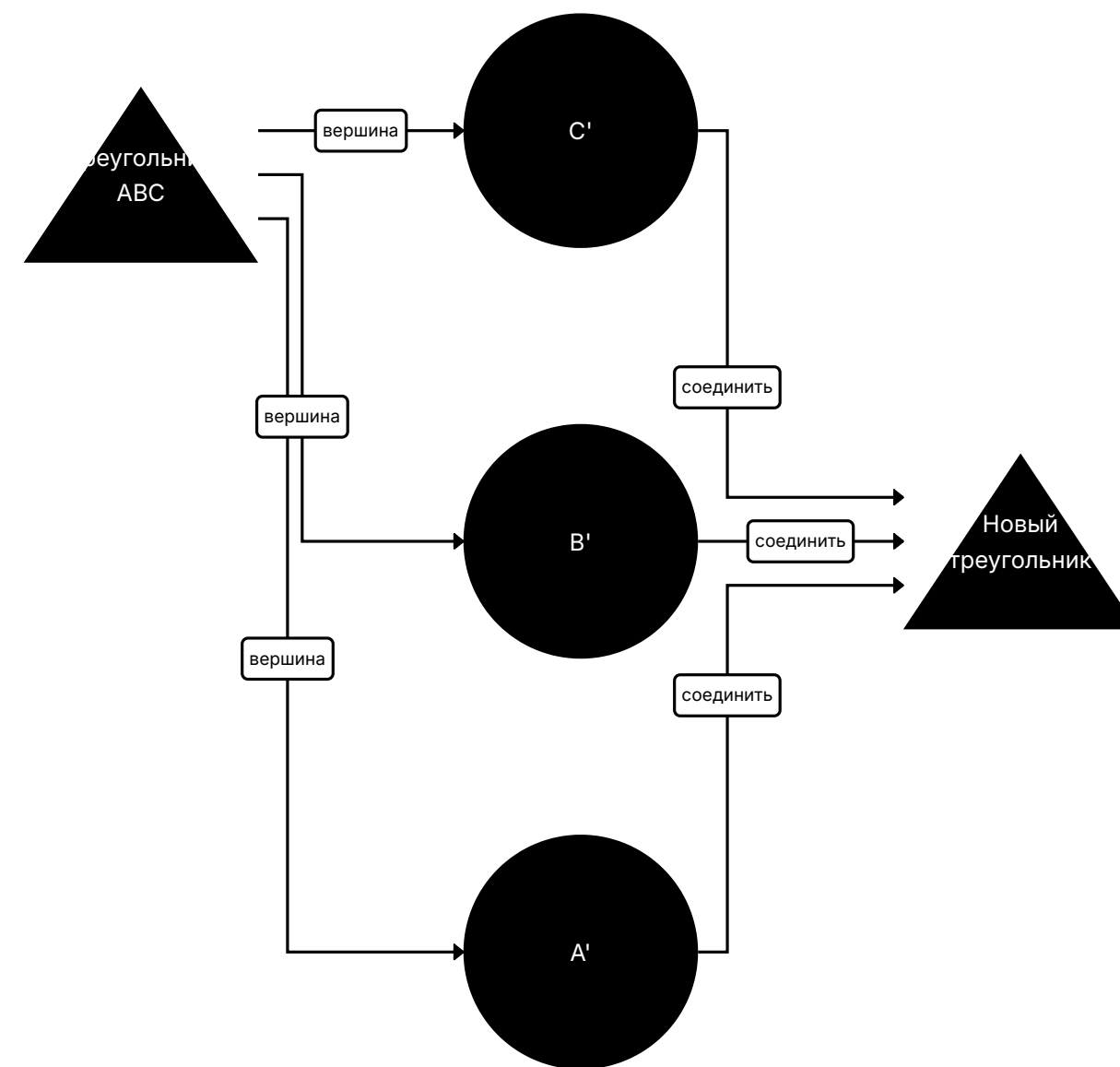
Построение образа отрезка

Построение образа отрезка по его концам



Построение образа треугольника

Отражение треугольника строится по трём вершинам



Правило для многоугольников

1. Отражаем вершины

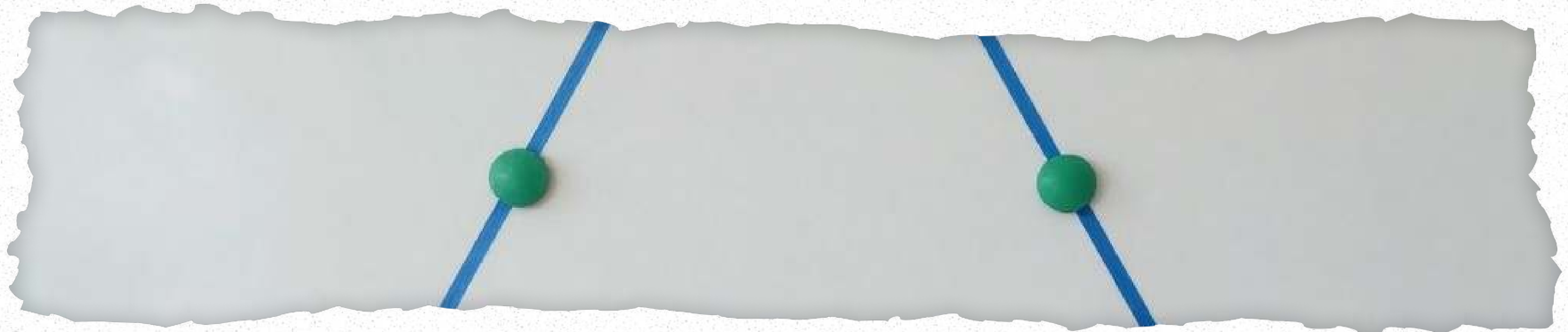
Сначала отражают каждую вершину отдельно, используя одинаковое расстояние до оси по обе стороны прямой. Так получают полный набор образов, из которых складывается новая фигура.

2. Сохраняем порядок

Затем точки соединяют в том же порядке, в каком они шли у исходного многоугольника. Это сохраняет число сторон, а также соответствие каждой стороны и каждого угла.

3. Проверяем построение

В готовом чертеже полезно отметить равные отрезки и проверить перпендикуляры к оси. Так легче убедиться, что изображение действительно симметрично, а не просто похоже на исходную фигуру.



Как найти ось симметрии

1. Наметьте кандидат

Если фигура простая, начните с поиска возможной оси: она часто проходит через середины противоположных сторон или через вершину и середину другой стороны.

2. Сравните расстояния

Проведите мысленные или построенные перпендикуляры от характерных точек к прямой. Сравните, одинаковы ли расстояния от точек до предполагаемой оси с обеих сторон.

3. Подтвердите проверкой

Если середины совпадают, а соответствующие точки лежат на равных перпендикулярах, ось найдена правильно. Для уверенности проверьте ещё одну пару точек фигуры.



Как проверить симметрию

Сравнение признаков помогает быстро понять, симметрична ли фигура относительно прямой.

Если совпадают пары точек, длины и направление соответствующих сторон, фигура симметрична.

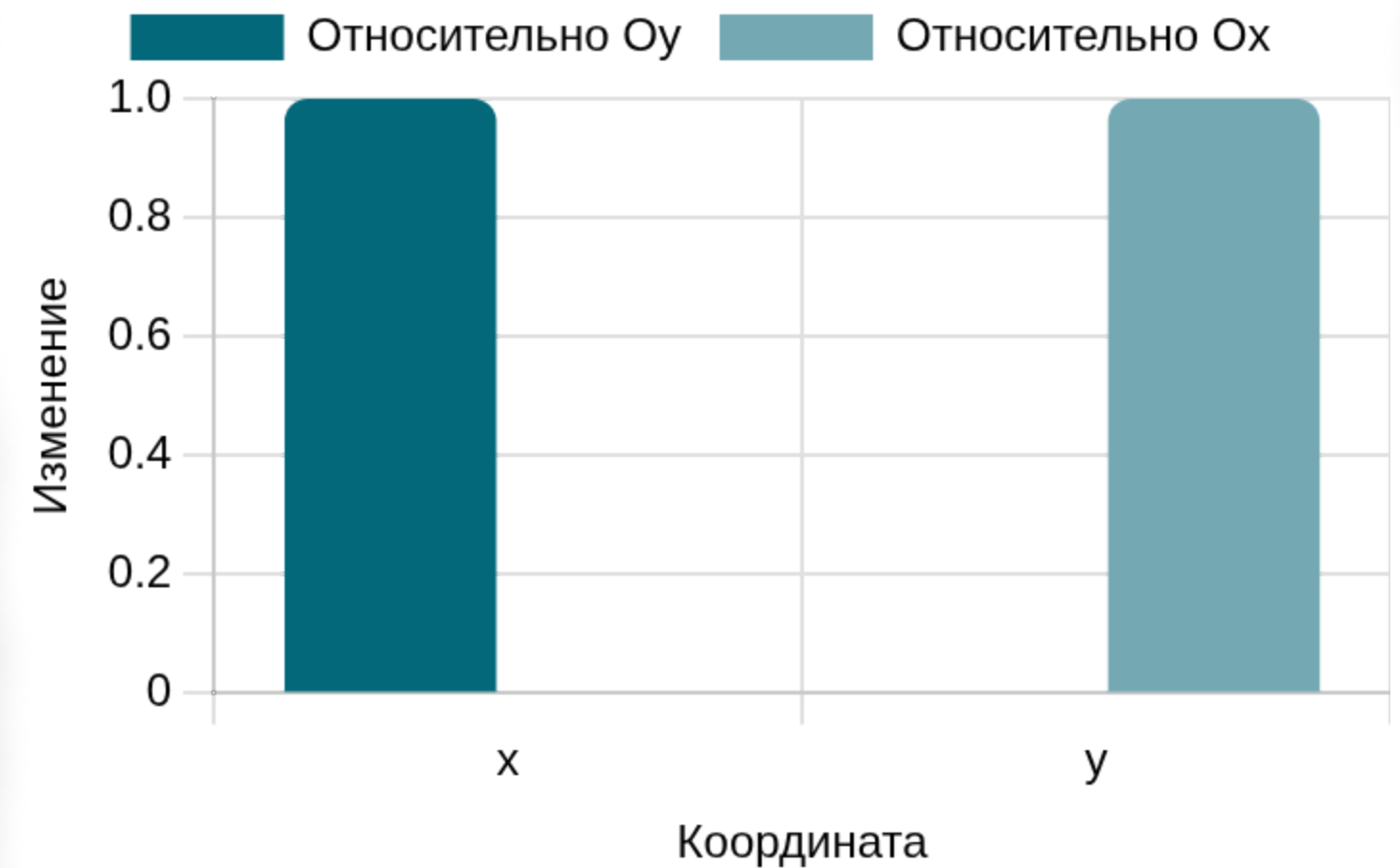
Признак	Что сравнить	Результат
Точки	Пары на оси	Равные
Отрезки	Длины и направление	Совпадают

Геометрические признаки симметрии относительно прямой

Симметрия в координатах

На координатной плоскости отражение удобно описывать знаками координат. Для осей, параллельных сторонам клеток, правило особенно простое и легко проверяется по точкам.

При отражении относительно Oy меняется знак x , а при отражении относительно Ox меняется знак y .



Координатные правила отражения относительно осей

Типичные ошибки

Путают середину

Середина отрезка — это не любая точка на оси. Нужно проверять именно равенство двух частей отрезка и перпендикулярность к прямой-оси, а не визуальное сходство на рисунке.

Откладывают не туда

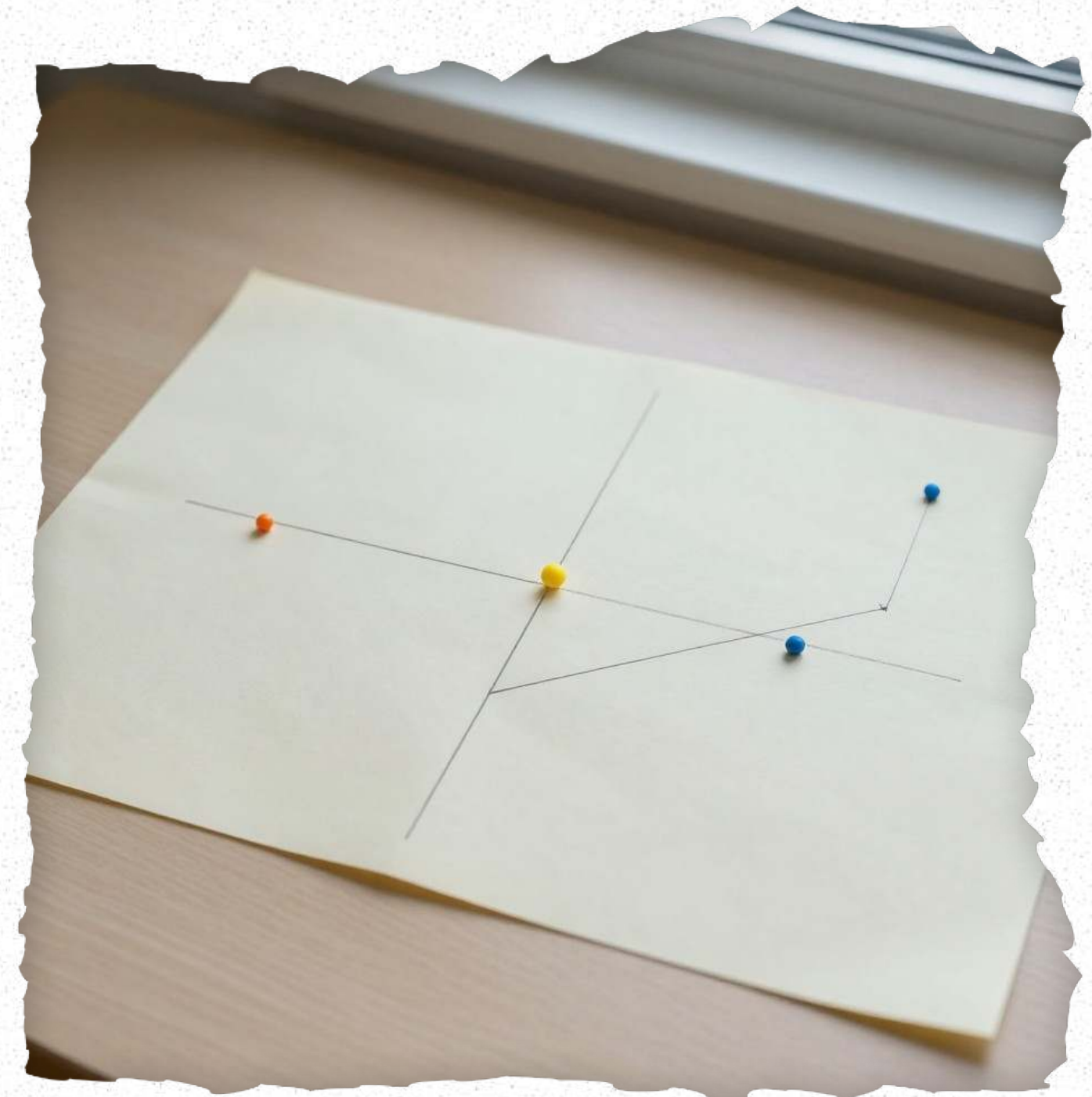
Расстояние откладывают по другую сторону оси, а не вдоль неё. Если двигаться не по перпендикуляру, образ точки окажется смещённым и не будет симметричным.

Пропускают перпендикуляр

Перпендикуляр — обязательный шаг. Без него нельзя гарантировать, что точка-образ находится ровно напротив исходной точки, даже если расстояния кажутся одинаковыми на глаз.

Не проверяют построение

После построения нужно сравнить пары точек и измерить расстояния до оси. Эта простая проверка быстро показывает, где допущена ошибка в чертеже.



Где встречается симметрия

Узоры и орнаменты

В орнаментах симметрия помогает создать ощущение порядка и ритма. Достаточно взглянуть на повторяющиеся элементы по обе стороны прямой, чтобы увидеть строгую согласованность узора. Именно поэтому такие рисунки часто выглядят аккуратно и гармонично.



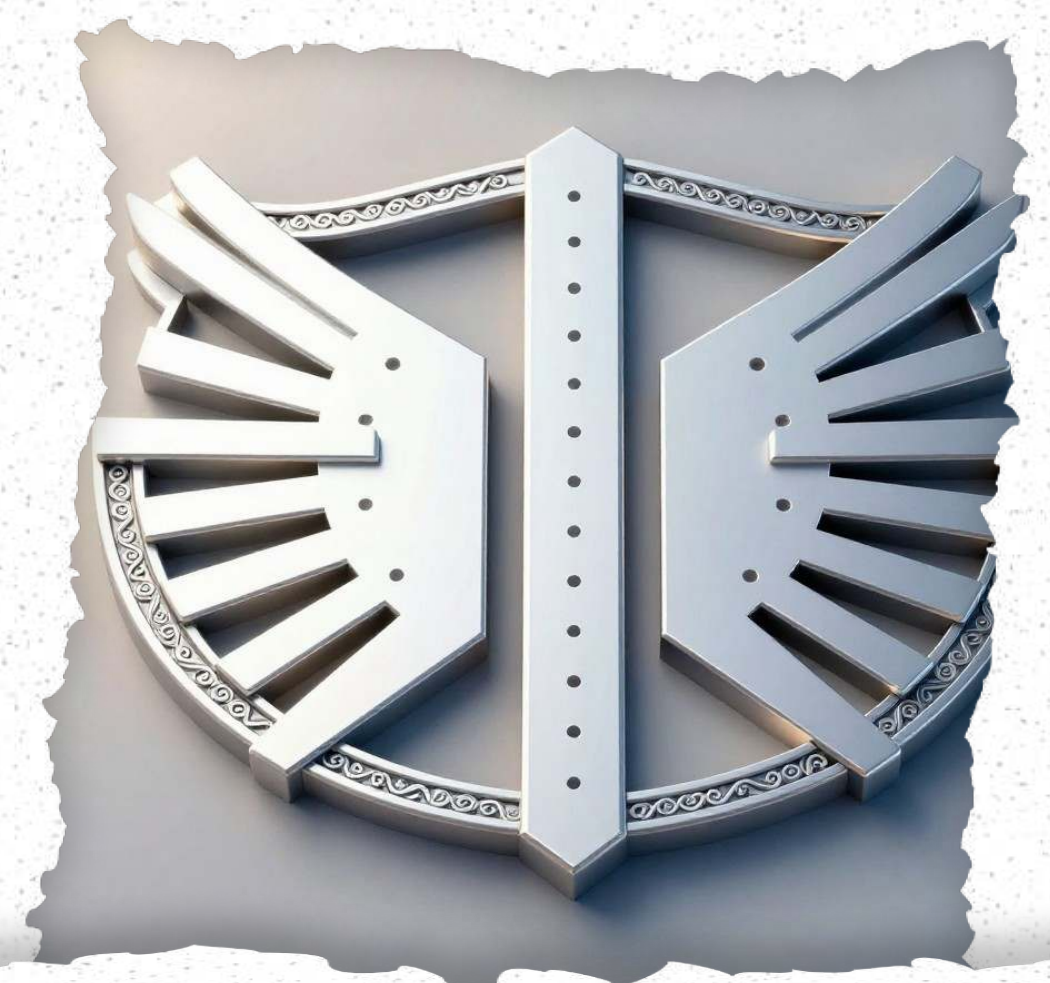
Архитектура вокруг нас

На фасадах зданий симметрия делает композицию уравновешенной: окна, двери и декоративные детали располагаются так, чтобы левая и правая части совпадали по рисунку. Этот приём часто используют в классической архитектуре.



Знаки и буквы

В знаках, эмблемах и некоторых буквах симметрия облегчает узнавание и запоминание. Когда элементы повторяются зеркально, изображение становится ясным даже издалека. Именно поэтому осевая симметрия так часто встречается в дизайне.



Итог: что нужно запомнить

Симметрия относительно прямой сохраняет форму, длины и углы, но переносит фигуру на другую сторону оси. Чтобы не ошибиться, всегда проверяйте перпендикуляр, середину и равные расстояния.