

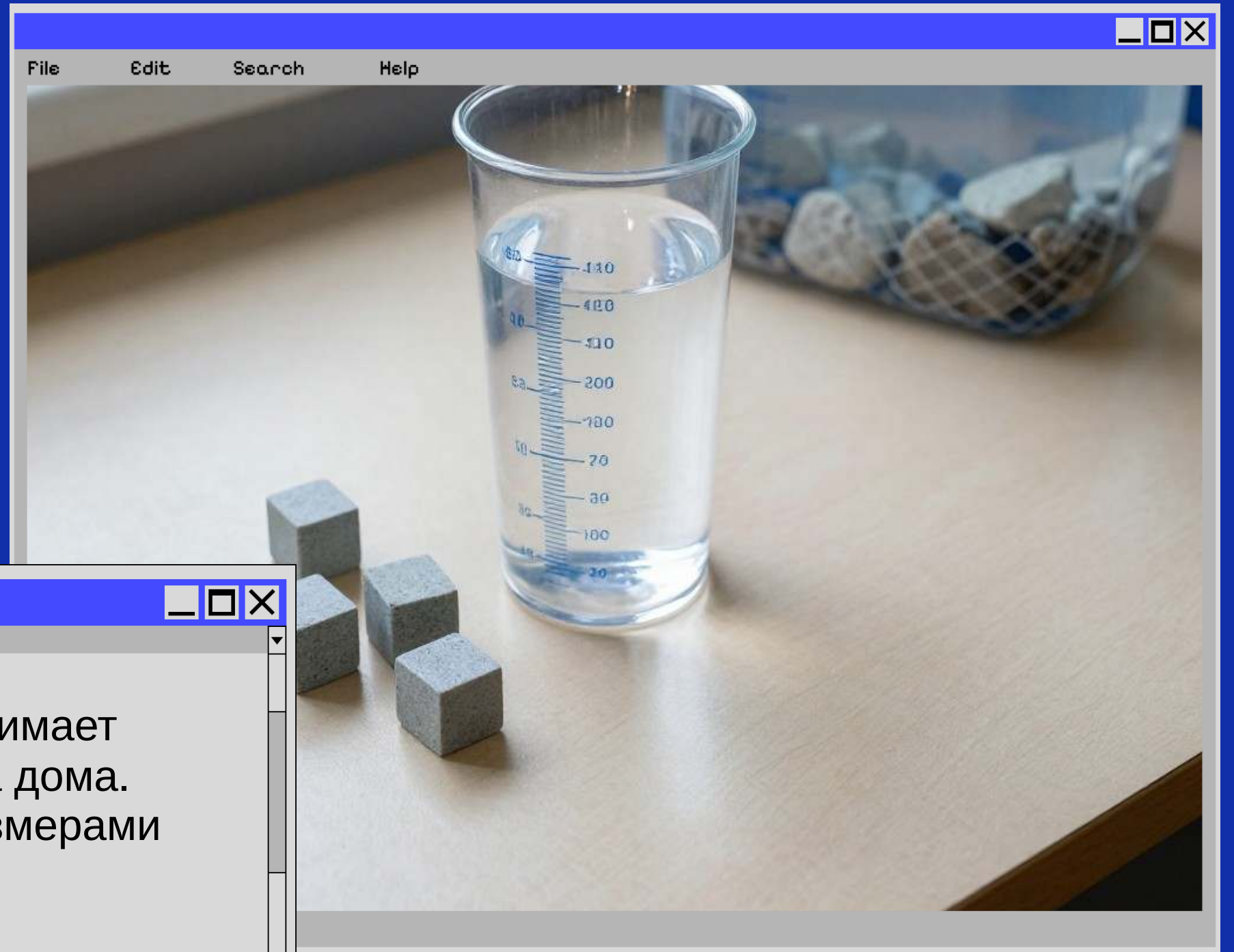
Объём тела

Поговорим, сколько места занимает тело и как это измерить.

Объём в жизни и в математике

Ok

Объём помогает понять, сколько места занимает предмет: от коробки на столе до аквариума дома. В математике его связывают с формой, размерами и единицами измерения.



Почему тела занимают место

Предмет занимает место

Любой предмет занимает часть пространства, поэтому на его месте не может одновременно находиться другой предмет. Так проявляется объём: он показывает, сколько места занимает тело.

Вытеснение пространства

Если поставить предмет в воду или в ящик, он вытеснит часть пространства. Именно поэтому объём сравнивают с тем, сколько места тело забирает вокруг себя.

Сравнение кубиками

Для сравнения берут одинаковые маленькие кубики. Их легко посчитать, а значит можно точно определить, какой объект занимает больше или меньше места.

Счёт внутри фигуры

Чем больше кубиков помещается внутри фигуры, тем больше её объём. Этот способ помогает понять смысл формул и увидеть объём не только в записи, но и наглядно.

Единицы объёма

1

Кубический сантиметр

Кубический сантиметр — это объём куба со стороной 1 см. Такая единица удобна для маленьких предметов: деталей, небольших коробочек и измерения объёма жидкости в малом количестве.

3

Кубический метр

Кубический метр используют для больших пространств и тел. В нём удобно измерять комнату, шкаф, большую ёмкость или количество материала в строительных задачах.

2

Дециметр и литр

Кубический дециметр и литр связаны между собой: 1 дм^3 равен 1 л. Поэтому объём средних ёмкостей часто записывают и в кубических дециметрах, и в литрах.

4

Связанные единицы

Важно помнить и о связи с миллилитрами: $1 \text{ см}^3 = 1 \text{ мл}$. Это помогает без ошибок переводить единицы, особенно в задачах про воду и жидкости.

Объём как счёт кубиков

Считаем по слоям

Если тело составлено из маленьких кубиков, его объём можно найти простым подсчётом. Сначала считают кубики в одном ряду, затем в слоях, а потом во всём блоке.

Простой пример

В примере 4 кубика идут в длину, 3 — в ширину, 2 — в высоту. Перемножение даёт 24 кубика, то есть весь объём фигуры.

Почему нужно умножать

Такой способ показывает, почему формулы для прямоугольных тел работают именно через умножение. Каждый размер отвечает за своё направление и увеличивает число кубиков внутри.

Основа формул

Когда кубики одинаковые, считать удобно и без пропусков. Поэтому счёт маленьких кубиков — это не только наглядная модель, но и основа вычислений в геометрии.



Формула прямоугольного параллелепипеда

1 Слой за слоем

Прямоугольный параллелепипед можно представить как несколько одинаковых слоёв кубиков. В каждом слое помещается столько кубиков, сколько получается при умножении длины на ширину.

2 Роль высоты

Количество слоёв определяется высотой тела. Если умножить число кубиков в одном слое на число слоёв, получится весь объём фигуры.

3 Формула объёма

Поэтому формула записывается так: $V = a \times b \times c$. Все размеры должны быть выражены в одинаковых единицах, иначе результат будет неверным.

Объём куба

1

Особый случай

Куб — это особый случай параллелепипеда, у которого все рёбра равны. Из-за этого объём выражается через одну и ту же величину, взятую трижды.

2

Удобная запись

Формула записывается короче: $V = a^3$. Она показывает, что нужно умножить ребро куба само на себя три раза.

3

Пример расчёта

Если ребро равно 5 см, то объём составляет 125 см³. Такая модель часто встречается в задачах про одинаковые коробочки и кубики.

Объём призмы

1 Повторяющееся основание

У призмы два одинаковых основания, а боковые грани соединяют их без изменения формы. Поэтому каждый слой фигуры повторяет основание и даёт одинаковый вклад в объём.

2 Как считают объём

Сначала находят площадь основания, затем умножают её на высоту. Так получается формула $V = S_{\text{осн}} \times h$, где $S_{\text{осн}}$ — площадь основания призмы.

3 Интуитивный смысл

Если представить призму как стопку одинаковых слоёв, формула становится понятной: чем выше фигура, тем больше таких слоёв и тем больше её объём.

Объём цилиндра

1

Общий принцип

Цилиндр похож на призму тем, что его объём тоже зависит от площади основания и высоты. Только основание у него круглое, а не многоугольное.

2

Формула цилиндра

Площадь круглого основания равна πr^2 , поэтому формула объёма цилиндра записывается как $V = \pi r^2 h$. Радиус влияет особенно сильно, потому что входит в квадрате.

3

Как меняется объём

Если увеличить высоту, объём вырастет пропорционально. Если увеличить радиус, объём изменится быстрее, потому что расширяется само основание цилиндра.



1/3

**объёма приходится на пирамиду
или конус при тех же основании
и высоте.**

Пирамида и конус занимают треть объёма
фигуры с одинаковыми основанием
и высотой.

Ok



$4/3$

**объём шара выражают через радиус
в кубе**



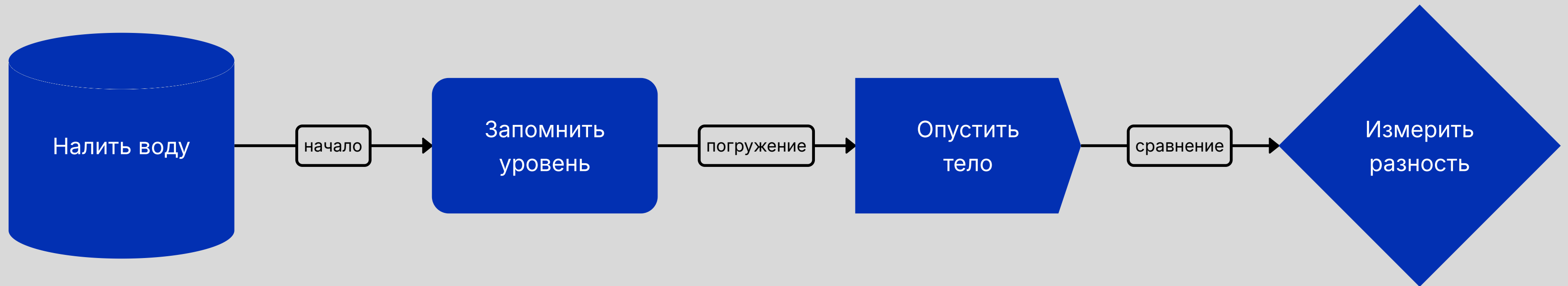
Формула шара содержит коэффициент $4/3$:
именно поэтому объём растёт особенно
быстро при увеличении радиуса.

Ok

Как измерить объём водой

Измерение объёма тел неправильной формы с помощью мензурки или переливного сосуда.

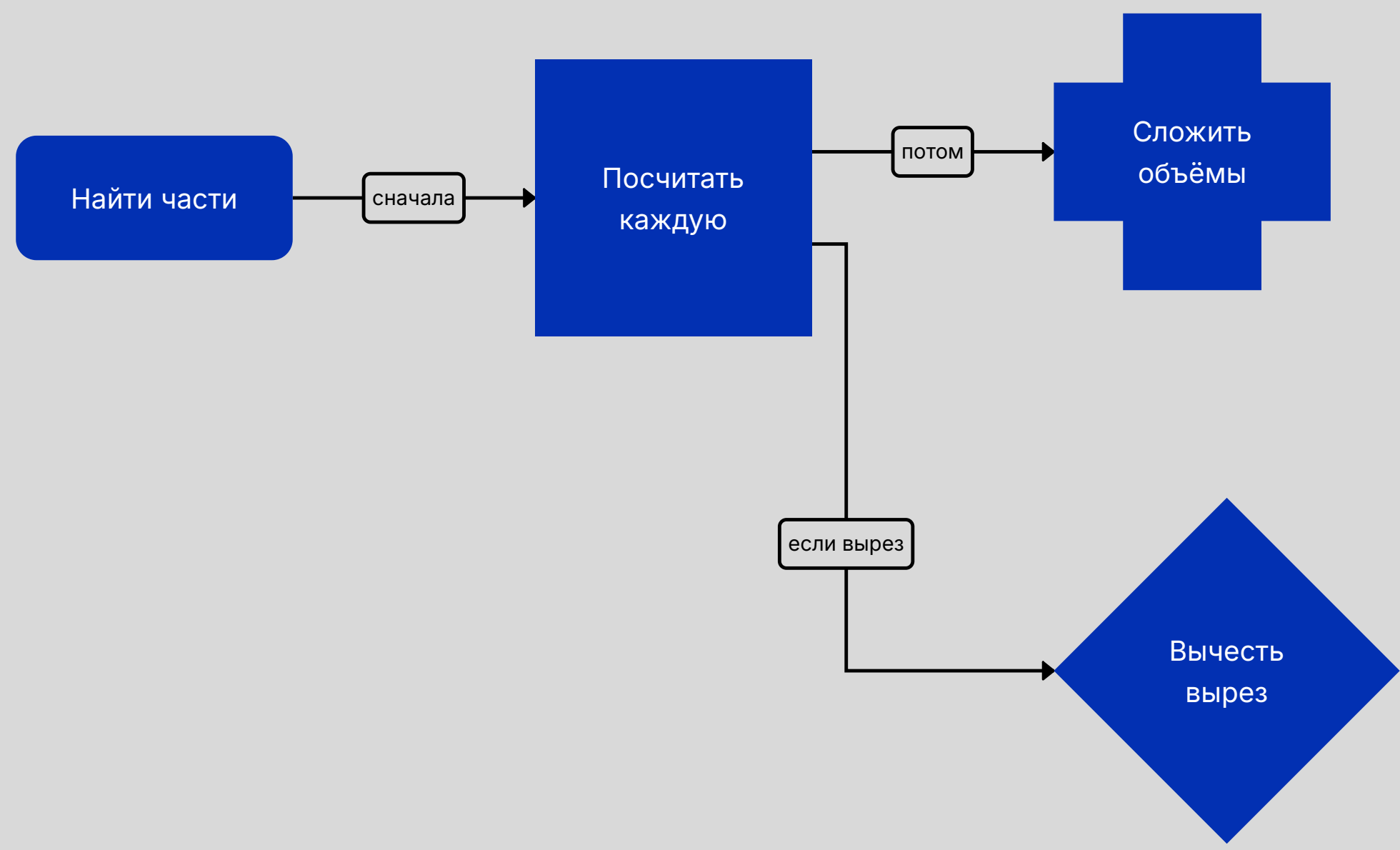
Ok



Как работать с составными телами

Объём составного тела находят по частям: сложением или вычитанием.

Ok



Примеры сложения и вычитания объёмов

1 Разделить фигуру

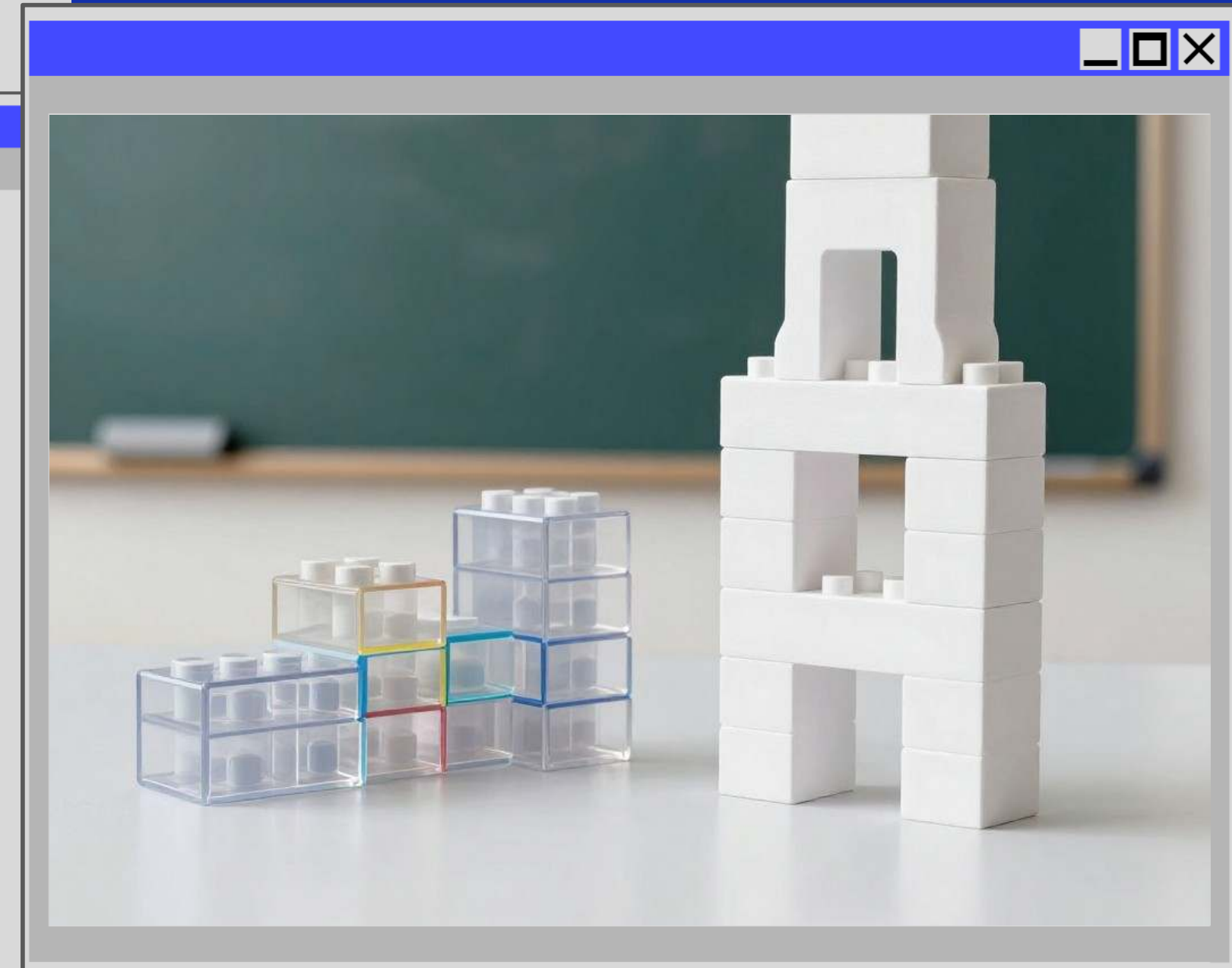
Сначала разберите фигуру на понятные блоки. Для каждого блока измерьте длину, ширину и высоту, а затем вычислите объём по подходящей формуле. Это упрощает даже сложную форму.

2 Сложить части

Если части плотно соединены, их объёмы складывают. Такой способ особенно удобен для построек из нескольких прямоугольных блоков, где каждый фрагмент легко описать своими размерами.

3 Учесть вырез

Когда в большом теле есть отверстие, углубление или вырез, находят объём внешней части и вычитают объём удалённого фрагмента. Так получают правильный ответ без лишних действий.



Главные формулы объёма

Таблица показывает, какие формулы связаны с основанием и высотой, а где появляется дополнительный коэффициент.

У прямоугольных тел объём считают через размеры, у пирамиды, конуса и шара формулы содержат особые множители.

Формулы объёма из школьного курса геометрии

Фигура	Формула	Идея
Куб	$V = a^3$	Все рёбра равны
Параллелепипед	$V = a \times b \times c$	Три размера
Пирамида/конус	$V = 1/3 S_{\text{осн}} \times h$	Треть объёма
Шар	$V = 4/3 \pi r^3$	Зависит от радиуса

Частые ошибки в задачах

Путают величины

Площадь и объём — разные величины, поэтому нельзя подставлять формулу «наугад». Площадь относится к поверхности, а объём показывает, сколько места занимает тело внутри.

Неверные единицы

Единицы измерения нужно проверять сразу. Если в задаче ответ должен быть в см^3 , нельзя писать см^2 или л без обоснования, иначе смысл результата меняется.

Смешанные размеры

Иногда забывают перевести размеры в одни и те же единицы. Если часть измерена в сантиметрах, а другая в метрах, вычисление даст неправильный результат.

Не проверяют смысл

Ещё одна ошибка — не проверять реалистичность ответа. Маленькая коробка не может иметь объём комнаты, а для бутылки не подходит квадратный метр.

Как проверить ответ

1

Проверить размерность

Сначала посмотрите на единицы в ответе. Для объёма подходят кубические единицы и литры, поэтому результат в сантиметрах квадратных сразу показывает ошибку.

3

Оценить реалистичность

После вычисления оцените порядок числа. Если коробка размером с тетрадь вдруг получила объём комнаты, значит, где-то допущена ошибка в расчётах или единицах.

2

Сверить формулу

Затем убедитесь, что выбрана нужная формула. Куб, призма, цилиндр и шар считаются по-разному, и неверный выбор сразу ведёт к неправильному ответу.

4

Перепроверить вычисления

Наконец, пересчитайте ответ ещё раз по шагам. Аккуратная проверка помогает заметить пропущенное умножение, неверное деление или забытый перевод единиц.

Проверь себя

1 Куб 3 см

Для куба со стороной 3 см используйте формулу $V = a^3$. Получится 27 см^3 , потому что все три измерения равны и перемножаются между собой.

2 Коробка

Для коробки $10 \times 4 \times 2$ см применяют формулу прямоугольного параллелепипеда. Объём равен 80 см^3 , если все размеры записаны в одинаковых единицах.

3 Камень

Камень неправильной формы удобнее измерять вытеснением воды. Его опускают в мензурку и смотрят, на сколько поднялся уровень жидкости, а затем читают объём по разности.

Алгоритм нахождения объёма

1

Опознать фигуру

Сначала определите, что перед вами: куб, коробка, цилиндр, шар или тело неправильной формы. От этого зависит и формула, и способ измерения.

3

Найти способ

Подберите подходящую формулу или метод. Для правильных тел считают по размерам, а для сложной формы используют разбиение на части или измерение водой.

2

Выбрать единицы

Проверьте, в каких единицах даны размеры и в каком формате нужен ответ. Перед вычислением все величины приводят к одной системе единиц.

4

Посчитать точно

Аккуратно подставьте числа и выполните вычисления без пропусков. Следите, чтобы каждая операция соответствовала формуле и не нарушала порядок действий.

5

Проверить ответ

Сравните результат со смыслом задачи. Маленький предмет не должен иметь слишком большой объём, а единицы ответа должны совпадать с требуемыми.

Объём можно понять и посчитать

Ok

Объём помогает понять, сколько места занимает тело и как его измерить в задаче или в жизни. Если помнить форму, единицы и проверку ответа, вычисления становятся понятными и надёжными.