

Общие признаки многогранников



Плоские грани, рёбра и вершины
открывают язык пространственной
геометрии.

Что важно понять о многогранниках



Мы разберём, из чего состоит многогранник, как его отличить от фигур с кривой поверхностью и как считать его основные элементы.



3

типа элементов — грани, рёбра и вершины — позволяют описать любой многогранник.

Именно эти элементы помогают отличить многогранник от фигур с кривой поверхностью.

Куб как наглядный пример



Грани

У куба шесть одинаковых граней, и каждая из них представляет собой квадрат. Все грани плоские, поэтому куб легко распознаётся среди других фигур.

Рёбра и вершины

Куб имеет двенадцать рёбер и восемь вершин. Каждое ребро соединяет две грани, а в одной вершине сходятся три ребра.

Сравнение известных многогранников

В таблице показано, что у разных многогранников число граней, рёбер и вершин меняется, но их основные элементы остаются одинаковыми по названию.

Число элементов зависит от формы фигуры, но любой многогранник описывается через грани, рёбра и вершины.

Фигура	Грани	Рёбра	Вершины
Куб	6	12	8
Треугольная призма	5	9	6
Четырёхугольная пирамида	5	8	5

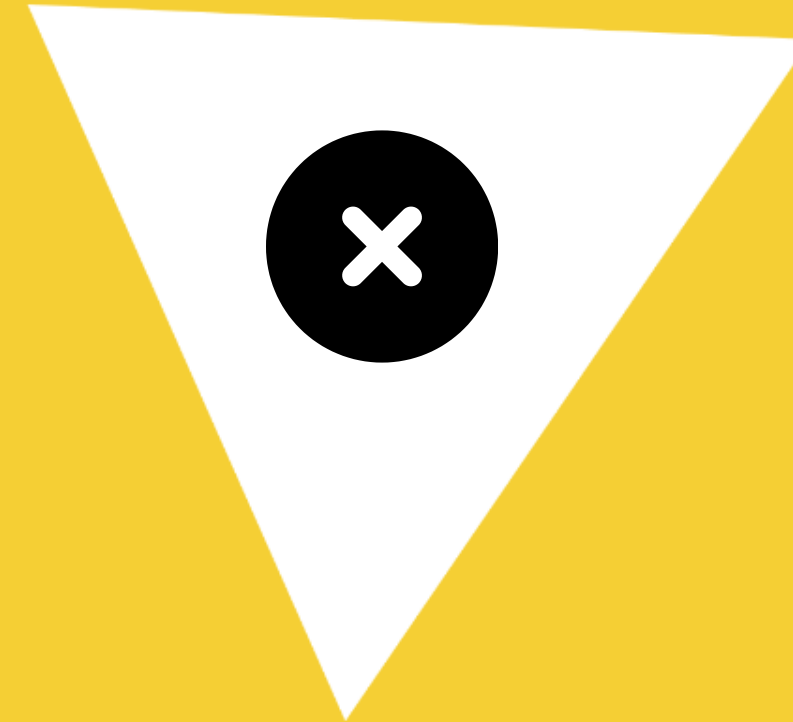
Школьный курс геометрии

Два типа многогранников



Выпуклый многогранник

У такой фигуры нет вдавленных участков. Если соединить любые две точки отрезком, он целиком останется внутри фигуры, как у куба или прямоугольного параллелепипеда.

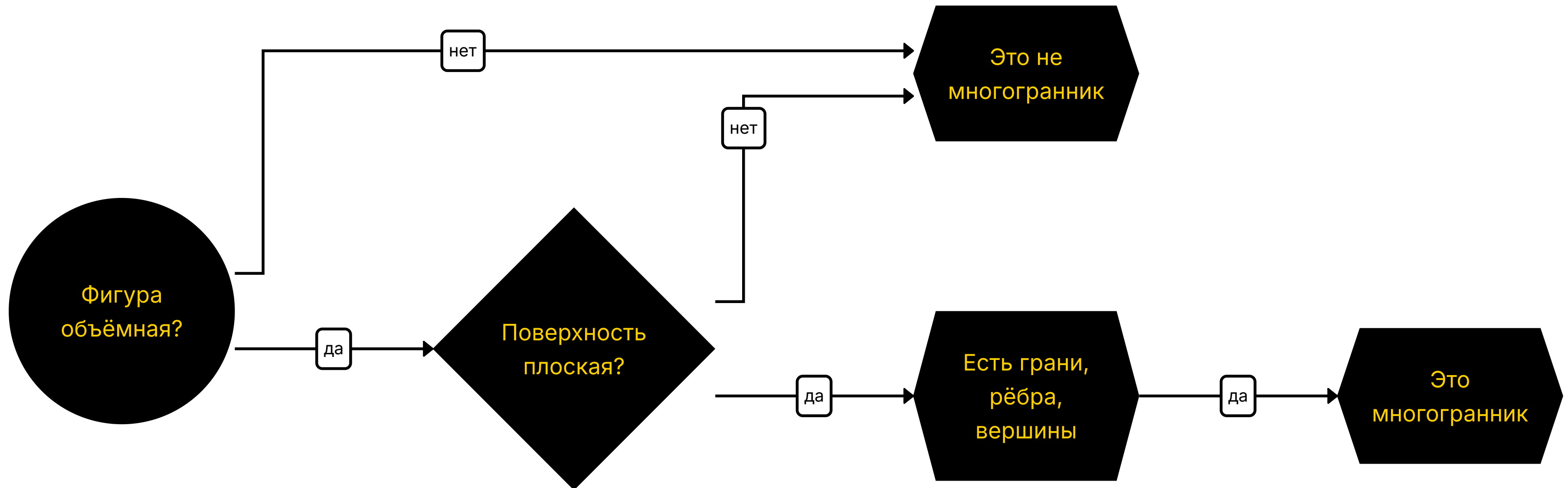


Невыпуклый многогранник

У этой фигуры есть углубления или выемки. Некоторые её части «втянуты» внутрь, поэтому отрезок между двумя точками может выйти за пределы фигуры.

Как проверить, является ли фигура многогранником

Последовательность признаков помогает быстро отличить многогранник от фигур с кривой поверхностью.

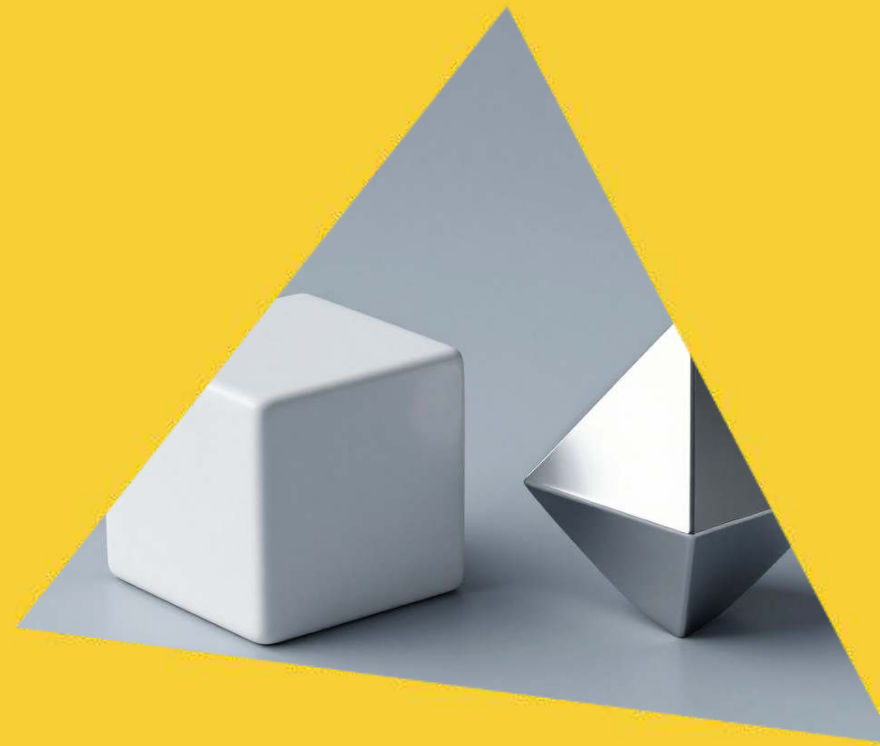


Особые многогранники с равными элементами



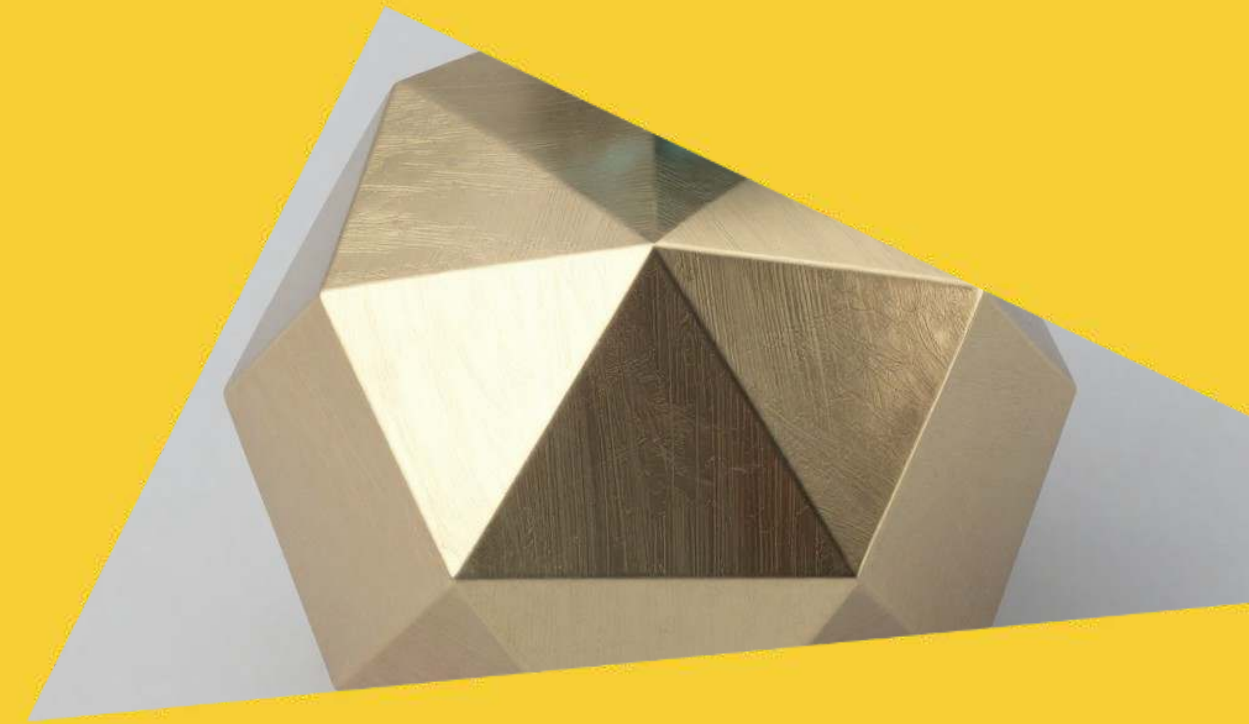
Тетраэдр — самая компактная форма

Тетраэдр состоит из четырёх одинаковых треугольных граней, поэтому выглядит очень просто и строго. Его форму легко представить как устойчивую пространственную модель с одинаковыми рёбрами и ясной симметрией.



Куб и октаэдр: симметрия в пространстве

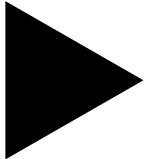
Куб знаком каждому, а октаэдр напоминает две соединённые пирамиды. Обе фигуры относятся к правильным многогранникам, потому что их грани одинаковы, а расположение элементов подчиняется строгой симметрии.



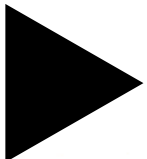
Додекаэдр и икосаэдр: сложная красота

Эти многогранники выглядят более сложно, чем куб, но тоже остаются правильными. Их поверхности составлены из одинаковых многоугольников, поэтому они часто привлекают внимание как особенно красивые геометрические модели.

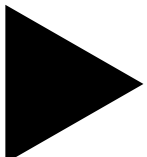
Чем многогранники отличаются от тел вращения



У многогранников поверхность состоит из плоских многоугольников, поэтому у них легко выделить грани, рёбра и вершины. Эта структура делает фигуру «составной» и хорошо измеримой.



У тел вращения поверхность плавная и кривая: так устроены шар, цилиндр и конус. Их форма получается вращением линии вокруг оси, а не соединением плоских многоугольников.

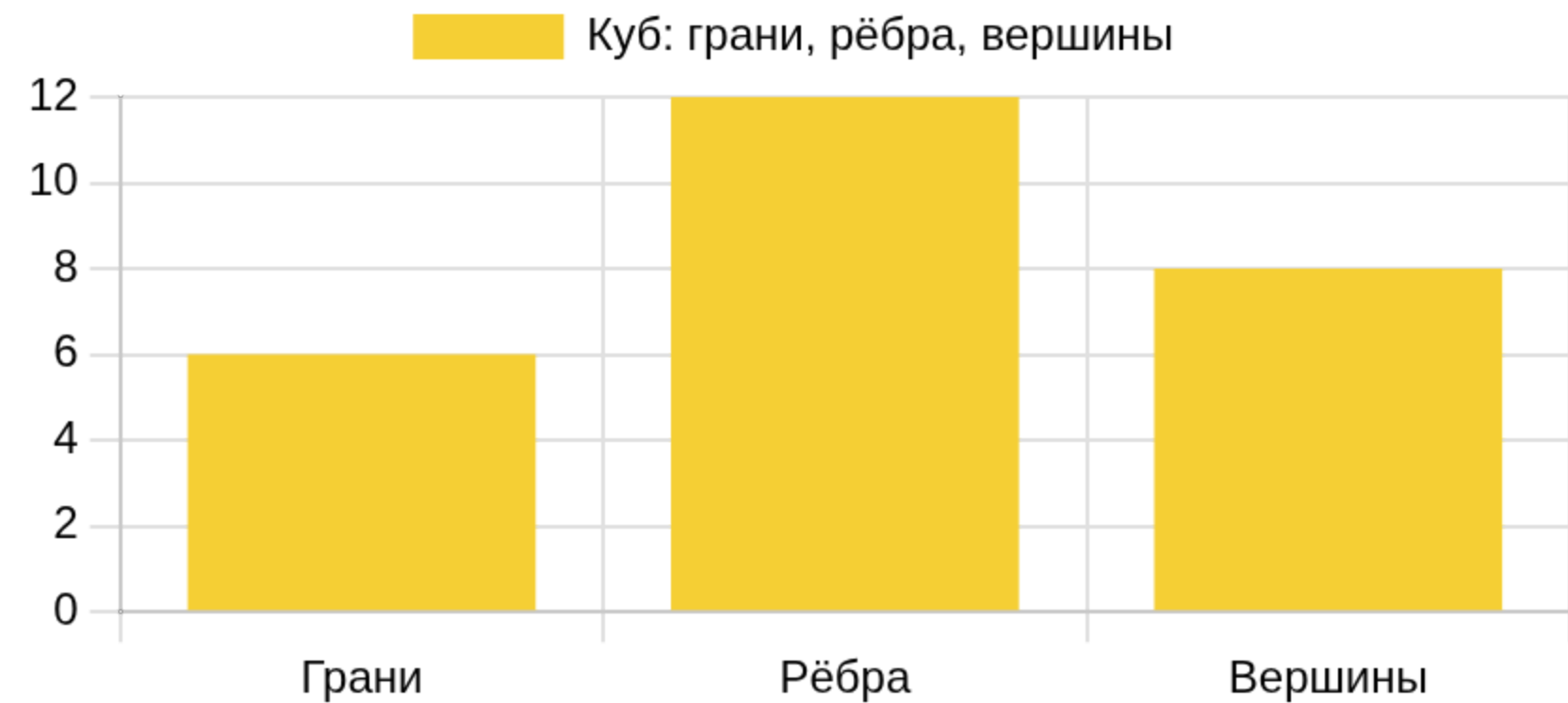


Поэтому многогранники и тела вращения распознают по-разному. Для многогранников считают отдельные элементы поверхности, а для тел вращения главным становится форма кривой поверхности и основания.

Элементы куба в числах

Куб удобен для проверки подсчёта, потому что его элементы хорошо видны на модели или рисунке.

Больше всего у куба рёбер, а меньше всего вершин. Числа элементов отличаются, но вместе точно описывают одну фигуру.



Школьный курс геометрии

Призма как пример многогранника

▶ Призма — это многогранник с двумя равными основаниями, которые лежат в параллельных плоскостях. Все её боковые грани плоские и соединяют соответствующие вершины оснований.

▶ Если основания призмы — треугольники, фигуру называют треугольной призмой. Если основания четырёхугольные, это четырёхугольная призма; принцип строения остаётся одинаковым.

▶ У любой призмы можно выделить грани, рёбра и вершины, потому что её поверхность не содержит кривых участков. Именно поэтому призма относится к многогранникам.

Призмы и пирамиды: сравнение элементов

Фигура	Грани	Рёбра	Вершины
Треугольная призма	5	9	6
Четырёхугольная призма	6	12	8
Треугольная пирамида	4	6	4

Сравнение помогает увидеть, как меняются число граней, рёбер и вершин у разных многогранников.

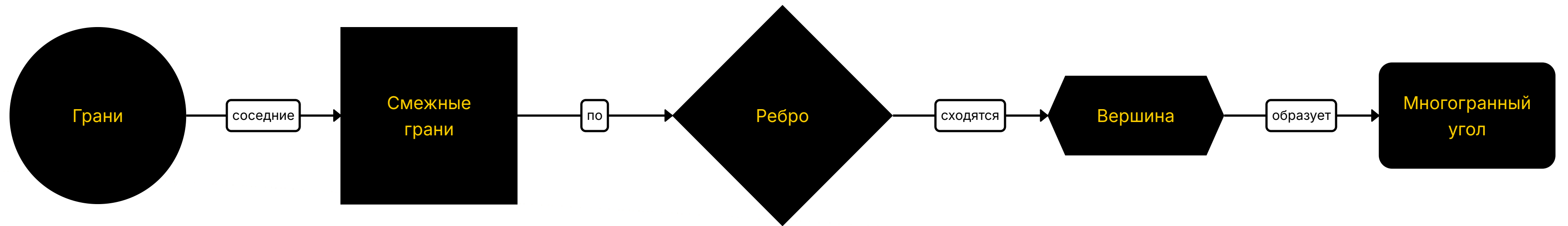
Число элементов зависит от основания и типа фигуры, но у всех трёх тел сохраняются плоские грани, рёбра и вершины.

Пирамида и её признаки

- ▶ Пирамида имеет одно основание, а все боковые грани у неё — треугольники. Эти треугольники сходятся в одной общей вершине, которая называется вершиной пирамиды.
 - ▶ Число граней пирамиды связано с числом сторон основания. Чем больше сторон у основания, тем больше боковых треугольников и тем больше общих граней у фигуры.
 - ▶ Треугольная пирамида состоит из 4 граней, 6 рёбер и 4 вершин. У четырёхугольной пирамиды уже 5 граней, поэтому её строение заметно отличается.
 - ▶ Несмотря на различия в размере и форме, все пирамиды остаются многогранниками. Их поверхность образована только плоскими многоугольниками, без круглых или изогнутых частей.

Как связаны грани, рёбра и вершины

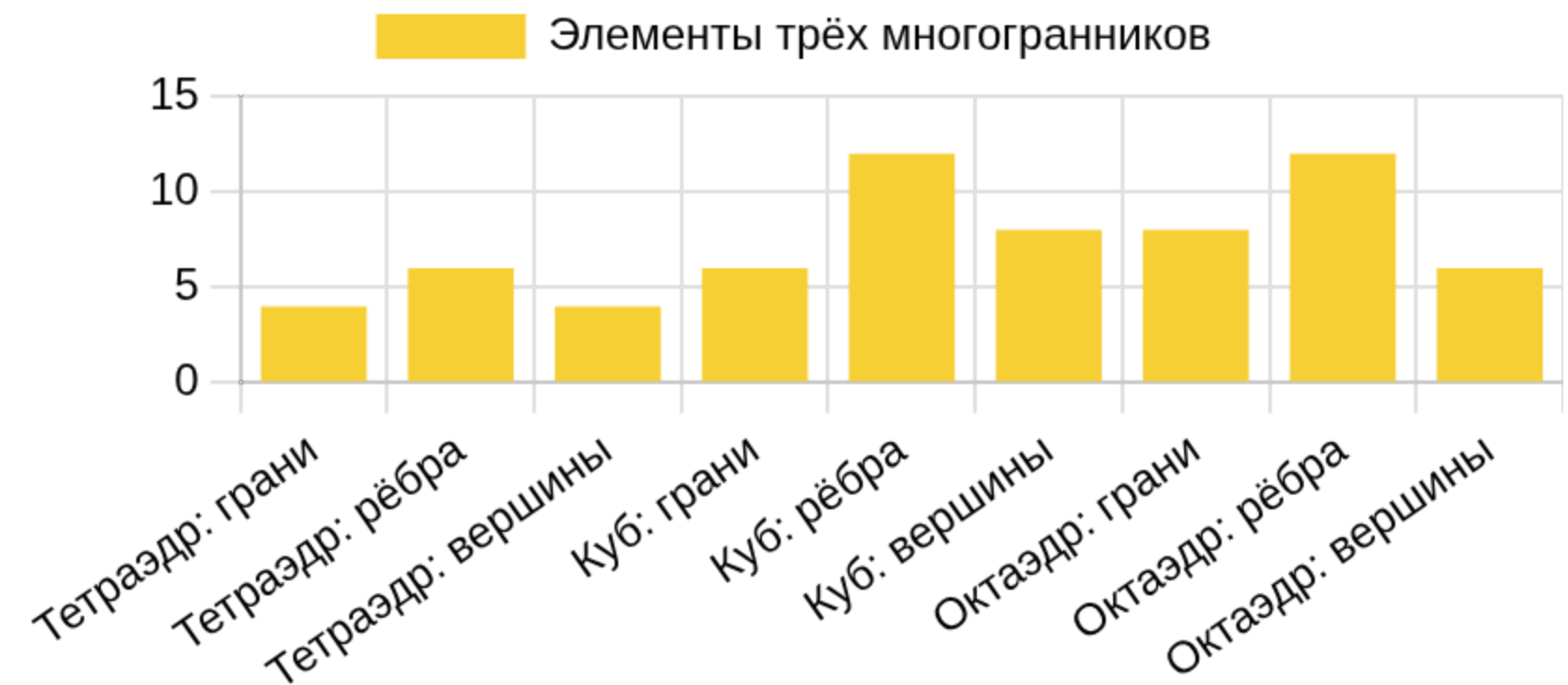
Схема показывает, как элементы многогранника соединяются между собой и образуют целую фигуру.



Сравнение количества элементов у фигур

У куба и октаэдра одинаковое число рёбер, но разное количество граней и вершин, поэтому формы выглядят по-разному.

Число элементов меняется от фигуры к фигуре, однако связь между гранями, рёбрами и вершинами сохраняется.



Сведения из школьного курса геометрии.

Многогранники вокруг нас

Кристалл с чёткими гранями

В природе многогранники легко увидеть на примере кристаллов. Их поверхность образована ровными плоскостями, а пересечения выглядят как чёткие рёбра. Именно поэтому такие формы часто кажутся особенно строгими и выразительными.



Коробка, которую удобно сложить

Упаковочная коробка напоминает многогранник: у неё плоские стенки, углы и аккуратные рёбра. Такая форма удобна для хранения, перевозки и размещения предметов, потому что она легко изготавливается и хорошо сохраняет объём.



Гранёные предметы в архитектуре и быту

Гранёный карандаш и некоторые архитектурные детали тоже похожи на многогранники. Плоские поверхности делают предметы удобными в руках и заметными на свету, а чёткая форма помогает им выглядеть аккуратно и надёжно.



Как считать элементы многогранника



Сначала находят все грани и убеждаются, что каждая из них учтена только один раз. Это помогает не пропустить ни одну часть фигуры и не считать одну и ту же грань дважды.



Затем переходят к рёбрам: удобно идти по фигуре последовательно, отмечая каждое ребро при соединении двух граней. Такой порядок уменьшает риск ошибок при подсчёте.

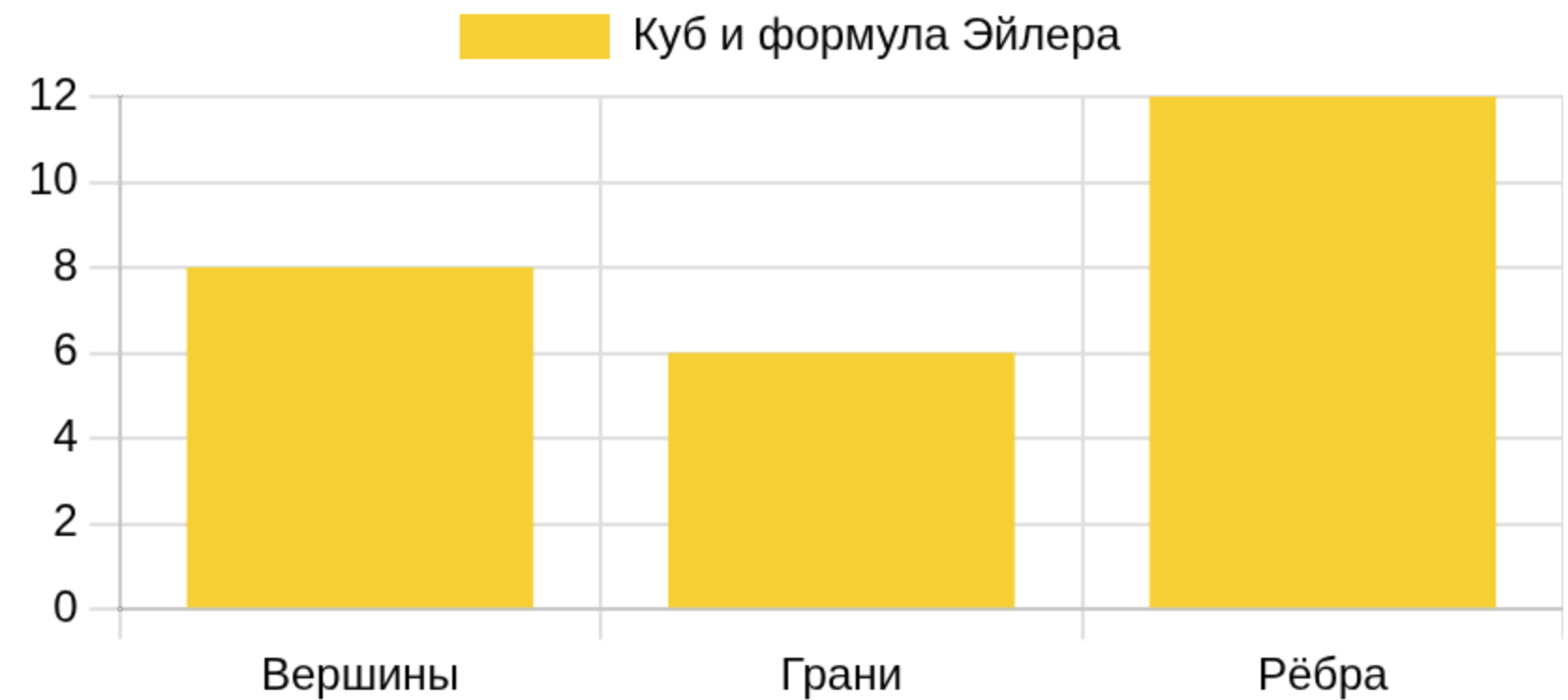


После этого считают вершины, где сходятся рёбра. Для проверки полезно сравнить результат с известными моделями — кубом, призмой и пирамидой.

Формула Эйлера для выпуклых многогранников

Для выпуклых многогранников соотношение остаётся одинаковым, поэтому его можно использовать как быструю проверку при решении задач.

Для куба выполняется равенство $8 + 6 = 12 + 2$, значит подсчёт элементов согласуется с формулой Эйлера.



Сведения из школьного курса геометрии.

Главные признаки многогранников

- ▶ Многогранник — это объёмная фигура, поверхность которой состоит только из плоских многоугольников. Благодаря этому у него можно выделить отдельные элементы строения.
- ▶ Многогранники бывают выпуклыми и невыпуклыми. У выпуклых фигур не бывает вдавленных участков, и любая прямая внутри них остаётся целиком в пределах тела.
- ▶ Основные элементы многогранника — грани, рёбра и вершины. Они позволяют точно описывать фигуру и сравнивать её с другими телами по форме и размеру.
- ▶ К наиболее известным примерам относятся куб, призма и пирамида. Эти фигуры часто используют на уроках, потому что их строение легко увидеть и посчитать.

Запомни самое главное о многогранниках

Многогранник легко узнать по плоским граням, рёбрам и вершинам. Если поверхность не имеет кривых частей, а фигуру можно описать по этим элементам, перед тобой многогранник.