

Знакомство с объёмами фигур

Узнаем, как измеряют и вычисляют
объём разных фигур.



Объём вокруг нас

Объём помогает выбирать упаковку, оценивать вместимость аквариума, бутылки, кастрюли и даже комнаты. В заданиях чаще всего встречаются см^3 , дм^3 , м^3 и литры, между которыми важно уверенно переводить единицы.



Что такое объём

Внутреннее пространство

Объём показывает, сколько места внутри занимает тело или фигура. Чем больше её размеры, тем больше пространства она обычно содержит.

Счёт кубиками

Удобно представлять объём через единичные кубики: сколько таких кубиков поместится внутри модели, столько и составляет её объём.

Связь с размерами

Если увеличивается длина, ширина или высота фигуры, её объём, как правило, тоже становится больше. Это легко заметить на простых моделях.

Кубические единицы

Объём всегда записывают в кубических единицах: мм^3 , см^3 , дм^3 или м^3 . Обычные единицы длины для этого не подходят.

Модель из кубиков как способ увидеть объём

○ Одинаковый размер

Наглядная модель строится из кубиков с ребром 1 единица. Все элементы одинаковые, поэтому по ним удобно считать объём фигуры.

○ Простой подсчёт

Если внутри модели 12 таких кубиков, объём фигуры равен 12 кубическим единицам. Подсчёт сразу показывает, как работает измерение объёма.

○ Что можно показать

Для иллюстрации подойдёт прозрачный куб или прямоугольный блок, внутри которого видны маленькие одинаковые кубики и легко различимы слои.



Единицы объёма и их соотношения

Единица	Связь	Равенство
мм ³	10 мм = 1 см	1000 мм ³ = 1 см ³
см ³	10 см = 1 дм	1000 см ³ = 1 дм ³
дм ³	10 дм = 1 м	1000 дм ³ = 1 м ³
л	1 дм ³	1 л

Таблица помогает увидеть связь между кубическими единицами и литрами, а также понять, как меняется значение при переходе к более крупной единице.

При переходе к более крупной единице числовое значение уменьшается в 1000 раз; дм³ и литр равны.

Стандартные соотношения единиц объёма и литра

Объём прямоугольного параллелепипеда

01

Запомни формулу

Объём прямоугольного параллелепипеда находят по формуле $V = a \times b \times c$, где a , b и c — его длина, ширина и высота.

02

Смысл вычисления

Формула показывает, сколько кубиков помещается в одном слое, а затем сколько таких слоёв нужно, чтобы заполнить всю фигуру целиком.

03

Почему это работает

Каждый новый слой содержит столько же кубиков, сколько и предыдущий. Поэтому достаточно посчитать один слой и умножить на число слоёв.

04

Единицы должны совпадать

Перед вычислением все размеры нужно выразить в одной и той же единице. Иначе результат получится неверным, даже если формула выбрана правильно.

Как меняется объём при увеличении размеров

На диаграмме сравниваются фигуры, у которых меняется один или несколько размеров. Это удобно для наблюдения за ростом объёма.

Чем больше рёбра фигуры, тем больше её объём. Даже одно увеличенное измерение заметно меняет результат.

Расчёт по формуле $V = a \times b \times c$, примеры из задания



Куб как частный случай объёмной фигуры

Особый вид параллелепипеда

Куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны. Поэтому для него можно использовать более короткую формулу объёма.

Формула для куба

Если ребро куба обозначить буквой a , то объём вычисляют так: $V = a^3$. Это значит, что число умножается само на себя три раза.

Простой пример

При ребре 4 см объём куба равен 64 см^3 . Такой пример удобно проверять через счёт маленьких кубиков внутри модели.



Как найти объём фигуры

Последовательность действий при решении задач на объём



1000

раз изменяется значение при переходе к более крупной единице объёма.

Это число важно помнить при переводе между см^3 , дм^3 и м^3 : ошибка сразу даёт слишком большой или слишком маленький ответ.

Стандартные соотношения единиц объёма

Объём призмы

01

Общий принцип

Объём призмы находят по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$. Сначала измеряют площадь основания, а затем умножают её на высоту, то есть на расстояние между основаниями.

02

Каким бывает основание

Основание призмы может быть треугольником, четырёхугольником или другим многоугольником. Поэтому перед вычислением важно правильно определить форму основания и найти его площадь удобным способом.

03

Что означает высота

Высота призмы — это перпендикуляр, опущенный между основаниями. Она не обязана совпадать с боковым ребром, поэтому на чертеже её нужно выделять особенно внимательно.

04

Почему формула работает

Если представить призму как стопку одинаковых слоёв, становится понятно, что каждый слой имеет одинаковую площадь. Тогда объём равен площади одного слоя, умноженной на число слоёв.

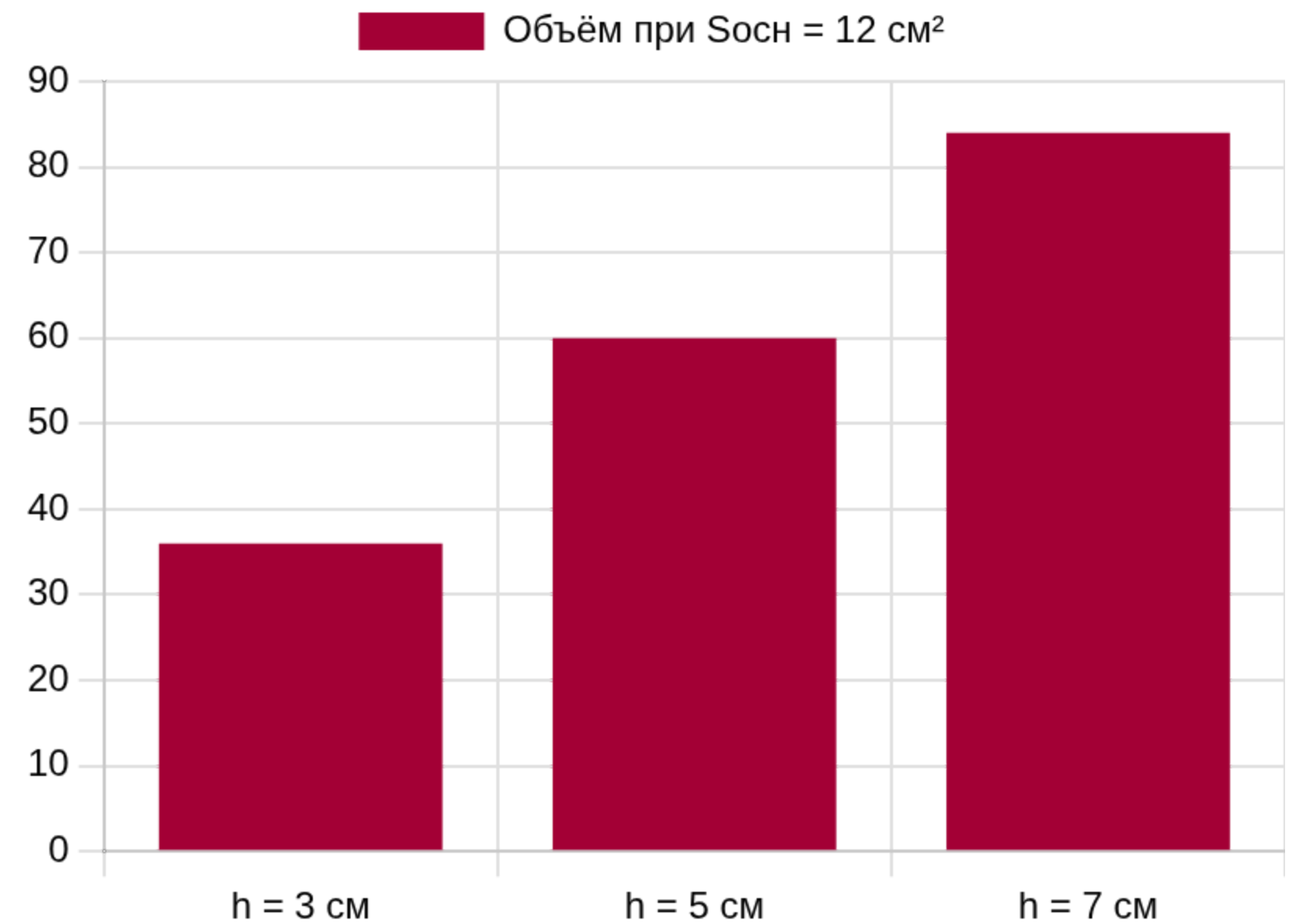


Сравнение призмы с одинаковым основанием

Во всех трёх случаях площадь основания одинакова, поэтому различие в объёме вызвано только изменением высоты фигуры.

При постоянной площади основания объём растёт пропорционально высоте: чем выше призма, тем больше её объём.

Расчёты по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$; $S_{\text{осн}} = 12 \text{ см}^2$.



Цилиндр и его объём

01

Строение цилиндра

Цилиндр имеет два равных круглых основания и боковую поверхность, которая соединяет их. Такая форма часто встречается у банок, стаканов и трубок.

02

Формула объёма

Объём цилиндра находят по формуле $V = \pi r^2 h$. В ней радиус основания задаёт размер круга, а высота показывает, насколько далеко друг от друга находятся основания.

03

Связь с кругом

Сначала можно представить площадь круга в основании, а затем умножить её на высоту цилиндра. Поэтому формула объединяет знания о площади круга и о высоте фигуры.

04

Как показывают на чертеже

На рисунке обычно выделяют круг основания, отмечают радиус и подписывают высоту. Так легче понять, какие величины нужно использовать в вычислении объёма.



Формулы для объёма фигур

Фигура	Формула	Основа
Куб	$V = a^3$	Ребро
Призма	$V = S_{\text{осн}} \times h$	Основание и высота
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$	Круг и высота

В таблице собраны основные формулы, которые помогают быстро выбрать нужный способ вычисления для разных объёмных фигур.

Во многих случаях объём выражается через длину, площадь основания и высоту, поэтому важно уметь находить эти величины и не путать формулы.

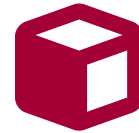
Школьные формулы объёма фигур.

Что нужно различать



Площадь поверхности

Площадь показывает, сколько места занимает поверхность фигуры. Её измеряют в квадратных единицах, например в см^2 , дм^2 или м^2 , потому что речь идёт о плоской части.



Объём внутри

Объём описывает внутреннее пространство тела. Его записывают в кубических единицах: см^3 , дм^3 или м^3 . Это уже не поверхность, а заполненное пространство внутри фигуры.



Одинаковая основа — разный результат

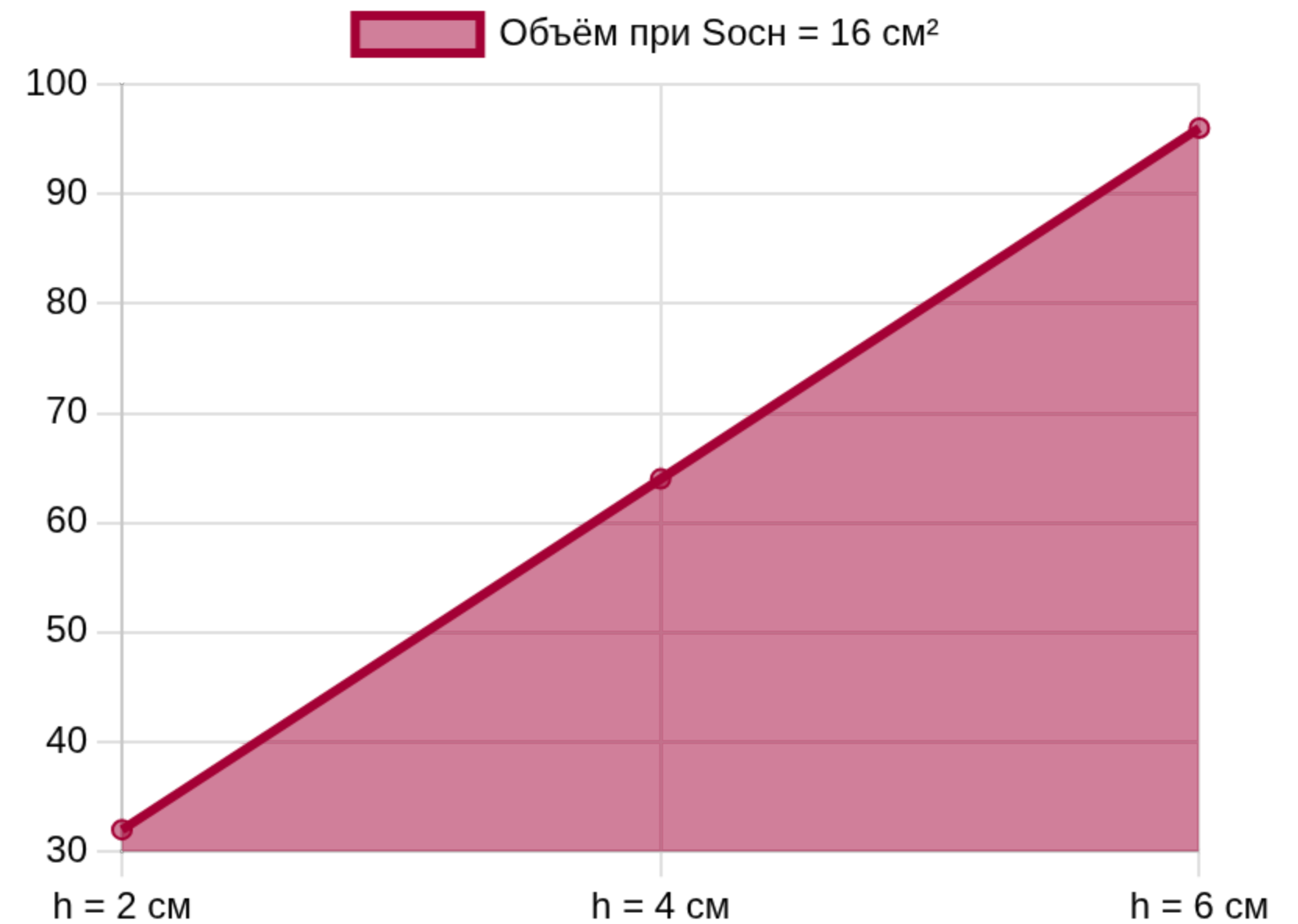
У двух фигур может совпадать площадь основания, но объём будет разным, если высота отличается. Поэтому для сравнения важно учитывать не только основание, но и третье измерение.

Одинаковая площадь основания и разный объём

Площадь основания здесь не меняется, поэтому на графике видно только влияние высоты на объём фигуры.

При постоянном основании объём увеличивается равномерно: удвоение высоты удваивает объём, а дальнейший рост сохраняет ту же зависимость.

Расчёты по формуле $V = S_{\text{осн}} \times h$; $S_{\text{осн}} = 16 \text{ см}^2$.



Типичные ошибки при вычислении объёма

○ Путают единицы

Иногда вместо кубических единиц пишут обычные сантиметры или метры. Это ошибка, потому что объём всегда измеряет пространство внутри фигуры, а не длину её стороны.

○ Забывают π в цилиндре

В задачах на цилиндр нельзя опускать число π , потому что оно входит в формулу через площадь круга основания. Без него ответ будет неполным и неточным.

○ Смешивают разные размеры

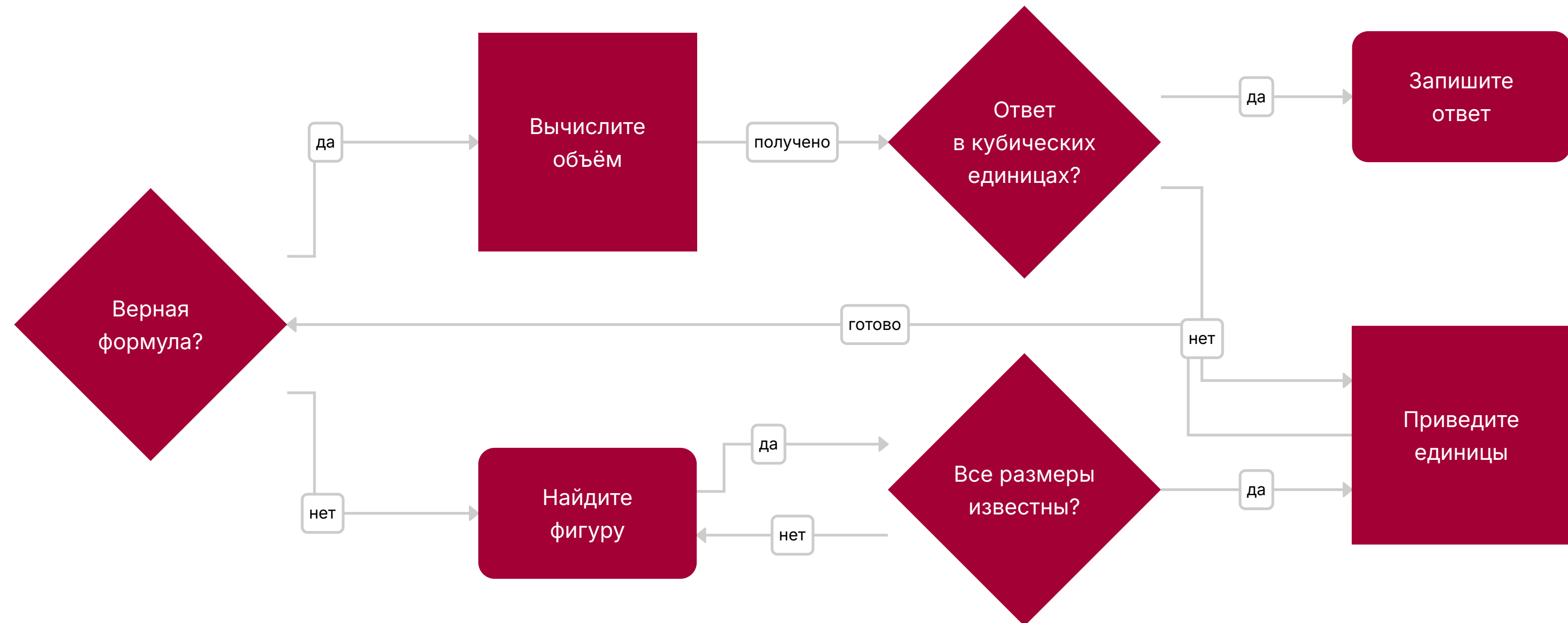
Если в одной формуле используются сантиметры и дециметры одновременно, результат получается неверным. Перед вычислением все размеры нужно привести к одной и той же единице.

○ Берут не ту формулу

Иногда для призмы, куба и цилиндра выбирают одну и ту же запись, хотя формы тел различаются. Сначала нужно определить фигуру, а потом подобрать подходящую формулу.

Проверяем решение по шагам

Схема помогает последовательно проверить вычисление объёма и избежать ошибок в формуле и единицах.



Где объём встречается каждый день

Упаковка и хранение

Коробка для обуви, контейнер для игрушек или пакет с крупой — всё это примеры, где важно знать вместимость. Объём помогает выбрать упаковку нужного размера и понять, сколько предметов туда поместится.



Кухня и напитки

В быту часто встречаются бутылки на 1,5 л, кастрюли на 3 л и мерные стаканы. Здесь объём показывает, сколько жидкости можно налить, не переполняя посуду и не проливая содержимое.



Строительство и комнаты

В строительстве и ремонте объём считают для комнат, бассейнов и аквариумов. Единицей часто служит кубический метр, потому что такие пространства уже слишком большие для литров и сантиметров кубических.



Главное об объёме фигур

Объём показывает, сколько места занимает фигура внутри, и всегда записывается в кубических единицах. Если помнить формулы, следить за единицами и проверять ответ, задачи на объём становятся понятными и аккуратными.