

Одночлены: что это такое и как с ними работать



Разберём одночлены шаг за шагом:
от определения до действий с ними.

Почему одночлены важны в алгебре



Они помогают кратко записывать формулы площадей, объёмов и других величин. Без них труднее преобразовывать выражения, решать уравнения и понимать дальнейшие темы алгебры 7 класса.



$$O = 3$$

Определение одночлена

Что это такое

Одночлен — это алгебраическое выражение, где число и переменные соединены только умножением. Все буквы входят в натуральных степенях, а скобки и сложение не используются.

Примеры записи

К одночленам относятся $7x$, $-2a^2b$, 5 и $4 \times 3y$.
В этих записях есть числовой множитель, а буквенная часть показывает, какие переменные участвуют в произведении.

Что не подходит

Выражения с плюсом или минусом между частями, например $x+2$ или $5x-3$, не являются одночленами. Также не подходят дроби с переменной в знаменателе и отрицательные показатели.

Главный признак

Если выражение можно представить как одно произведение, а все степени переменных — натуральные числа, то перед нами одночлен. Это основной критерий для проверки.

Примеры одночленов и неверных записей

Сравним верные и неверные записи, чтобы увидеть главный признак одночлена.

Выражение	Одночлен?	Почему
8×3	да	только умножение
$x+2$	нет	есть сложение
$3/y$	нет	переменная в знаменателе
9	да	только число

Школьный курс алгебры 7 класса

Одночлен сохраняет форму произведения; любые действия сложения, вычитания или деления на переменную делают запись неподходящей.

Стандартный вид одночлена

Порядок записи

В стандартном виде сначала пишут числовой коэффициент, а затем буквенную часть. Такой порядок делает запись более понятной и удобной для дальнейших преобразований.

Коэффициент

Коэффициент — это число перед буквами. В одночлене $6a^2b$ коэффициент равен 6, а в $-x$ он равен -1, хотя обычно это не пишут.

Буквенная часть

Буквенная часть включает все переменные одночлена. Обычно буквы записывают в алфавитном порядке, а показатели степеней указывают отдельно у каждой переменной.

Зачем это нужно

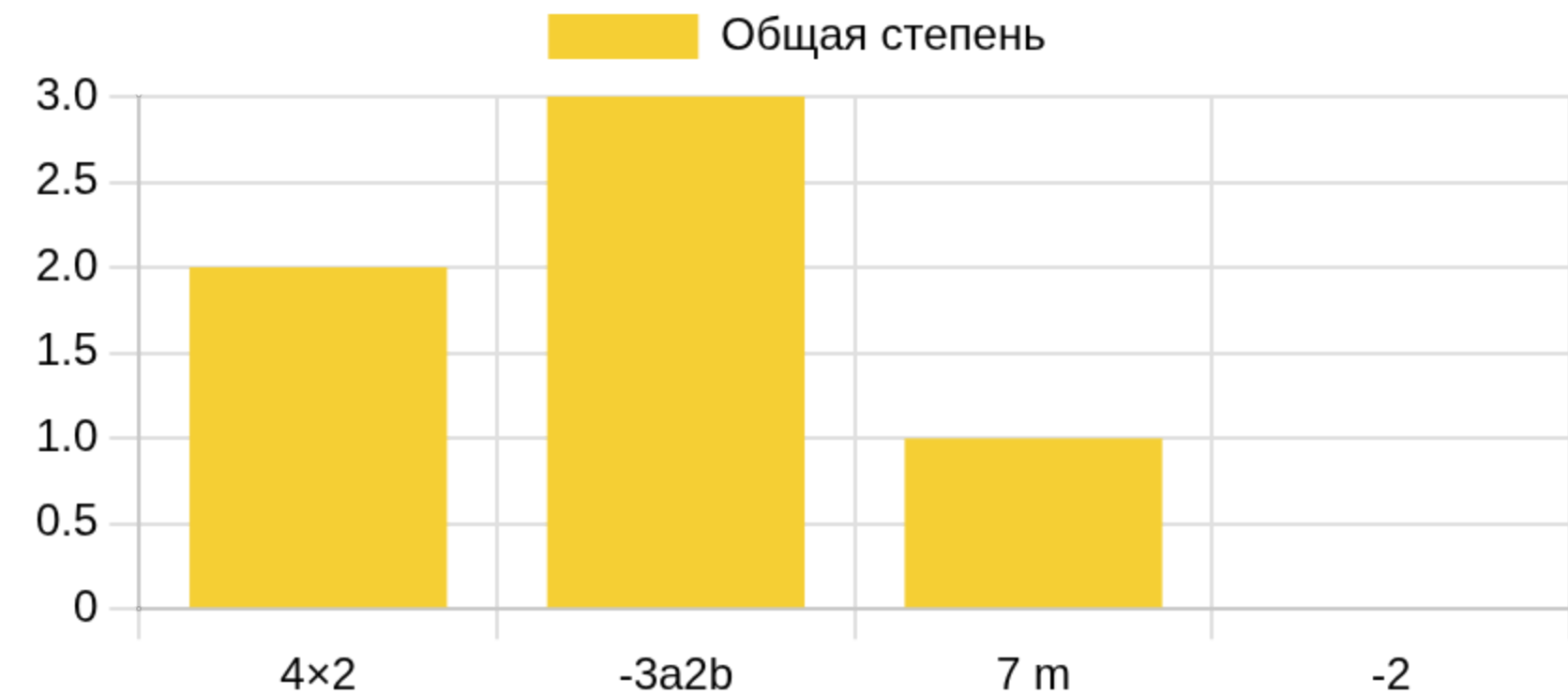
Одинаковая форма записи помогает быстро сравнивать одночлены, выполнять умножение и деление, а также не путать буквенную часть с числовым множителем.



Из чего состоит одночлен

У одночленов может быть разное число переменных: одна, несколько или ни одной. Коэффициент и степень помогают быстро описать их форму.

Чем больше сумма показателей степеней, тем выше общая степень одночлена; у числа без буквенной части она равна нулю.



Школьный курс алгебры 7 класса

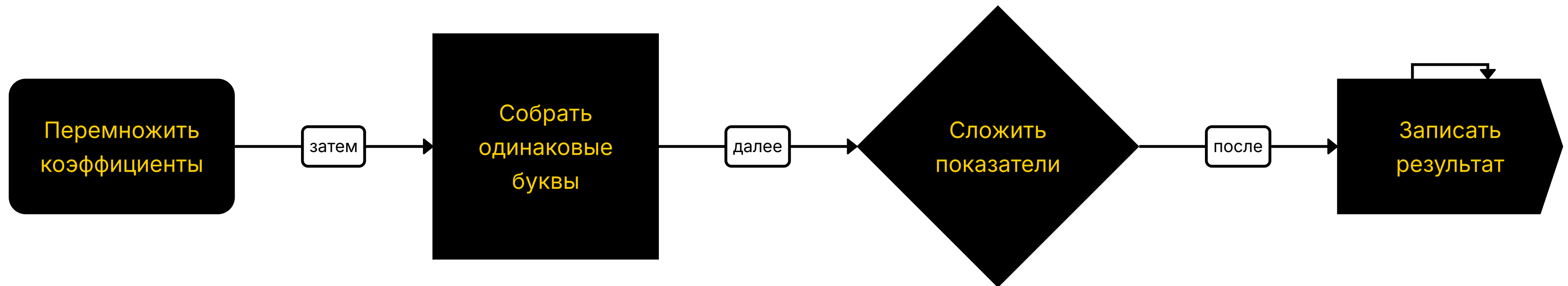
0

**— это степень любого
ненулевого числа
без буквенной части.**

Так удобно запоминать: если в одночлене нет переменных, его степень считают нулевой. Это помогает не ошибаться при сравнении и преобразовании выражений.

Как привести одночлен к стандартному виду

Алгоритм преобразования одночлена на примере $2a \cdot 3ab^2$



Умножение одночленов

1

Шаг 1. Коэффициенты

Сначала перемножают числовые множители. Именно они определяют знак результата и его числовую часть, поэтому этот шаг всегда выполняют первым.

2

Шаг 2. Одинаковые буквы

Потом объединяют одинаковые переменные и складывают их показатели. Например, $x^2 \cdot x$ даёт x^3 , потому что одинаковая буква повторяется три раза.

3

Шаг 3. Пример

При умножении $3 \times 2y \cdot 2xy^3$ получаем $6 \times 3y^4$. Здесь коэффициенты перемножаются, а показатели одинаковых букв складываются по отдельности.

4

Шаг 4. Знак произведения

Если оба множителя отрицательные, результат положительный. Если знаки разные, произведение отрицательное. Это правило работает так же, как при умножении обычных чисел.

Деление одночленов

1 Шаг 1. Делим числа

Сначала делят числовые коэффициенты. В примере $12a^3b^2$: $3ab$ получается 4, потому что 12 делится на 3 без остатка.

2 Шаг 2. Работаем со степенями

Затем у одинаковых переменных вычитают показатели. Для a^3 : a получается a^2 , а для b^2 : b — b .

3 Шаг 3. Условие деления

Деление возможно только тогда, когда в делимом показатели не меньше, чем в делителе. Иначе в школьной записи появляется дробная степень, которую здесь не используют.

4 Шаг 4. Итоговый вид

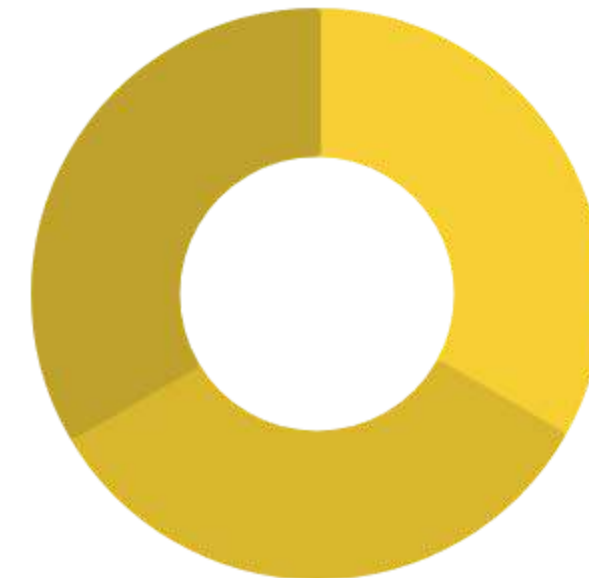
После сокращения записывают ответ с коэффициентом впереди. Так из $12a^3b^2$: $3ab$ получают $4a^2b$ — коротко и без лишних действий.

Свойства умножения, которые используют с одночленами

Эти свойства помогают преобразовывать выражения без лишних записей и быстрее приводить одночлены к удобному виду.

Все три закона одинаково важны: они упрощают вычисления, перестановку множителей и раскрытие скобок.

Переместительный закон Сочетательный закон
Распределительный закон



Школьный курс алгебры 7 класса

Типичные ошибки при работе с одночленами

Ошибка	Верно	Причина
$2x \cdot 3x$	$6x^2$	Степени складывают
$(x^2)^3$	x^6	Степень степени
$4a \cdot 5b$	$20ab$	Перемножают коэффициенты

Сравнение частых ошибок, правильных записей и причин, почему ответ нужно исправить.

Ошибки чаще всего связаны с неправильной работой со степенями и с пропуском множителя при умножении.

Степень как краткая запись повторяющегося умножения



Когда буква повторяется

Запись a^3 означает, что буква a умножается сама на себя три раза: $a \cdot a \cdot a$. Это удобнее, чем каждый раз выписывать длинное произведение. Такой способ записи помогает быстро читать и преобразовывать выражения.



Несколько множителей сразу

В записи xy^2 буква x встречается один раз, а y — два раза. Значит, произведение можно прочитать как $x \cdot y \cdot y$. Верхний индекс показывает, сколько одинаковых множителей входит в запись, и делает формулу компактной.



Почему степень так пишут

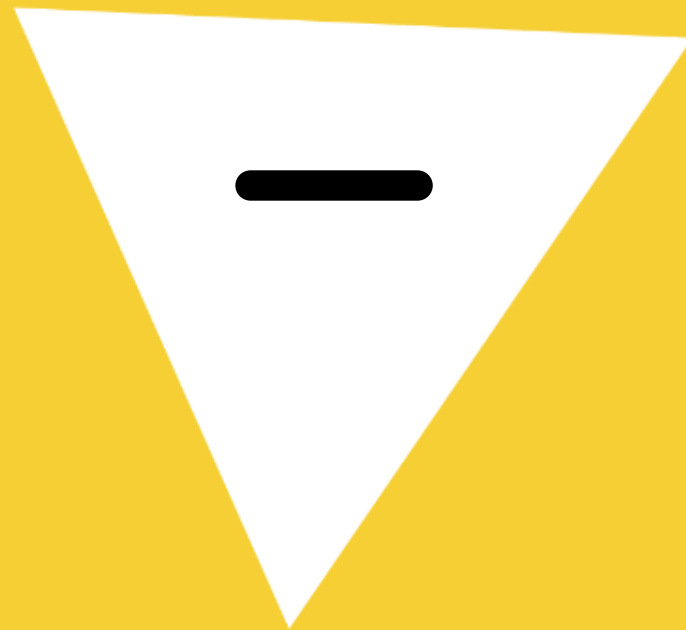
Если разложить степень на множители, становится видно её смысл: верхний индекс показывает число одинаковых повторов. Поэтому запись с индексом экономит место и помогает не потерять ни один множитель при вычислениях и преобразованиях.

Нулевой одночлен и коэффициент



Нулевой одночлен

Нулевой одночлен равен 0. Он не содержит буквенной части и в школьной записи не рассматривается как обычный ненулевой одночлен со степенью.



Знак коэффициента

Коэффициент может быть положительным или отрицательным: в записях $7ab$ и $-7ab$ меняется только знак числа, а буквенная часть остаётся той же.



Дробный коэффициент

Коэффициент может быть дробным или десятичным: $\frac{1}{2}x$ и $3,4 m^2$ — корректные записи. Это значит, что числовой множитель не обязан быть целым.



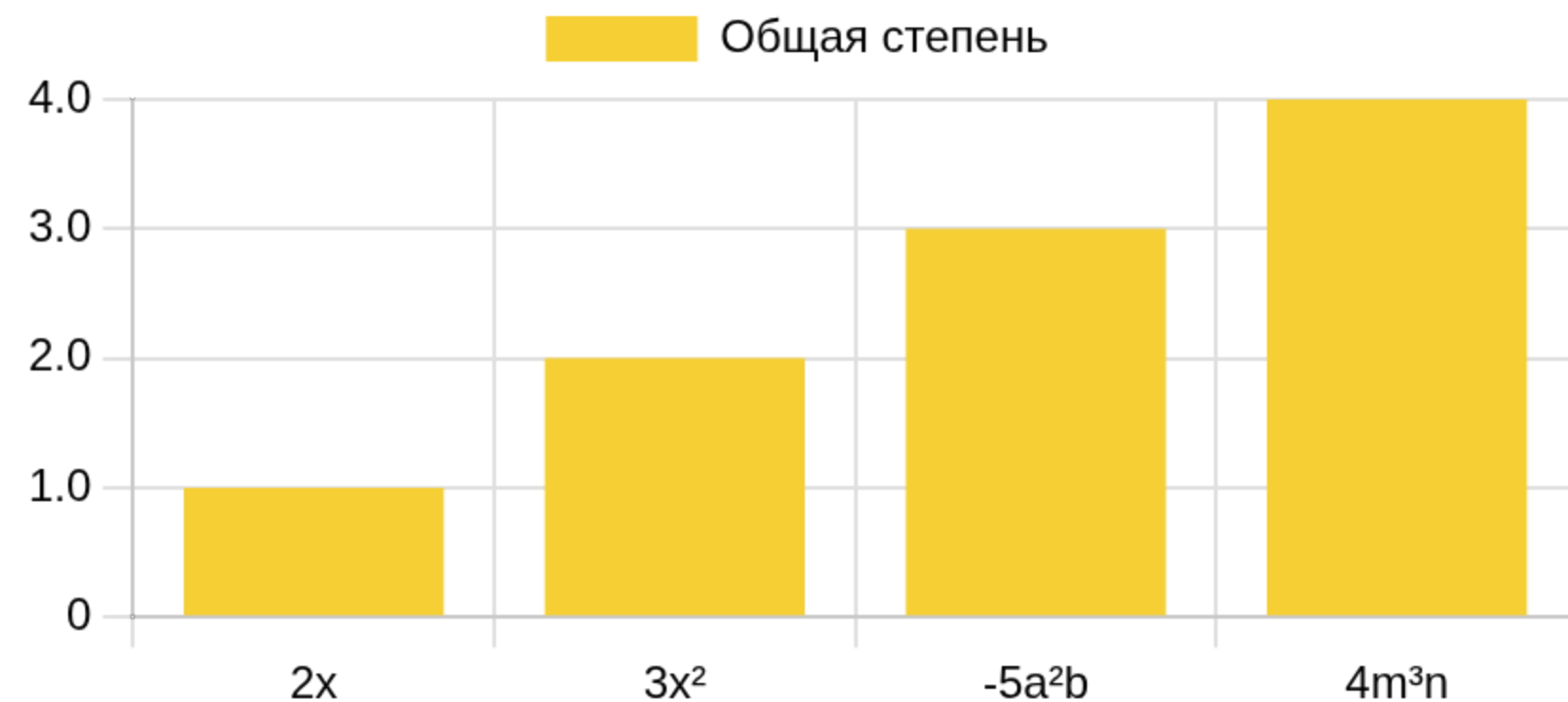
Коэффициент 1 и -1

Если коэффициент равен 1 или -1, его часто не пишут. Записи x и $-x$ читаются как $1x$ и $-1 \cdot x$, поэтому формула выглядит короче.

Сравнение одночленов по степени

Чем больше общая степень, тем сложнее выражение по числу повторяющихся множителей.

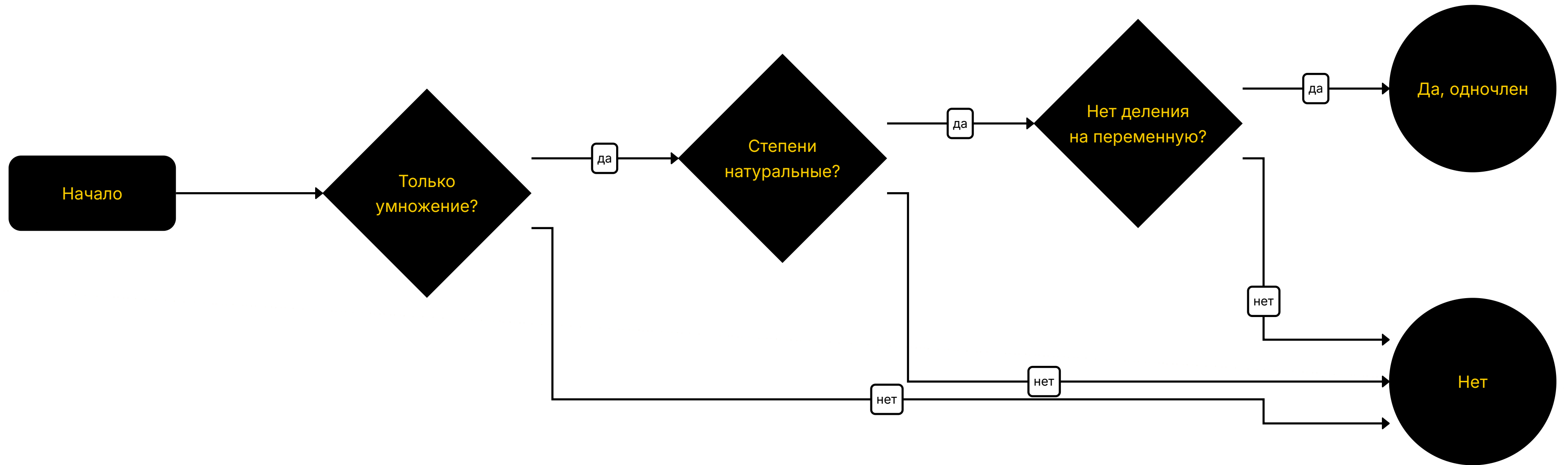
Одночлены удобно упорядочивать по степени: так проще сравнивать их и выполнять дальнейшие преобразования.



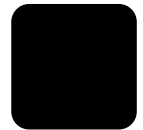
Школьный курс алгебры 7 класса

Проверка: является ли выражение одночленом?

Алгоритм составлен по признакам одночлена из курса алгебры
7 класса.



Где используются одночлены в формулах



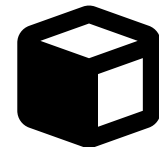
Площадь квадрата

Формула a^2 показывает, что сторона умножается сама на себя. Одночлен помогает записать площадь кратко и сразу увидеть зависимость от длины стороны.



Путь в движении

Формула $s=vt$ использует умножение скорости на время. Одночлены позволяют быстро подставлять значения и находить путь без длинного словесного описания.



Объём куба

Запись a^3 означает объём куба с ребром a . Здесь одна и та же величина повторяется три раза, поэтому формула выглядит очень компактно.



Стоимость покупки

Запись $n \cdot p$ удобна, когда нужно найти общую стоимость нескольких одинаковых предметов. Один одночлен коротко передаёт число, цену и результат умножения.

Подобные и неподобные одночлены

Сравнение одночленов по коэффициенту, буквенной части и степени помогает понять, какие выражения можно складывать.

Подобные одночлены имеют одинаковую буквенную часть; только они могут складываться и вычитаться как одно целое.

Одночлен	Коэффициент	Подобный?
$3a^2b$	3	да
$-6a^2b$	-6	да
9	9	нет
$2ab^2$	2	нет

Школьный курс алгебры 7 класса

Сложение и вычитание подобных одночленов

1

Сначала проверьте похожесть

Складывать и вычитать можно только подобные одночлены. У них должна совпадать буквенная часть, а различаться могут лишь коэффициенты и знаки.

2

Работайте с коэффициентами

Когда одночлены подобны, складывают или вычитают именно числа перед буквами. Например, $7x^2 - 3x^2 = 4x^2$, потому что буквенная часть не меняется.

3

Разные буквы не объединяются

Если буквенные части различаются, выражения нельзя превратить в один одночлен. Например, $2ab$ и $2a^2b$ остаются разными и не сокращаются друг с другом.

4

Проверяйте ответ

После вычисления полезно ещё раз посмотреть на буквенную часть. Это помогает заметить ошибку раньше и не перепутать сложение одночленов с умножением.

Одночлены — основа аккуратных преобразований

Одночлены помогают кратко записывать выражения, понимать формулы и выполнять вычисления без лишних шагов. Чем увереннее вы работаете со степенью, коэффициентом и подобием, тем легче даётся алгебра.